

Vibrations de microsystèmes : analyse de la tension de collapse

Joseph LARDIES ; Marc BERTHILLIER

Institut FEMTO-ST, Département de Mécanique Appliquée, 24 rue de l'Épitaphe ; 25000 Besançon ;
France

joseph.lardies@univ-fcomte.fr

marc.berthillier@univ-fcomte.fr

Résumé – On se propose de déterminer la tension de collapse de transducteurs MEMS capacitifs. L'étude se rapporte à des membranes encastrées qui sont rectangulaires ou circulaires et soumises à une force électrostatique non-linéaire. La méthode exposée nous permet de déterminer sous forme analytique la déflexion de la membrane ainsi que la tension de collapse. Les résultats de notre modèle sont comparés avec ceux obtenus en utilisant un modèle de condensateur plan à plaques parallèles et force de pression uniforme.

Mots clés : Déformation de membrane / vibrations / tension de collapse / MEMS.

Abstract – Our objective is to obtain the pull-in voltage in MEMS capacitive microphones. We consider clamped square or circular diaphragms subject to an electrostatic force. The method allows for a more accurate determination of the diaphragm deflection and the pull-in voltage. The model is compared with a parallel plate capacitive transducer under uniform pressure.

Key words : Membrane deformation / vibrations / pull-in voltage / MEMS.

1 Introduction

Des études et des réalisations de microphones miniatures en technologie MEMS se développent de plus en plus dans des laboratoires de recherche et dans le milieu industriel. Elles sont motivées par une demande croissante liée au progrès dans le domaine de la miniaturisation et aux nouveaux champs d'application de tels transducteurs. En effet, les domaines d'application sont très divers comme l'électroacoustique avec la téléphonie mobile et l'audioprothèse, le domaine médical en vue d'imagerie ultrasonore haute résolution, le contrôle non destructif et la surveillance sans contact par le biais d'instrumentation assistée par ordinateur, l'aéronautique et l'automobile pour le contrôle pariétal et le contrôle actif en général. De plus, ces capteurs miniatures en technologie MEMS ont des propriétés améliorées par rapport aux capteurs microphoniques traditionnels en termes de contrôle des effets de diffraction du capteur, de largeur de bande passante, de sensibilité, de coût et une facilité de fabriquer des matrices de transducteurs. Les technologies traditionnelles de fabrication ne permettent pas de construire des microphones capacitifs de diamètre inférieur à 1/8 de pouce car la tension de la membrane, qui est un des principaux paramètres de la sensibilité du microphone, ne peut plus être maîtrisée de manière fiable. Une alternative est d'utiliser la technologie des microsystèmes dans le domaine des transducteurs électroacoustiques et ultrasonores. Jusqu'à l'arrivée des microsystèmes, les matériaux piézoélectriques ont dominé dans la technologie des transducteurs ultrasonores. Récemment, les transducteurs capacitifs micro-usinés, appelés CMUTs (Capacitive Micromachined Ultrasonic Transducers) émergent comme une technologie alternative qui permet de fabriquer les parties des transducteurs avec une précision qui reste inaccessible aux technologies classiques. Les méthodes de fabrication MEMS utilisent en général le silicium, matériau bien maîtrisé et bien adapté en raison de son faible coût et de ses propriétés mécaniques. De plus, l'assemblage de la membrane et de l'électrode arrière réalisé sur des substrats différents permet d'éviter la transmission à l'électrode arrière des vibrations de la membrane. Le transducteur électrostatique, appelé également transducteur capacitif, utilise le champ électrique pour la conversion de l'énergie électrique et mécanique. Ce type de transducteur est formé de deux électrodes, l'une mobile, l'autre fixe, séparées par une couche de fluide comme l'air. En conservant une charge électrique constante entre les électrodes, la tension électrique entre les mêmes électrodes varie selon le mouvement de l'électrode mobile engendré par la pression acoustique. Inversement, par une variation de la tension électrique le mouvement d'une électrode peut être

produit, et ce mouvement peut être plus ou moins important. Les transducteurs destinés aux applications ultrasonores sont résonants, avec la fréquence de résonance qui, pour les transducteurs micro-usinés, varie entre des dizaines de kHz et des dizaines de MHz. Les dimensions latérales des membranes correspondant à cette gamme des fréquences se situent entre des dizaines et des centaines de μm , et les épaisseurs varient de quelques dixièmes de μm à des unités de μm .

Cette étude est relative à la modélisation du mouvement d'une membrane utilisée dans une cellule cMUT. Si des relations analytiques sur la déformation d'une membrane ont été établies en [1-3], la détermination de la tension de collapse avec de faibles non-linéarités d'origine électrostatique permettent de positionner ce travail dans l'étude des MEMS où une modélisation type 1D d'un transducteur capacitif avec des non-linéarités d'origine électrique sont mises en évidence. Par la suite nous analysons une membrane encastrée, étudions sa déflexion et la valeur de la tension de collapse (ou de pull-in). Des exemples numériques sont présentés.

2 Modélisation d'un transducteur capacitif ultrasonore

2.1 Modèle approché de type 1 D

Les transducteurs sont des dispositifs qui transforment l'énergie d'une forme en une autre. Dans le cas de transducteurs électroacoustiques et électromécaniques, c'est l'énergie électrique qui est transformée en énergie acoustique ou mécanique et vice-versa. Le transducteur capacitif est formé de deux armatures, l'une est fixe et l'autre mobile. Le déplacement de l'armature mobile peut être provoqué soit par une force externe si le transducteur fonctionne comme un capteur, soit par la tension électrique si le transducteur est utilisé comme actionneur. Suivant le sens du mouvement de l'armature mobile, on peut distinguer deux types principaux de transducteurs capacitifs : l'un transversal (figure 1) et l'autre latéral (figure 2).

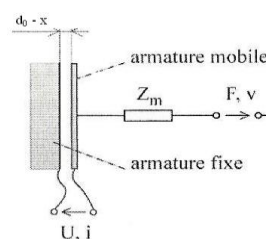


Figure 1 : Transducteur électrostatique transversal

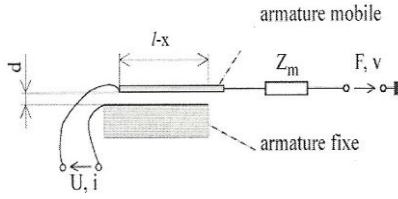


Figure 2 : Transducteur électrostatique latéral

Nous nous intéresserons au transducteur capacitif transversal dans lequel l'armature mobile est déplacée dans le sens perpendiculaire au plan des armatures. La distance d_0 entre les armatures au repos varie avec le déplacement x pendant le fonctionnement du transducteur. La modélisation mécanique du transducteur capacitif est donnée par la figure 3 et son principe est basé sur la modification de la capacité par le mouvement de l'armature mobile (ou de la membrane).

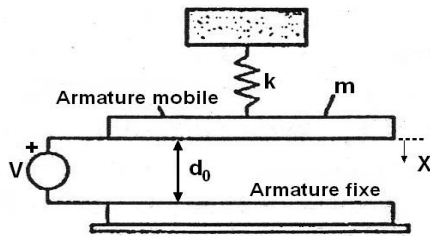


Figure 3 : Modèle mécanique masse-ressort

Lorsqu'une onde acoustique atteint la membrane celle-ci se déforme et provoque une modification de la capacité. Lorsqu'une tension électrique est appliquée, la membrane est soumise à une force électrostatique qui provoque sa mise en mouvement et les variations de la capacité. Finalement, la mise en œuvre d'un transducteur capacitif est réalisée par la mise en place d'un circuit oscillant. Un tel circuit peut être modélisé par l'approche 1D de type masse-ressort, représenté sur la Figure 3. Il est donc formé de deux électrodes, dont l'une est suspendue par un ressort, l'autre étant fixe. La capacité instantanée du transducteur supposé à armatures parallèles est :

$$C(x) = \frac{\epsilon_0 A}{d_0 - x} \quad (1)$$

avec ϵ_0 la permittivité du diélectrique, A la surface des armatures et d_0 l'intervalle entre les armatures lorsqu'elles sont au repos. La tension V appliquée aux bornes du condensateur crée une force électrostatique F_e entre les électrodes de ce condensateur. L'électrode suspendue élastiquement subit un déplacement jusqu'à ce que la force de rappel mécanique équilibre la force électrostatique. En négligeant les effets d'amortissement l'équation du mouvement de l'armature mobile due à la force électrostatique est [1]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = F_e(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} V^2 C(x) \right) = \frac{\epsilon_0 A V^2}{2(d_0 - x)^2} \quad (2)$$

x est le déplacement de l'armature mobile, k la constante de raideur de l'armature mobile et $F_e(x)$ la force électrostatique d'attraction due à la tension V appliquée aux armatures. Lors de l'équilibre statique la force électrostatique est équilibrée par la force élastique de rappel et la relation entre la tension V et le déplacement x est :

$$V = (d_0 - x) \sqrt{2kx / (\epsilon_0 A)} \quad (3)$$

La courbe normalisée représentant les variations de la tension en fonction du déplacement de l'armature mobile est représentée sur la figure 4.

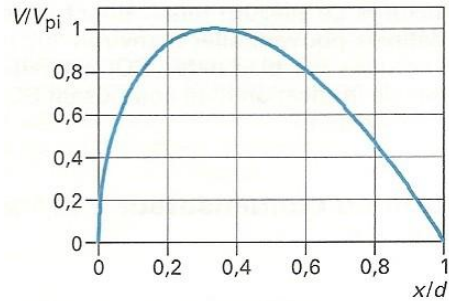


Figure 4 : Variations de la tension aux bornes du condensateur fonction du déplacement

2.2 Tension de collapse de l'armature mobile

En établissant la relation (3) nous avons supposé que le déplacement x est statique, c'est-à-dire que l'armature mobile n'a pas d'oscillations dues à la tension appliquée, ce qui est vérifié en courant continu. Le fonctionnement du microsystème référence de tension est basé sur le maximum de la courbe tension-déplacement de la Figure 4. Ce maximum, appelé tension de collapse ou de pull-in (pull-in voltage) est obtenu lorsque $dV/dx = 0$ et nous permet de déterminer le déplacement pour lequel la tension est maximale :

$$dV/dx = -\sqrt{2kx / (\epsilon_0 A)} + (d_0 - x)k \sqrt{1 / (2kx \epsilon_0 A)} \quad (4)$$

Le maximum de la tension V est obtenu à $x_{pi} = d_0/3$. Pour cette valeur nous obtenons la tension de collapse (ou de pull-in) qui s'exprime par :

$$V_{pi} = \sqrt{8kd_0^3 / (27 \epsilon_0 A)} \quad (5)$$

et la constante de raideur est alors d'après l'équation précédente : $k = 27 \epsilon_0 A V_{pi}^3 / (8 d_0^3)$.

Si la tension V est supérieure à V_{pi} , ou encore si x est supérieur à $d_0/3$, le système devient instable et l'armature mobile vient alors se coller sur l'armature fixe, c'est le phénomène de collapse pour lequel le transducteur peut subir un court-circuit. Nous allons analyser ce phénomène en tenant compte des nonlinéarités. Pour établir les nonlinéarités en raideur provenant de la force électrostatique nous effectuons un développement en série de Taylor de $F_e(x)$ au voisinage d'une distance nominale x_0 et l'équation (2) devient :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \left(k - \frac{\epsilon_0 A V^2}{(d_0 - x_0)^3} \right) x = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A V^2}{(d_0 - x_0)^2} \left[1 - \frac{2 x_0}{(d_0 - x_0)} \sum_{n=3}^N \frac{n (x - x_0)^{n-1}}{(d_0 - x_0)^{n-1}} \right] \quad (6)$$

Par conséquent la force électrostatique modifie la constante de raideur k de l'armature mobile. Cette modification constitue une raideur souple et s'écrit :

$$k_{souple} = \frac{\epsilon_0 A V^2}{(d_0 - x_0)^3} \quad (7)$$

et la pulsation de résonance de l'armature est alors :

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{(k - k_{souple})}{m}} \quad (8)$$

Les nonlinéarités d'origine électrostatique entraînent une diminution de la raideur effective de l'armature mobile et une diminution (ou un glissement) de la pulsation de résonance de la valeur $\omega_{res} = \sqrt{k/m}$ vers la valeur inférieure $\omega_{res} = \sqrt{(k - k_{souple})/m}$. La tension choisie doit garantir une déflexion de la membrane du microphone qui ne doit pas dépasser celle qui serait obtenue en appliquant la tension de pull-in [1-5].

2.3 Déflexion d'une membrane carrée encastrée

La tension de collapse (ou de pull-in), c'est-à-dire la tension à partir de laquelle la force électrostatique devient tellement importante que le système devient instable et les armatures peuvent se coller, constitue un moyen de sélection des transducteurs. On doit donc s'intéresser au lien entre la tension de pull-in et déflexion de la membrane. On considère une membrane carrée, encastrée, soumise à une pression uniforme comme l'indique la figure 5.

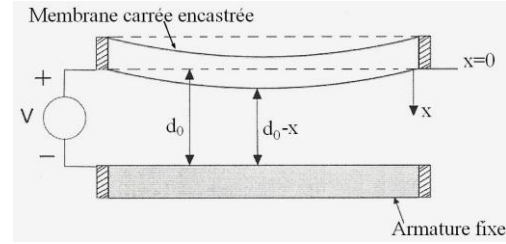


Figure 5 : Schéma de la déflexion de la membrane

La relation qui lie la pression à la déflexion peut être obtenue en utilisant l'équation d'équilibre, la loi de Hooke et les conditions aux limites de la membrane. Une solution peut être approchée en utilisant la minimisation de l'énergie potentielle [6]. Nous obtenons alors la relation liant la pression à la déflexion du centre de la membrane :

$$P(h_0) = C_1 \frac{e \sigma}{a^2} h_0 + C_2(\nu) \frac{e E}{a^4} h_0^3 \quad (9)$$

P est la pression uniforme agissant sur la membrane, h_0 la déflexion du centre de la membrane, e l'épaisseur de la membrane, $2a$ le côté de la membrane, E le module de Young, ν le coefficient de Poisson et σ la contrainte résiduelle. Le premier terme de cette équation caractérise l'effet linéaire de la contrainte résiduelle au niveau de la membrane, le deuxième terme est lié à l'étirement de la membrane sous l'effet de la pression et fait intervenir le module de Young. La détermination des coefficients C_1 et C_2 a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche et est toujours d'actualité. En 1989, Tabata [7] a utilisé les fonctions de déplacement proposées par Timoshenko, et qui correspondent en fait au premier terme du développement en séries de Fourier, et il a trouvé pour une membrane carrée dont le coefficient de Poisson est 0,25 les valeurs $C_1 = 3,04$ et $C_2 = 1,83$. En 1990, Pan [8] a utilisé la méthode des éléments finis et a trouvé les valeurs $C_1 = 3,41$ et $C_2 = 1,37$. En 1995, Maier-Schneider [2] a proposé une correction de la fonction de déplacement utilisée par Tabata afin de prendre en compte les conditions aux limites du problème et l'influence du substrat. Il trouve $C_1 = 3,45$ et $C_2(\nu) = 1,994(1 - 0,271 \nu)/(1 - \nu)$. Ce sont ces coefficients que nous utiliserons car ils prennent en compte l'influence du substrat sur la déformation de la membrane. La constante de raideur de la membrane prend alors la forme :

$$k_{nlmem} = \frac{P(h_0) A}{h_0} = \left(C_1 \frac{e \sigma}{a^2} + C_2(\nu) \frac{e \hat{E}}{a^4} h_0^2 \right) A \quad (10)$$

avec $\hat{E} = E/(1 - \nu^2)$ le module de Young biaxial, c'est un coefficient de correction qui intervient dans le cas de plaques ou de membranes encastrées, pour tenir compte de cet encastrement. C'est le terme

$(C_2(v) e \hat{E} h_0^2) / a^4$ qui contient la faible non linéarité en raideur de la membrane puisque ce terme dépend du carré de la variable de déflexion h_0 . Pour faire l'analyse des résultats, les paramètres de notre modèle sont indiqués dans le tableau 1 ci-dessous :

paramètre	épaisseur e	côté a	intervalle d_0	E	ν	σ
valeur	0,8	1,2	3,5	169	0,28	20
unité	μm	μm	μm	GPa	-	MPa

Tableau 1 : Paramètres du modèle

La figure 6 nous montre les variations de la constante de raideur en fonction de la déflexion du centre de la membrane, ces variations sont bien sûr non linéaires.

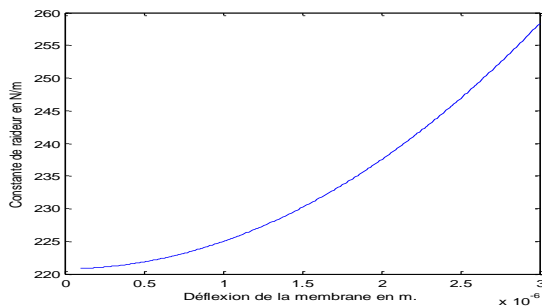


Figure 6 : Variations de la constante de raideur de la membrane

En s'imposant une valeur h_0 de la déflexion du centre de la membrane on aura la valeur de la raideur de la membrane. Notons que la déflexion de la membrane entre les milieux de deux côtés opposés est donnée par [6]:

$$h(y,0) = h_0 \left[1 + 0,401 \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] \cos \left(\frac{\pi y}{2a} \right) \quad (11)$$

et la déflexion suivant la diagonale est :

$$h(y=z) = h_0 \left[1 + 0,401 \left(\frac{y}{a} \right)^2 + 1,1611 \left(\frac{y}{a} \right)^4 \right] \cos^2 \left(\frac{\pi y}{2a} \right) \quad (12)$$

2.4 Tension de collapse de la membrane carrée

L'analyse effectuée en 2.1 pour une cellule capacitive à armatures parallèles peut se généraliser au cas d'une membrane encastrée. Il faut cependant noter que si la force électrostatique est uniforme dans le cas d'armatures parallèles, elle perd son uniformité lorsqu'elle agit sur une membrane qui se

déforme comme l'indique la figure 7. Pour évaluer la déflexion de la membrane provenant de la force électrostatique il est nécessaire d'avoir un modèle uniforme et linéaire de cette force électrostatique afin d'utiliser l'équation (9) dans laquelle la force de pression est uniforme. Ce modèle peut être obtenu en linéarisant $F_e(x)$ autour du point de déflexion nulle. L'équation (6) linéarisée autour de $x_0=0$ conduit à :

$$\epsilon_0 V^2 \left(\frac{1}{2d_0^2} + \frac{x}{d_0^3} \right) A = k x \quad (13)$$

Le membre de gauche de cette équation correspond à la force électrostatique uniforme et linéarisée et la pression électrostatique uniforme agissant sur la membrane est alors :

$$P_{\text{unif}} = \epsilon_0 V^2 \left(\frac{1}{2d_0^2} + \frac{x}{d_0^3} \right) \quad (14)$$

Il faut remarquer que cette relation est assez générale et ne tient pas compte de la forme de la membrane. Elle s'applique pour une membrane carrée, rectangulaire, circulaire ...

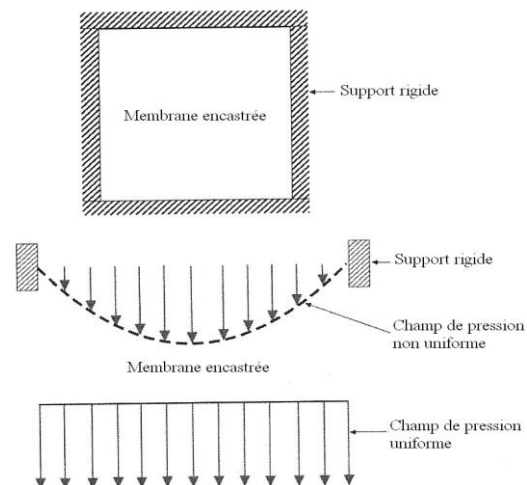


Figure 7 : Profil du champ des pressions sur la membrane

Sous une pression uniforme, le phénomène de collapse se produit lorsque $x = d_0/3$ ou encore $h_0 = d_0/3$. On a alors en utilisant (9) et (14) :

$$P(h_0) = C_1 \frac{e \sigma d_0}{3a^2} + C_2(v) \frac{e \hat{E} d_0^3}{27a^4} = \frac{5 \epsilon_0 V_{pi}^2}{6 d_0^2} \quad (15)$$

et la tension pour laquelle apparaît le phénomène de pull-in dans la membrane est :

$$V_{pi} = \sqrt{5 \epsilon_0 \left[\frac{C_1 e \sigma d_0}{3a^2} + \frac{C_2(v) e \hat{E} d_0^3}{27a^4} \right]} \quad (16)$$

Cette équation fournit la tension pull-in pour une membrane carrée encastrée et excitée par une tension électrostatique. Notre modèle tient compte des non-linéarités de la membrane et de la force électrostatique qui a cependant été linéarisée, la pression devenant alors uniforme. La figure 8 nous montre les variations de la force électrostatique et de la force élastique, dont le coefficient de raideur a été déterminé d'après l'équation (10) (ou bien en utilisant la figure 6). On trouve bien à $d_0/3$ la tension de pull-in qui est de 17,45 Volts. On retrouve cette même valeur en utilisant l'équation (16). Cependant, en utilisant le modèle de l'armature rigide développé dans le paragraphe 2.1 on obtient, en utilisant les mêmes paramètres, la tension de collapse $V_{pi}=15,02$ Volts.

La figure 9 montre la déflexion du centre de la membrane pour différentes valeurs de la tension V . Ces courbes nous permettent de savoir si la déformation de membrane est importante ou faible. La Figure 10 présente les variations de la tension de collapse en fonction de l'épaisseur d_0 de la cavité ou de la distance entre l'armature fixe et la membrane.

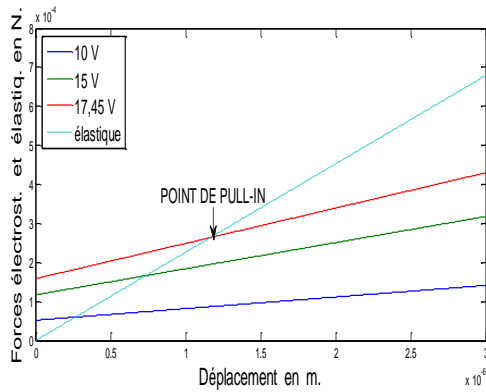


Figure 8 : Forces élastiques et électrostatiques en fonction du déplacement de la membrane

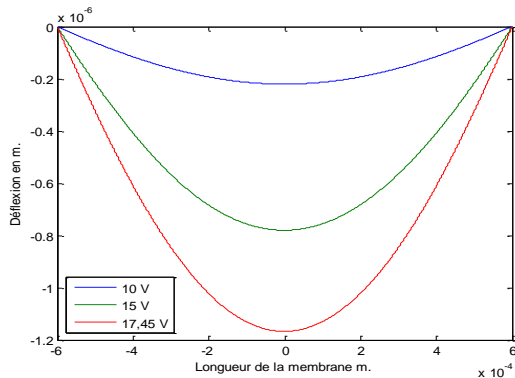


Figure 9 : Déflexion du centre de la membrane

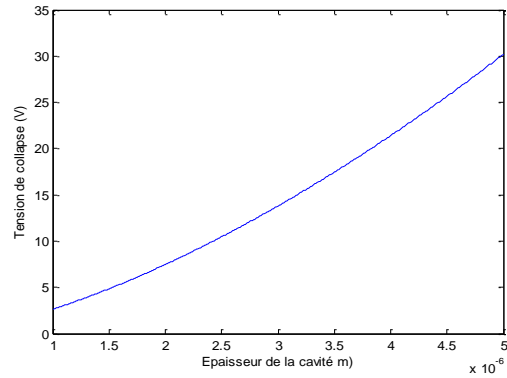


Figure 10 : Variations de la tension de collapse en fonction de l'épaisseur de la cavité

2.4 Tension de collapse de la membrane circulaire

Nous pouvons maintenant déterminer d'une façon similaire la tension de collapse d'une membrane circulaire encastrée soumise à une force électrostatique uniforme (Figure 11).

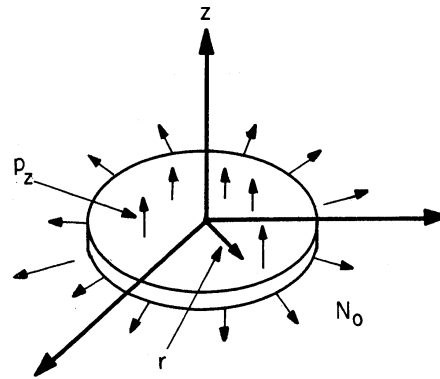


Figure 11 : Schéma de la membrane circulaire

La déflexion d'une membrane circulaire encastrée soumise à une pression uniforme P se met sous la forme [9] :

$$h(r) = \frac{12(1-\nu^2)Pa^4}{T^2 E e^3} \left[\frac{I_0(Tr/a) - I_0(T)}{2T I_1(T)} + \frac{a^2 - r^2}{4a^2} \right] \quad (17)$$

avec a rayon de la membrane, r la variable radiale, e l'épaisseur de la membrane, E le module d'élasticité de Young, ν le coefficient de Poisson, I_0 et I_1 les fonctions de Bessel modifiées d'ordre 0 et d'ordre 1. T est le paramètre de tension lié à la contrainte résiduelle σ par :

$$T = \frac{a}{e} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)\sigma}{E}} \quad (18)$$

Au centre de la membrane nous avons $r = 0$ et la déflexion maximale est :

$$h_0 = \frac{12(1-\nu^2)Pa^4}{T^2 E e^3} \left[\frac{1}{4} - \frac{I_0(T)}{2 T I_1(T)} \right] \quad (19)$$

Par conséquent, nous obtenons la relation liant la pression à la déflexion du centre de la membrane, relation similaire à celle obtenue en (9) lors de l'étude des membranes carrées. Pour les membranes circulaires nous avons :

$$P(h_0) = \frac{T^2 E e^3 h_0}{12(1-\nu^2)a^4} \left[\frac{1}{4} - \frac{I_0(T)}{2 T I_1(T)} \right]^{-1} \quad (20)$$

On considère l'équation (14) qui donne la pression électrostatique uniforme, l'équation (20) qui fournit la pression élastique avec le module de Young biaxial \hat{E} et sachant que lors d'une pression uniforme le phénomène de collapse se produit lorsque $h_0 = d_0/3$ on a :

$$\frac{5 \epsilon_0 V_{pi}^2}{6 d_0^2} = \frac{T^2 E e^3 d_0}{36(1-\nu^2)a^4} \left[\frac{1}{4} - \frac{I_0(T)}{2 T I_1(T)} \right]^{-1} \quad (21)$$

La tension de collapse pour une membrane circulaire prend la forme :

$$V_{pi} = \sqrt{\frac{T^2 E e^3 d_0^3}{30 \epsilon_0 (1-\nu^2)a^4} \left[\frac{1}{4} - \frac{I_0(T)}{2 T I_1(T)} \right]^{-1}} \quad (22)$$

La figure 12 montre les variations de la tension de collapse d'une membrane circulaire pour différentes valeurs de son rayon. Cette tension doit être comparée à celle obtenue par P. Osterberg [10] où la différence est négligeable (de l'ordre de 1%).

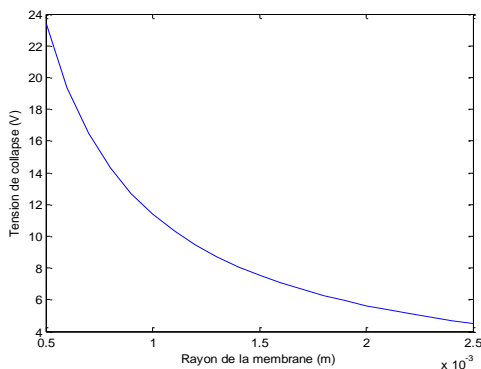


Figure 13 : Variations de la tension de collapse pour une membrane circulaire

3 Conclusion

Des expressions analytiques simples pour déterminer la tension de collapse dans des membranes encadrées de forme carrées et circulaires ont été établies. L'approche est basée sur la linéarisation de force électrostatique qui est non linéaire et sur la modélisation 2D de la pression-déflexion de la membrane. L'approche peut être généralisée à d'autres microstructures comme des micropoutres excitées par une tension électrique.

Références

- [1] S. Senturia , Microsystem Design, Springer Verlag, 2000
- [2] D. Maier-Schneider, J. Maibach ,E. Obermeier , A new analytical solution for the load-deflection of square membranes, J. of Microelectromechanical Systems 4 (1995) 238-241
- [3] R. Puers, D. Lapadatu , Electrostatic forces and their effects on capacitive mechanical sensors, Sensors and Actuators A, 56 (1996) 203-210
- [4] S. Chowdhury , M. Ahmadi, W.C. Miller, A new analytical model for the pull-in voltage of clamped diaphragms subject to electrostatic force, Sensor Letters 2 (2004) 106-112
- [5] S. Chowdhury, M. Ahmadi, W.C. Miller, A closed form model the pull-in voltage of electrostatically actuated cantilever beams, J. of Micromechanics and Microengineering 15 (2005) 756-763
- [6] S. Timoshenko, Theory of Plates and Shells, Mac Graw Hill (1959)
- [7] S. Tabata, K. Kawahata, S. Sugiyama, I. Igarashi Mechanical property measurements of thin films using load-deflection of composite rectangular membranes, Sensors and Actuators 20 (1989) 135-141
- [8] J.Y. Pan, P. Lin, F. Maseeh, S.D. Senturia, Verification of FEM analysis of load-deflection methods for measuring mechanical properties of thin films, IEEE Solid-State Sensors and Actuators Workshop, Hilton Head, (1990)
- [9] M. Sheplak, J.M. Seiner, A MEMS microphone for aeroacoustics measurements, 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno (1999)
- [10] Osterberg P.M., Senturia S.D., M-test: a test chip for MEMS material property measurement using electrostatically actuated test structures, J. of Microelectromechanical Systems 6 (1997) 107-118