

Approche par modes de flux de puissance pour la conception robuste d'interfaces de structures

T. Weisser^a, L.-O. Gonidou^b, E. Foltête^a, N. Bouhaddi^a

a. Institut FEMTO ST, Département Mécanique Appliquée, 24 rue de l'Épitaphe, 25030 BESANCON

b. Centre National d'Études Spatiales, Direction des Lanceurs, Rond-point de l'Espace - Courcouronnes, 91023 EVRY

Résumé :

Cette étude propose une procédure d'optimisation de la puissance dissipée aux jonctions entre différentes sous-structures par une méthode de modes de flux de puissance. Ceux-ci sont issus d'un problème aux valeurs propres associé à la minimisation d'un opérateur énergétique, nécessitant le calcul de la matrice de flexibilité dynamique, qui se révèle coûteux dans un contexte de conception robuste. On propose donc de coupler un algorithme génétique à une procédure de réanalyse approchée, afin de déterminer des valeurs des paramètres de jonctions à la fois optimales et robustes vis-à-vis des incertitudes.

Abstract :

A procedure based on a power flow mode theory is presented to optimize the power flow dissipated at the junctions between substructures. These modes are derived from an eigenproblem associated to the minimization of an energy operator requiring the computation of the dynamic flexibility matrix, which remains prohibitive in a robust design context. A genetic algorithm is thus coupled to an approximate reanalysis method to determine junction parameter values which are both optimal and robust with regard to uncertainties.

Mots clefs : Transferts vibratoires ; puissance dissipée ; optimisation robuste

1 Introduction

Les structures mécaniques complexes couramment rencontrées dans les domaines de l'aérospatiale ou de l'automobile résultent de l'assemblage de plusieurs sous-structures, possédant des propriétés différentes, reliées à leurs interfaces par différents types de jonctions. Leurs comportements dynamiques peuvent cependant se révéler très différents (*i.e.* souple, rigide), d'où la difficulté de déterminer la réponse de la structure globale. Il est ainsi nécessaire de disposer de méthodes de conception permettant d'isoler les composants sensibles (charge utile d'un lanceur) de leur environnement vibratoire (vibrations des boosters).

De nombreuses méthodes ont été développées pour traiter ce type de problèmes, leur applicabilité étant liée à la complexité de la structure étudiée et à l'intervalle fréquentiel considéré. L'approche retenue ici s'appuie sur les techniques d'analyse de flux de puissance, initialement introduites par Goyder et White [4, 3], dont le but est de minimiser et de contrôler la puissance transmise entre une source et ses structures adjacentes. En considérant la propriété d'égalité, en régime stationnaire, entre la puissance moyenne d'un système et l'énergie dissipée par son amortissement, Miller *et al* [6] ont proposé d'effectuer une analyse aux valeurs propres d'une matrice de puissance associée à l'interface afin de déterminer les bandes de fréquences et les combinaisons de modes pour lesquelles la jonction dissipe de la puissance. Su *et al* [8] ont ensuite exprimé la puissance dissipée en calculant les modes propres de la partie réelle de la matrice de mobilité. Ces résultats ont ensuite été développés et

synthétisés par Ji *et al* [5] dans une méthode d'analyse des modes de flux de puissance. Pour surmonter l'importante dépendance vis-à-vis des paramètres physiques du système, Xiong *et al* ont établi une approche complémentaire de modes de flux de puissance basée sur la matrice d'amortissement. Ils ont ainsi énoncé un ensemble de règles de conception permettant de contrôler les niveaux de puissance dissipée et leur répartition spatiale.

Cette étude présente une méthode de modes de flux de puissance basée sur l'analyse aux valeurs propres de la partie imaginaire de la matrice de flexibilité dynamique à l'interface. Les valeurs et vecteurs propres ainsi obtenus représentent, respectivement, un coefficient proportionnel à l'amplitude de la puissance dissipée et la direction des efforts propres associés. Indépendante des efforts extérieurs appliqués, cette base permet ensuite de caractériser les efforts réels d'interface par projection. On propose alors d'optimiser les paramètres de jonction, de manière robuste vis-à-vis des incertitudes, afin d'éviter le sous-espace d'efforts correspondant aux directions les plus dissipatives.

2 Modes propres de flux de puissance

La puissance complexe transmise à travers une interface discrète constituée de n degrés de liberté, soumise à une force harmonique, est définie par [2] :

$$P_c(\omega) = \frac{1}{2} f^H(\omega) v(\omega) \quad (1)$$

où $f \in \mathbb{C}^{(n,1)}$ et $v \in \mathbb{C}^{(n,1)}$ sont respectivement les vecteurs des amplitudes de l'effort et de la vitesse à l'interface. On introduit ici la matrice de flexibilité dynamique $\Gamma(\omega) = (-\omega^2 M + j\omega B + K)^{-1}$ afin d'exprimer la puissance moyenne dissipée $\overline{P_{diss}}$ en fonction des paramètres du système. En extrayant la partie réelle de cette équation, on obtient une expression de $\overline{P_{diss}}$ faisant intervenir la matrice $\Gamma_i(\omega) = \Im(\Gamma(\omega))$. On pondère alors cette grandeur par la norme au carré des forces d'interface afin d'obtenir un pseudo quotient de Rayleigh discrétisé :

$$Q(\omega) = -\frac{\omega}{2} \frac{f^H \Gamma_i(\omega) f}{f^H f} \quad (2)$$

Optimiser Q , à une fréquence ω donnée, conduit ainsi à différencier l'équation précédente par rapport aux efforts d'interface ce qui, d'après les propriétés de stationnarité du quotient de Rayleigh, revient à résoudre le problème aux valeurs propres équivalent suivant :

$$[\Gamma_i(\omega) - s_\nu I] f_\nu = 0 \quad ; \quad \nu = 1, \dots, n \quad (3)$$

On obtient finalement une matrice diagonale $S = \text{diag}(s_\nu) \in \mathbb{R}^{(n,n)}$, non définie positive, constituée des valeurs propres triées par ordre décroissant et une matrice $F = [f_1, \dots, f_n] \in \mathbb{R}^{(n,n)}$ orthogonale, constituée des efforts propres associés. Ces modes propres dépendent de la fréquence, mais non des efforts extérieurs appliqués et permettent de caractériser, qualitativement et quantitativement, la puissance dissipée à l'interface.

Etant donné que les efforts propres de la base F recouvrent, à une fréquence donnée, l'espace des chemins énergétiques associés à l'interface, il est possible de décomposer les efforts réels d'interface $f \in \mathbb{C}^{(n,1)}$ sous la forme,

$$f = F\alpha = \sum_{\nu=1}^n \alpha_\nu f_\nu \quad (4)$$

où les α_ν sont des coefficients complexes représentant la participation de chacun des efforts propres f_ν dans f . De plus, on constate en comparant les coefficients $|\alpha_\nu|$ qu'un sous-espace principal d'efforts propres se dégage : $[f_1, \dots, f_m] \subset F$, avec $m \ll n$. Ces grandeurs associées aux modes de flux de puissance permettent d'obtenir une expression de la puissance moyenne dissipée, à une fréquence donnée, associée à une configuration optimale des efforts d'interface, tronquée aux m premiers modes :

$$\overline{P_{diss}}(\omega) \approx -\frac{\omega}{2} \sum_{\nu=1}^{m \ll n} |\alpha_\nu|^2 s_\nu \quad (5)$$

La puissance moyenne dissipée est donc proportionnelle à la somme des puissances modales $P_\nu = |\alpha_\nu|^2 s_\nu$ dissipées par les n modes de flux de puissance indépendants.

3 Optimisation robuste par réanalyse approchée

Les problèmes d'optimisation rencontrés en conception robuste sont souvent qualifiés de multi-objectifs. Les fonctions coûts à minimiser sont de natures complexes (plusieurs extrema, non convexes,...) et souvent contradictoires. Il est donc nécessaire d'envisager des stratégies de résolution permettant d'arriver non pas à la solution optimale mais à un ensemble de solutions correspondant aux meilleurs compromis possibles parmi un ensemble de solutions potentielles.

Dans cette étude, on cherche tout d'abord à minimiser la puissance dissipée à l'interface, ce qui revient à minimiser la participation des chemins énergétiques associés au sous-espace principal des modes de flux de puissance. Ceux-ci étant caractérisés par les coefficients des puissances modales, on définit une première fonction coût g_c , sous la forme :

$$g_c = \max_{\omega \in [\omega_1 - \omega_2]} \left(\sum_{\nu=1}^{m \ll n} P_\nu(\omega) \right) \quad (6)$$

Un calcul préliminaire d'optimisation mono-objectif directe de g_c , non détaillé ici, a permis d'obtenir un premier ensemble de solutions. Une étude de robustesse *a posteriori* a montré une importante sensibilité aux incertitudes pouvant exister sur les paramètres de conception. Une telle procédure ne fournit cependant pas des solutions couvrant l'ensemble des compromis entre performance et robustesse. Pour pallier cette difficulté, on décide d'évaluer la dispersion associée à la fonction coût. Ainsi, Ait Brik *et al* ont proposé de prendre en compte la robustesse en ajoutant une fonction vulnérabilité, définie par :

$$g_v = \frac{\sigma_g}{\mu_g} \quad (7)$$

où σ_g et μ_g représentent respectivement l'écart type et la moyenne d'un échantillon représentatif d'une fonction g . Le problème d'optimisation multi-objectif robuste revient donc à minimiser simultanément la fonction objectif initiale et sa fonction vulnérabilité.

Le principal inconvénient réside ici dans l'important coût de calcul de la vulnérabilité. Celle-ci nécessite de résoudre, à chaque itération de l'algorithme d'optimisation, un nombre important de problèmes aux valeurs propres (équation 3). On choisit pour cela d'utiliser une méthode d'échantillonnage de type Latin Hypercube, afin de réduire les temps CPU. Le coût de calcul étant lié à la détermination de la matrice de flexibilité dynamique, on décide ensuite d'exprimer la matrice Γ_i par superposition modale :

$$\Gamma_i(\omega) \approx \Im \left(\Phi_1 [-\omega^2 \mu_1 + j\omega \beta_1 + \Lambda_1]^{-1} \Phi_1^T \right) \quad (8)$$

où $\Phi_1 \in \mathbb{R}^{(N,m)}$ représente la matrice modale tronquée, μ_1 , β_1 et Λ_1 les matrices modales de masse, d'amortissement et de raideur, toutes trois diagonales. On remarque cependant qu'une telle expression nécessite de recalculer, à chaque itération, la base modale du système perturbé. On propose donc d'utiliser une méthode de réanalyse approchée à l'aide d'une base robuste. On ajoute ainsi à la matrice Φ_1 les résidus statique R_Δ issus des forces F_Δ associées aux modifications structurales :

$$\Phi = [\Phi_1 R_\Delta] \quad ; \quad R_\Delta = [S F_\Delta - (\Phi_1 \Lambda_1^{-1} \Phi_1^T) F_\Delta]^\perp \quad (9)$$

où S représente la matrice de flexibilité (ou de pseudo-flexibilité) de la structure.

On décide enfin de résoudre ce problème multi-objectif par un algorithme génétique de type NSGA, qui utilise directement le concept de dominance au sens de Pareto pour classer, à chaque itération, les individus suivant des fronts, avant de les éliminer de la population [7, 1]. De telles solutions sont également dites "dominantes" : soient y et z deux vecteurs des n paramètres d'optimisation, solutions du problème d'optimisation, alors y domine z (noté $y > z$) si et seulement si,

$$\forall i \in [1, \dots, n] \mid g_i(y) \leq g_i(z) \quad \text{et} \quad \exists j \in [1, \dots, n] \mid g_j(y) < g_j(z) \quad (10)$$

Le but est finalement de trouver un ensemble de solutions aussi proches que possible des vraies solutions optimales au sens de Pareto, ce qui revient à converger le plus vite possible vers le front de Pareto et d'obtenir un ensemble de solutions très variées, réparties tout au long du front.

4 Application

4.1 Contexte

On propose d'appliquer la méthode exposée ci-dessus à une structure simple couplée, figure 1, représentant un modèle très simplifié et symétrisé de lanceur spatial. Celle-ci est constituée de deux poutres aux propriétés géométriques et matériaux différentes, reliées par des jonctions en raideur complètes (suivant T_x , T_y , et R_z). La sous-structure du booster est excitée en deux points par une force harmonique possédant une composante principale en phase suivant la direction O_y et une composante secondaire en opposition de phase suivant O_x . On considère ici un modèle d'amortissement proportionnel défini par $C = aK + bM$.

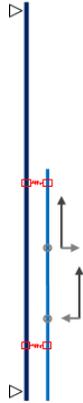


FIGURE 1 – Modèle simplifié de lanceur libre-libre

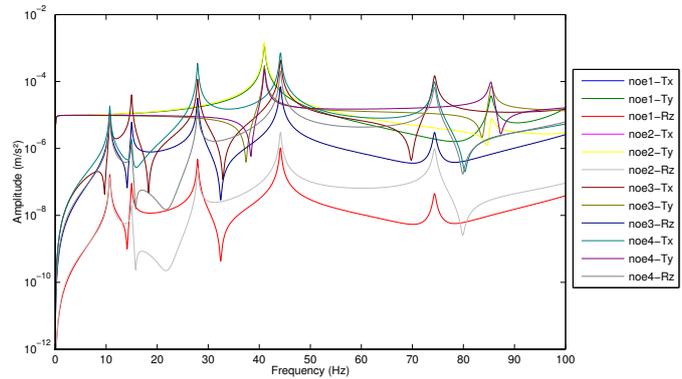


FIGURE 2 – Réponse harmonique en accélération aux nœuds d'interface

La réponse harmonique du système, figure 2, montre une excitation importante du mode de vibration situé à 28Hz , correspondant au premier mode de flexion du booster. Il en résulte un mouvement déphasé de part et d'autre de la jonction, transmettant des efforts au corps central. Le but est donc de minimiser la puissance dissipée sur l'intervalle $25 - 35\text{Hz}$ par rapport aux paramètres de raideur des jonctions.

4.2 Résultats

On visualise, figure 3, l'évolution des valeurs propres de flux de puissance en fonction de la fréquence : celles-ci sont bien négatives et admettent des résonances aux niveaux des fréquences des modes normaux de vibration. On constate la prédominance des modes 1, 2 et 4 (en bleu, vert et cyan) et on remarque la présence de croisements et de déviations impliquant un phénomène d'hybridation des efforts propres associés [9]. La figure 4 représente les coefficients de participation normés des puissances modales P_ν , générées par les efforts extérieurs appliqués. On note à nouveau qu'une part importante de la puissance dissipée est associée aux modes 1,2 et 4. Ces directions constituent donc un sous-espace principal d'efforts propres, qui dissipe plus de 80% du flux de puissance.

Une analyse de sensibilité est ensuite entreprise afin de déterminer les plages effectives de variation des raideurs. Celles-ci sont alors initialisées à $k_j = 1e10\text{N/m}$, pour un intervalle compris entre $1e8 - 1e12\text{N/m}$. On cherche alors à résoudre le problème d'optimisation multi-objectif robuste décrit ci-dessus à l'aide d'un algorithme génétique de type NSGA, pour une population initiale de 50 individus, une probabilité de croisement $p_c = 0.8$, une probabilité de mutation $p_m = 0.1$, et $\sigma = 0.2$ pour le paramètre de la fonction de niche. La fonction vulnérabilité est calculée à partir de 300 échantillons.

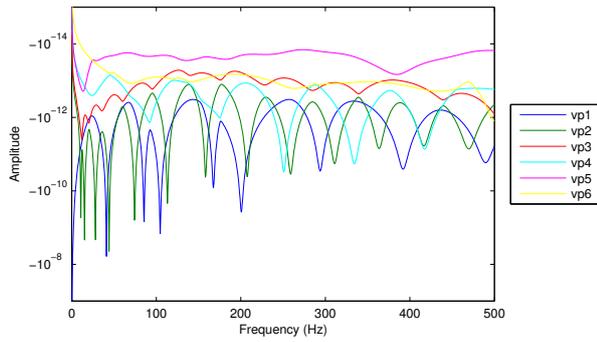


FIGURE 3 – Valeurs propres de flux de puissance

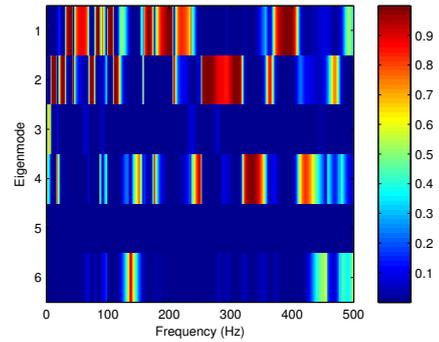


FIGURE 4 – Puissances modales normées

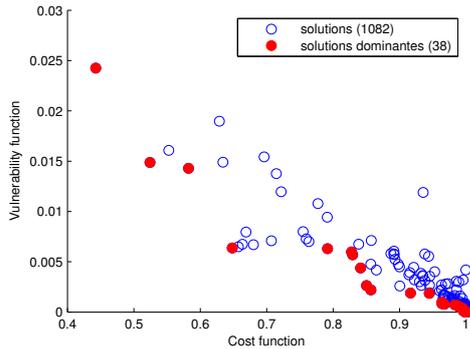


FIGURE 5 – Front de Pareto

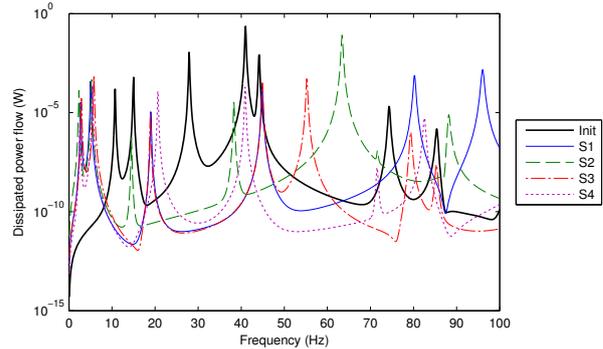


FIGURE 6 – Puissance dissipée optimisée

Le calcul ne converge cependant pas et est arrêté après 20 générations, pour un temps de calcul d'environ 28h.

La figure 5 illustre le front de Pareto obtenu. Celui-ci est peu fourni mais demeure relativement homogène. On note un nombre important de solutions peu performantes et robustes. A l'inverse, peu de solutions très performantes ont été trouvées ($g_c < 0.6$). On donne, tableau 1, les paramètres associés à trois points du front. On constate que certaines ont été stoppées par les bornes des intervalles, empêchant la poursuite de l'optimisation dans ces directions. Il revient ensuite au concepteur de choisir la solution finale et donc le compromis entre performance et robustesse recherché.

TABLE 1 – Solutions retenues du front de Pareto

	Nœud 1			Nœud 2			g_c (%)	g_v (%)
	T_x	T_y	R_z	T_x	T_y	R_z		
1	5,3e8	3,8e11	6,8e9	1e8	7,1e10	1e12	44	2,42
2	9,9e8	3,1e10	6,7e9	1e8	2,6e10	7e8	52	1,49
3	9,7e8	4,9e11	1,8e8	1e8	4,1e8	1e12	58	1,43
4	3,7e8	4,9e11	1e12	1e8	5,3e11	3,8e8	65	0,63

On visualise enfin, figure 6, l'impact de la procédure d'optimisation sur la puissance totale dissipée, qui est en effet bien minimisée aux alentours de 28Hz. La résonance de flux de puissance initialement présente a été décalée vers les basses fréquences. On souligne que le classement des solutions suivant leur fonction coût ne semble pas respecté : la solution 2 semble moins atténuée que les solutions suivantes. Cependant, cette minimisation locale a également entraînée des modifications en dehors de l'intervalle considéré. Il pourrait alors être nécessaire d'introduire des contraintes liées au déplacement des autres fréquences de résonance afin d'éviter des comportements dégradés de la structure.

5 Conclusion

La méthode de modes de flux de puissance présentée dans cette étude a permis de caractériser les efforts de jonction entre différentes sous-structures. Elle est basée sur la minimisation de la puissance moyenne dissipée à l'interface, qui revient à déterminer, à une fréquence donnée, les modes propres de la partie imaginaire de la matrice de flexibilité dynamique à l'interface. Ces valeurs propres et efforts propres sont des grandeurs quantitatives et qualitatives représentant l'amplitude du flux de puissance et les directions des efforts associés. Ils permettent ainsi de calculer des coefficients de participation des puissances modales et d'identifier un sous-espace principal des modes de flux de puissance.

Une fonction coût est alors élaborée dans le but de minimiser la puissance dissipée par rapport aux paramètres de raideur de jonction. Afin de rechercher des solutions performantes et robustes, l'ajout d'une fonction vulnérabilité a été proposée. Une procédure de réanalyse approchée a été employée afin d'en limiter le coût de calcul. Ce problème d'optimisation multi-objectif a ensuite été résolu par un algorithme génétique de type NSGA. Il a été montré que l'ensemble des solutions finalement obtenues décrit un front de Pareto et que celles-ci minimisent bien la puissance dissipée sur l'intervalle d'étude.

Les travaux en cours visent tout d'abord à ajuster les paramètres de l'algorithme de résolution afin de dégager des ensembles de solutions plus fournis. Cette approche sera finalement complétée par une comparaison par rapport à une étude de robustesse *a posteriori* à l'aide d'une méthode de type *info-gap*.

Remerciements

Ces travaux sont financés par la Sous-Direction Préparation du Futur - Recherche et Technologie du Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) - Direction des Lanceurs, Evry.

Références

- [1] B. Ait-Brik. *Méthodologies de conception robuste et d'optimisation dans un contexte de conception d'architectures mécaniques nouvelles en avant-projet*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, Besançon, France, 2005.
- [2] L. Cremer, M. Heckl, and B.A.T. Petersson. *Structure-borne sound*. Springer Verlag, Berlin, 3^e édition, 2005.
- [3] H.G.D. Goyder and R.G. White. Vibrational power flow from machines into built-up structures, part ii : Wave propagation and power flow in beam-stiffened plates. *Journal of Sound and Vibration*, 68(1) :77 – 96, 1980.
- [4] H.G.D. Goyder and R.G. White. Vibrational power flow from machines into built-up structures, part iii : Power flow through isolation systems. *Journal of Sound and Vibration*, 68(1) :97 – 117, 1980.
- [5] L. Ji, B.R. Mace, and R.J. Pinnington. A power mode approach to estimating vibrational power transmitted by multiple sources. *Journal of Sound and Vibration*, 265(2) :387 – 399, 2003.
- [6] D.W. Miller, S.R. Hall, and A.H. von Flotow. Optimal control of power flow at structural junctions. *Journal of Sound and Vibration*, 140(3) :475 – 497, 1990.
- [7] N. Srinivas and K. Deb. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2(3) :221–248, 1994.
- [8] J. Su, A.T. Moorhouse, and B.M. Gibbs. Towards a practical characterization for structure-borne sound sources based on mobility techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 185(4) :737 – 741, 1995.
- [9] T. Weisser, L.-O. Gonidou, E. Foltête, and N. Bouhaddi. Optimization of substructure dynamic interface forces by an energetic approach. *Proceedings of the IMAC-XXVIII*, 2010.