

## Butées actives pour l'amélioration de la récupération d'énergie vibratoire par voie électromagnétique

C. Drezet, N. Kacem, N. Bouhaddi, E. Foltete, P. Daragon

Institut FEMTO-ST, UMR 6147  
Département de Mécanique Appliquée  
24 chemin de l'Épitaphe, 25000 Besançon, FRANCE

[cyril.drezet@femto-st.fr](mailto:cyril.drezet@femto-st.fr)  
[najib.kacem@femto-st.fr](mailto:najib.kacem@femto-st.fr)  
[noureddine.bouhaddi@femto-st.fr](mailto:noureddine.bouhaddi@femto-st.fr)  
[emmanuel.foltete@femto-st.fr](mailto:emmanuel.foltete@femto-st.fr)

### Introduction

Les récents progrès faits dans le domaine de l'électronique avec notamment l'apparition de modules ultra-basse consommation permettent d'envisager sérieusement la mise en place de réseaux de capteurs sans-fils (« Wireless SensorNodes ») autonomes. L'autonomie énergétique de ces nœuds de réseaux étant primordiale pour s'affranchir de quelconques opérations de maintenance, de nombreuses recherches sont apparues dans le domaine de la récupération d'énergie électrique à partir des sources ambiantes généralement considérées comme des contraintes [1]–[3]. Cette énergie ambiante est disponible dans l'environnement sous forme de radiations électromagnétiques (lumière, radiofréquence), de gradient thermique ou de mouvement mécanique.

La récupération de l'énergie mécanique vibratoire donne lieu à un grand intérêt du monde de la recherche universitaire mais aussi industrielle. De manière générale, les récupérateurs d'énergie vibratoire sont basés sur des oscillateurs à un degré de liberté de type masse/ressort présentant un comportement résonant dont on cherche à tirer parti : la fréquence de résonance du récupérateur est accordée à celle de la source vibratoire et le mouvement de celle-ci est transformé en mouvement de la masse mobile. L'énergie de la masse mobile est alors convertie en énergie électrique en utilisant de manière directe ou couplée les phénomènes de transduction mécano-électrique suivant : piézoélectricité, induction électromagnétique, électrostatique, magnétostriction [4], [5].

On s'intéresse ici à la récupération par voie électromagnétique c'est-à-dire en utilisant le phénomène exprimé par la loi de Faraday qui implique qu'un conducteur bobiné en mouvement relatif avec un aimant permanent voit apparaître à ses bornes une tension électrique appelée force électromotrice. Dans le cadre de la récupération d'énergie vibratoire, la masse mobile peut constituer soit le conducteur bobiné soit l'aimant permanent.

Dans une application industrielle de la récupération d'énergie vibratoire et plus particulièrement en basses fréquences, un des principaux challenges est d'atteindre le niveau d'énergie nécessaire tout en respectant la contrainte d'encombrement (déplacement maximal autorisé de la masse mobile). Pour ce faire, on propose ici d'utiliser des

butées actives pour limiter le déplacement de la masse mobile en récupérant l'énergie qui serait dissipée dans des butées classiques. Cette solution est inspiré du principe de conversion « frequency-up » qui vise l'amélioration de la récupération d'énergie basse fréquence en procédant à une augmentation de la fréquence de l'énergie vibratoire [6].

### Modèle de récupérateur avec butées actives

Sur la Figure 1, l'oscillateur 1 ( $m_1, k_1, c_1$ ) est le récupérateur d'énergie principal accordé sur la fréquence de l'excitation vibratoire  $y(t)$ . L'oscillateur 2 ( $m_2, k_2, c_2$ ) constitue les butées actives : récupérateur d'énergie accordé sur une fréquence très supérieure à celle de l'excitation, on considère donc  $m_2 \ll m_1$  et  $k_2 \gg k_1$ . Les raideurs et coefficients d'amortissements ( $k_b, c_b$ ) modélisent la collision inélastique entre les 2 masses et jouent un rôle de couplage lorsque les masses sont en contact.

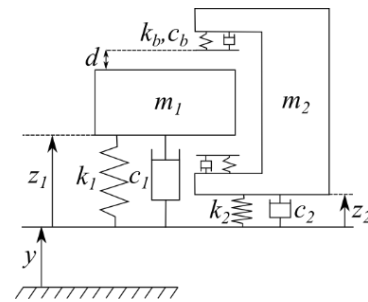


Figure 1. Schéma d'un récupérateur avec butées actives

Le comportement d'un tel système peut alors être décrit en utilisant les deux systèmes d'équations (1) et (2) suivants :

si  $|z_1 - z_2| < d$  :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 = -m_1 \ddot{y} \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 = -m_2 \ddot{y} \end{cases} \quad (1)$$

si  $|z_1 - z_2| \geq d$  :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 + k_b(z_1 - z_2) + c_b(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) = -m_1 \ddot{y} \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 + k_b(z_2 - z_1) + c_b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = -m_2 \ddot{y} \end{cases} \quad (2)$$

Avec :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \text{ et } \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Les coefficients d'amortissement mécanique  $c_1$  et  $c_2$  englobent aussi bien les pertes mécaniques par frottement que les termes de récupération d'énergie et on a :

$$c_j = c_{mj} + \frac{\alpha_j^2}{R_{c_j} + R_{int_j}} ; j = 1,2 \quad (3)$$

Avec  $c_{mj}$  qui représente les pertes mécaniques (on considère un frottement visqueux),  $\alpha_j$  le coefficient de couplage électromagnétique,  $R_{c_j}$  la résistance équivalente au circuit de charge du récupérateur et  $R_{int_j}$  la résistance interne de la bobine du transducteur mécano-électrique. Dans notre modèle de transduction on a considéré l'inductance des bobines comme négligeable.

Le courant  $i_j$  circulant dans la bobine du récupérateur  $k$  est alors donné par la relation :

$$i_j = \frac{\alpha_j}{R_{cj} + R_{intj}} \dot{z}_j ; j = 1,2 \quad (4)$$

La puissance instantanée  $P_j$  délivrée au circuit de charge est donc :

$$P_j = R_{cj} i_j^2 = R_{cj} \left( \frac{\alpha_j}{R_{cj} + R_{intj}} \dot{z}_j \right)^2 ; j = 1,2 \quad (5)$$

En considérant une excitation sinusoïdale, on peut réécrire les équations (1) et (2) sous forme adimensionnelle :

$$\text{si } |z_1 - z_2| < d : \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 = A \sin(\omega_0 t) \\ \dot{z}_2 + 2\xi_2 \omega_2 \dot{z}_2 + \omega_2^2 z_2 = A \sin(\omega_0 t) \end{cases}$$

$$\text{si } |z_1 - z_2| \geq d : \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 + 2\xi_1 \omega_1 \dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 + \omega_{b1}^2 (z_1 - z_2) + 2\xi_{b1} \omega_{b1} (\dot{z}_1 - \dot{z}_2) = A \sin(\omega_0 t) \\ \dot{z}_2 + 2\xi_2 \omega_2 \dot{z}_2 + \omega_2^2 z_2 + \omega_{b2}^2 (z_2 - z_1) + 2\xi_{b2} \omega_{b2} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = A \sin(\omega_0 t) \end{cases}$$

Avec :

$$\omega_j^2 = \frac{k_j}{m_j}, \xi_j = \frac{c_j}{2m_j \omega_j}, \omega_{bj}^2 = \frac{k_b}{m_j}, \xi_{bj} = \frac{c_b}{2m_j \omega_j} ; j = 1,2$$

$$\text{et } \dot{y}(t) = A \sin(\omega_0 t)$$

Si on considère cette fois les grandeurs adimensionnelles :

$$\delta = \omega_1 \frac{d}{A}, \tau = \omega_1 t, \rho_k = \frac{\omega_k}{\omega_1} ; k = 1,2, b1, b2$$

$$\text{et } u_j = \omega_1 \frac{z_j}{A} ; j = 1,2$$

Et la définition :

$$x' = \frac{dx}{d\tau} \text{ et } x'' = \frac{d^2x}{d\tau^2}$$

Les systèmes (6) et (7) peuvent s'écrire :

$$\text{si } |u_1 - u_2| < \delta : \quad (8)$$

$$\begin{cases} u_1'' + 2\xi_1 u_1' + u_1 = \sin(\rho_0 \tau) \\ u_2'' + 2\xi_2 \rho_2 u_2' + \rho_2^2 u_2 = \sin(\rho_0 \tau) \end{cases}$$

$$\text{si } |u_1 - u_2| \geq \delta : \quad (9)$$

$$\begin{cases} u_1'' + 2\xi_1 u_1' + u_1 + \rho_{b1}^2 (u_1 - u_2) + 2\xi_{b1} \rho_{b1} (u_1' - u_2') = \sin(\rho_0 \tau) \\ u_2'' + 2\xi_2 \rho_2 u_2' + \rho_2^2 u_2 + \rho_{b2}^2 (u_2 - u_1) + 2\xi_{b2} \rho_{b2} (u_2' - u_1') = \sin(\rho_0 \tau) \end{cases}$$

On a donc :

$$\xi_j = \frac{c_{mj}}{2m_j \omega_j} + \frac{R_{intj} \alpha_j^2}{(R_{cj} + R_{intj})^2} + \frac{R_{cj} \alpha_j^2}{(R_{cj} + R_{intj})^2} \quad (10)$$

$$= \xi_{mj} + \xi_{eintj} + \xi_{ecj}$$

$$j = 1,2$$

Les grandeurs  $\xi_{mj}$ ,  $\xi_{eintj}$  et  $\xi_{ecj}$  correspondent respectivement aux taux d'amortissement dus aux frottements mécaniques, aux pertes électriques dans la bobine et à l'énergie récupérée dans la résistance de charge.

Pour finir on obtient l'expression de la puissance adimensionnelle  $p_j$  délivrée par le récupérateur  $j$  :

$$p_j = \frac{\omega_j P_j}{2m_j A^2} = \xi_{ecj} u_j'^2 ; j = 1,2 \quad (11)$$

### Optimisation du récupérateur principal

Le récupérateur d'énergie principal est sensé assurer la récupération efficace de l'énergie vibratoire en permanence et surtout lorsque les butées actives ne sont pas engagées. On commence donc par optimiser l'énergie du récupérateur 1 pour les amplitudes ne permettant pas l'engagement du récupérateur 2. On se place donc ici dans le cas où  $|u_1 - u_2| < \delta$ . On doit donc déterminer l'amplitude de la réponse  $u_1$  à partir de la première équation du système (8) et on trouve dans le domaine fréquentiel :

$$|u_1(\rho_0)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \rho_0^2)^2 + (2\xi_1 \rho_0)^2}} \quad (12)$$

Puis d'après (11) on trouve l'expression de l'amplitude  $p_1$  :

$$|p_1(\rho_0)| = \frac{\xi_{eci} \rho_0^2}{(1 - \rho_0^2)^2 + (2\xi_1 \rho_0)^2} \quad (13)$$

Pour maximiser cette puissance, le système doit être excité à sa fréquence de résonance ( $\rho_0=1$ ) et alors :

$$|p_1(1)| = \frac{\xi_{ec1}}{4(\xi_{m1} + \xi_{eint1} + \xi_{ec1})^2} \quad (14)$$

Pour optimiser la fréquence récupérée à la résonance, on doit donc minimiser les pertes mécaniques et électriques ( $\xi_{m1}$  et  $\xi_{eint1}$ ) et assurer l'adaptation d'impédance traduite par l'expression :

$$\xi_{eci} = \xi_{mi} + \xi_{einti} \quad (15)$$

### Étude de l'effet des butées actives

Pour étudier l'effet des butées actives, on doit résoudre le double système non-linéaire donné par les équations (8) et (9). Pour cela on choisit d'utiliser la méthode de résolution numérique de Runge-Kutta ode45 du logiciel Matlab. Afin d'obtenir des résultats cohérents et de diminuer les temps de calcul, on choisit d'assurer la continuité du problème en utilisant la fonction Arctangente pour modéliser le passage du système découplé (8) au système couplé (9).

On cherche ici à optimiser le récupérateur des butées actives par l'intermédiaire de sa fréquence de résonance  $\rho_2$  et du taux d'amortissement lié à l'énergie récupérée  $\xi_{ec2}$  en fonction de l'espace disponible relatif  $\delta$  lorsque le récupérateur principal est excité à sa résonance ( $\rho_0=1$ ). On pose alors :

$$\xi_{m1} = \xi_{eint1} = \xi_{m2} = \xi_{eint2} = 1\%, \xi_{ec1} = 2\%, \xi_{b1} = 0.1\%,$$

$$\xi_{b2} = 3\%, \rho_{b1} = 10000, \rho_{b2} = 100000.$$

La Figure 2 présente la puissance totale ( $p_1+p_2$ ) récupérée en fonction de  $\xi_{ec2}$  pour différentes valeurs de  $\rho_2$  et  $\delta$ . On remarque que quelle que soit la valeur de  $\delta$  la puissance est maximale lorsque  $\rho_2$  est minimum, ce qui paraît logique car la butée active devient moins « raide » et voit son influence sur la masse principale diminuer. En pratique, la diminution

de  $p_2$  est limitée par l'espace disponible : en effet, plus  $p_2$  est petit, plus le déplacement des butées actives est important.

Concernant  $\xi_{ec2}$ , on peut remarquer que son influence dépend fortement des valeurs de  $p_2$  et  $\delta$ . Cependant, on a pu noter que d'une part  $p_2$  est proportionnelle à  $\xi_{ec2}$  et d'autre par l'influence de  $\xi_{ec2}$  sur  $p_1$  est négative. Un compromis doit donc être trouvé. Le fait que l'on n'observe pas de point optimum pour  $p_2$  en fonction de  $\xi_{ec2}$  contrairement au récupérateur principal peut s'expliquer par le fait que le récupérateur 2 reçoit la puissance mécanique par vague est que celle-ci doit être récupérée au plus vite avant d'être perdue.

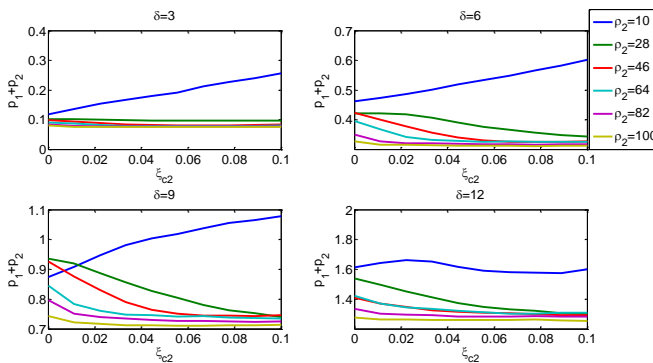


Figure 2. Valeur de la puissance totale récupérée  $p_1+p_2$  en fonction de  $\xi_{ec2}$  pour différentes valeurs de  $p_2$  et  $\delta$

Sur la Figure 3, on présente la réponse temporelle en position des deux récupérateurs ( $p_2=10$ ,  $\delta=5$ ,  $\xi_{ec2}=0.1$ ) qui nous permet d'observer l'effet « butée » :  $u_2$  est quasi nul jusqu'à ce que  $u_1$  dépasse la valeur de  $\delta$  ensuite, la butée est enfoncée (elle suit le déplacement de  $u_1$ ) puis revient en place jusqu'au découplage des oscillateurs et exhibe alors un comportement type « lâcher » très amorti.

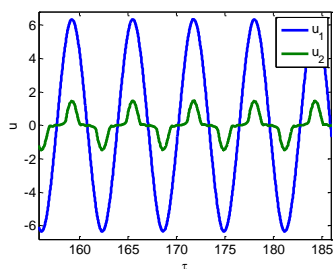


Figure 3. Réponse temporelle en position lorsque  $p_2=10$ ,  $\delta=5$  et  $\xi_{ec2}=0.1$

La Figure 4, représente la réponse fréquentielle en terme de puissance du récupérateur avec butées actives ( $p_2=10$ ,  $\delta=7$ ,  $\xi_{ec2}=0.1$ ) et sans butées ( $p_2=10$ ,  $\delta=7$ ,  $\xi_{ec2}=0.1$ ). Pour le cas  $\delta=7$ , on retrouve, pour le récupérateur principal, le comportement d'un récupérateur dont le déplacement est soumis à des butées (pic de résonance tronqué) ; pour le second récupérateur, il est engagé lorsque le premier entre en butée et on remarque un raidissement de sa réponse type « Duffing » [7]. Si  $\delta=15$ , on est dans le cas où le récupérateur principal n'atteint pas les butées, on retrouve alors la réponse d'un récupérateur à 1 degré de liberté seul.

Au niveau de la puissance totale récupérée ( $p_1+p_2$ ), on constate l'avantage apporté par les butées actives face au récupérateur soumis à des butées simples (courbe  $p_1$  avec  $\delta=7$ ) où la réponse fréquentielle est tronquée. Si on compare cette fois la puissance totale récupérée avec butées actives ( $\delta=7$ ) à celle du récupérateur dont le déplacement n'est pas limité ( $\delta=15$ ) on remarque que malgré un pic plus étroit, la puissance maximale est supérieure avec les butées actives.

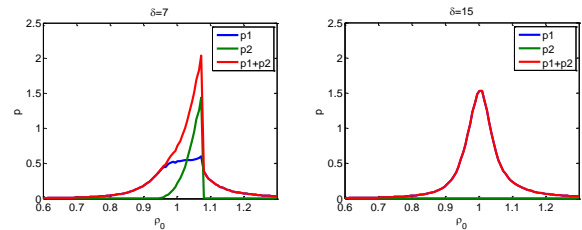


Figure 4. Réponses fréquentielles en puissance lorsque  $p_2=10$ ,  $\delta=(7,15)$  et  $\xi_{ec2}=0.1$

## Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence le fort potentiel d'un récupérateur d'énergie vibratoire équipé de butées actives par le biais d'un modèle discontinu. Après avoir optimisé le récupérateur principal, on s'est attaché sur le comportement des butées actives pour finir par une comparaison avec des récupérateurs sans butées. L'utilisation de butées actives apporte un avantage certain à condition de minimiser le coût supplémentaire qu'elles pourraient engendrer dans la pratique.

## Bibliographie

- [1] L. Battista, L. Mecozzi, S. Coppola, V. Vespini, S. Grilli, and P. Ferraro, "Graphene and carbon black nanocomposite polymer absorbers for a pyro-electric solar energy harvesting device based on LiNbO3 crystals," *Appl. Energy*, vol. 136, pp. 357–362, Dec. 2014.
- [2] P. Nintanavongsa, "A Survey on RF Energy Harvesting: Circuits and Protocols," *Energy Procedia*, vol. 56, pp. 414–422, 2014.
- [3] G. Ali, J. Wagner, D. Moline, and T. Schweisinger, "Energy harvesting from atmospheric variations – Theory and test," *Renew. Energy*, vol. 74, pp. 528–535, Feb. 2015.
- [4] S. Basrou and C. Jean-Mistral, *Récupération de l'énergie des vibrations mécaniques pour générer de l'électricité*. Ed. Techniques Ingénieur.
- [5] A. Harb, "Energy harvesting: State-of-the-art," *Renew. Energy*, vol. 36, no. 10, pp. 2641–2654, Oct. 2011.
- [6] M. A. Halim and J. Y. Park, "Theoretical modeling and analysis of mechanical impact driven and frequency up-converted piezoelectric energy harvester for low-frequency and wide-bandwidth operation," *Sens. Actuators Phys.*, vol. 208, pp. 56–65, Feb. 2014.
- [7] B. P. Mann and N. D. Sims, "Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation," *J. Sound Vib.*, vol. 319, no. 1–2, pp. 515–530, Jan. 2009.