

# Calcul du rayonnement acoustique des transducteurs capacitifs ultrasonores micro-usinés

Marc Berthillier<sup>a</sup>, David Renault<sup>b</sup>, Olivia Arbey<sup>a</sup>, Patrice Le Moal<sup>a</sup>, Joseph Lardiès<sup>a</sup>

a. Institut FEMTO ST, Départ. Méc'Appli, 24 rue de l'Épitaphe, 25030 BESANCON

b. O.De.Sim, 1 vallon fleuri, 25660 MORRE

## Résumé :

*Les transducteurs ultrasonores capacitifs micro-usinés (CMUT) sont une alternative prometteuse aux transducteurs ultrasonores piézo-électriques. Ils sont constitués d'un très grand nombre de micro-membranes organisées en réseau et actionnées électrostatiquement. Nous proposons une méthode de calcul originale permettant de déterminer la pression acoustique émise par le réseau en prenant en compte explicitement la dynamique de chaque micro-membrane. La déformée dynamique de chaque membrane a été projetée sur base modale et l'intégrale de Rayleigh a été utilisée pour le rayonnement acoustique. La méthode a été programmée pour des membranes circulaires et a été appliquée à un réseau de 300 cellules. Elle permet notamment de se rendre compte des effets de bord et des forts couplages entre cellules liés aux modes de réseau.*

## Abstract :

*The Capacitive Micromachined Ultrasound Transducers (CMUT) is a promising alternative to piezoelectric ultrasound transducers. They are constituted by a very large number of micro-membranes organized in network and electrostatically actuated. We propose an original method of calculation, allowing to determine the acoustic pressure emitted by the network by taking into account explicitly the dynamics of every micro-membrane. The dynamic displacement of membranes is decomposed on a mechanical modal base and the acoustic radiation pressures are computed via the Rayleigh integral. The method was programmed for circular membranes and applied successfully to a network of 300 cells. Side effects and strong couplings between cells due to network modes, are clearly brought to light.*

**Mots clefs :** CMUT ; Réseaux acoustiques ; MEMS

## 1 Introduction

Les CMUT sont des transducteurs ultrasonores capacitifs micro-usinés. Ils suscitent un intérêt croissant pour l'imagerie ultrasonore. Par rapport aux transducteurs piézo-électriques, ils présentent l'avantage d'avoir une bande passante élevée et de pouvoir être intégrés dans des sondes de petites dimensions. Le calcul du champ de pression rayonné par un CMUT comprenant un grand nombre de cellules est encore un problème ouvert. La mise en oeuvre d'outils de simulation commerciaux utilisant les éléments finis est couramment utilisée pour simuler la pression émise par une cellule élémentaire, mais conduit à des temps de calculs prohibitifs pour des réseaux comportant un grand nombre de cellules. Pour cette raison de nombreux modèles approchés ont été développés. Les plus simples comme [3] sont construits à partir de modèles analytiques de piston et des conditions de couplage rudimentaires. L'utilisation de conditions de périodicité introduites dans [1] n'est exacte que pour les réseaux infinis. D'autres modèles comme [5] et [4] tiennent compte des interactions entre cellules avec des hypothèses simplificatrices variées.

Nous proposons ici d'écrire le problème de couplage acoustique entre cellules de manière exacte, projeté sur la base des modes propres mécaniques. La seule approximation résulte donc de la troncature modale

que l'on fait en pratique. Nous avons mis en oeuvre cette méthode pour des cellules circulaires dont les modes propres sont connus analytiquement. Nous commencerons donc dans ce papier par présenter étape par étape la modélisation développée. Nous présenterons ensuite les résultats obtenus pour un réseau de 300 cellules.

## 2 Paramètres géométriques

Une cellule est constituée d'une plaque mince, appelée membrane, fermant une cavité vide d'air. Dans toute la suite, on considèrera des plaques circulaires encastrées sur leur pourtour. Pour actionner la plaque on dépose une électrode conductrice au fond de la cavité et une autre sur la plaque. Lorsque la plaque est suffisamment conductrice, l'électrode supérieure n'est pas nécessaire. L'électrode inférieure peut être recouverte d'une couche d'isolant électrique permettant à la plaque de venir toucher le fond sans court circuit. Les paramètres géométriques retenus sont représentés sur la figure 1 dont les dimensions horizontales ont été divisées par un facteur 10. La position d'un point courant sur la fibre neutre de la plaque sera repéré par ses coordonnées  $(r, \theta)$  dans un repère cylindrique dont l'origine est au centre de la plaque.

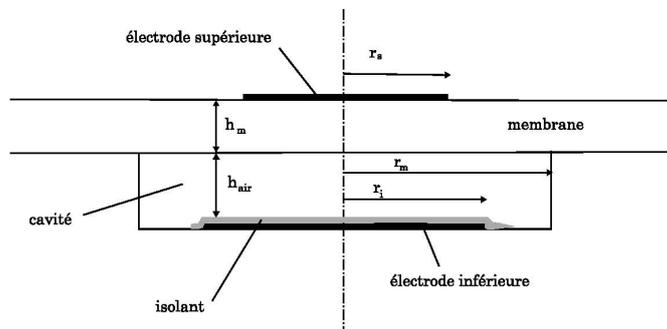


FIG. 1 – Coupe d'une cellule

$r_m$ : rayon de la membrane	$h_m$ : épaisseur de la membrane
$r_i$ : rayon de l'électrode inférieure	$h_{air}$ : épaisseur d'air/vide, membrane non déformée
$r_s$ : rayon de l'électrode supérieure	$h_{iso}$ : épaisseur d'isolant sur l'électrode inférieure

Le réseau est composé d'éléments comportant chacun un certain nombre de cellules identiques soumises à la même tension. Les éléments peuvent être disposés selon un réseau rectangulaire, circulaire ou autre. En général, les éléments sont soumis à des tensions de même amplitude mais déphasées, ce qui permet d'orienter l'émission des ondes acoustiques.

## 3 Modélisation mécanique

On suppose que la membrane a un comportement élastique linéaire et qu'elle est encastrée sur son pourtour. L'élasticité de la structure supportant la membrane n'est pas prise en compte.

Le déplacement dynamique  $w(r, \theta, t)$  d'un point de la fibre neutre de la membrane est décomposé sur la base des  $M$  premiers modes propres selon :

$$w(r, \theta, t) = \sum_{k=0}^M \varphi_k(r, \theta) q_k(t) \quad (1)$$

où :

- $\varphi_k(r, \theta)$  est la déformée modale numéro  $k$ , de la membrane encastrée à sa périphérie, associée à la fréquence propre  $f_k$ .
- $q_k(t)$  est l'amplitude modale du mode  $k$

Pour une plaque circulaire encastrée, d'épaisseur constante, les déformées modales et les fréquences propres sont connues analytiquement [2].

## 4 Modélisation des efforts électrostatiques

La force électrostatique sur une surface élémentaire  $dS$  d'électrode s'écrit :

$$dF(r, \theta, t) = \frac{\varepsilon_0 U(t)^2}{2(h_{gap} - w_{tot}(r, \theta, t))^2} dS \quad (2)$$

Si on suppose une tension harmonique de la forme  $U(t) = U_{dc} + U_{ac} \cos(\omega t)$  avec  $U_{ac} \ll U_{dc}$  et un déplacement  $w_{tot}(t) = w_{dc} + w(t)$ , la force linéarisée autour de la position  $w_{dc}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} dF(r, \theta, t) &= \frac{\varepsilon_0 U_{dc}^2}{2} \left[ \frac{1}{(h_{gap} - w_{dc}(r, \theta))^2} dS \right] + \varepsilon_0 U_{dc}^2 \left[ \frac{w(r, \theta, t)}{(h_{gap} - w_{dc}(r, \theta))^3} dS \right] \\ &+ \varepsilon_0 U_{dc} U_{ac} \left[ \frac{1}{(h_{gap} - w_{dc}(r, \theta))^2} dS \right] \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Le premier terme de cette somme est non linéaire et représente la partie statique de l'excitation. Les deux autres représentent l'expression linéarisée de l'excitation dynamique élémentaire  $dF_{dyn}(r, \theta, t)$ . La force électrique modale qui s'applique sur le mode  $\varphi_p$  s'obtient par  $f_{elec,p} = \int_{S_m} \varphi_p(r, \theta) dF_{dyn}(r, \theta, t)$  où  $S_m$  est la surface de la membrane. En développant  $w(r, \theta, t)$  selon (1) et en considérant une réponse harmonique avec  $q_k(t) = Re [Q_k(\omega) e^{j\omega t}]$ , et  $f_{elec,p}(t) = Re [F_{elec,p}(\omega) e^{j\omega t}]$ , il vient :

$$\begin{aligned} F_{elec,p}(\omega) &= \varepsilon_0 U_{dc}^2 \sum_{k=1}^M \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m} \frac{\varphi_p(r, \theta) \varphi_k(r, \theta)}{(h_{gap} - w_{dc}(r, \theta))^3} r dr d\theta \right] Q_k(\omega) \\ &+ \varepsilon_0 U_{dc} U_{ac} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m} \frac{\varphi_p(r, \theta)}{(h_{gap} - w_{dc}(r, \theta))^2} r dr d\theta \right] \end{aligned} \quad (3)$$

## 5 Modélisation acoustique

Puisque la membrane est une plaque plane bafflée, la pression rayonnée au point M de coordonnées  $\overrightarrow{OM} = \mathbf{r}$ , s'exprime dans le domaine fréquentiel, par l'intégrale de Rayleigh :

$$P(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \int_{S_m} \frac{V(\mathbf{r}', \omega) e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' \quad (4)$$

où

- $P(\mathbf{r}, \omega)$  est l'amplitude complexe de la pression, selon  $p(\mathbf{r}, t) = Re [P(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t}]$
- $\mathbf{r}' = \overrightarrow{OM}'$  sont les coordonnées d'un point courant M' de la plaque
- $V(\mathbf{r}', \omega)$  est l'amplitude complexe de la vitesse normale à la plaque au point M'.  $V(\mathbf{r}', \omega) = j\omega W(\mathbf{r}', \omega)$ , où  $W(\mathbf{r}', \omega)$  est l'amplitude complexe du déplacement normal de la plaque avec  $w(\mathbf{r}', t) = Re [W(\mathbf{r}', \omega) e^{j\omega t}]$
- $\rho_0$  est la masse volumique du fluide et  $k$  est le nombre d'onde associé à la pulsation  $\omega$

Comme la cavité interne est sous vide, aucune pression ne s'exerce sur la membrane de ce côté. La force acoustique modale, qui s'applique sur le mode  $\varphi_p$ , s'exprime dans le domaine fréquentiel par :

$$F_{acoust,p}(\omega) = \int_{S_m} \varphi_p(\mathbf{r}) P(\mathbf{r}, \omega) dS \quad (5)$$

En utilisant le développement modal de  $w(\mathbf{r}', t)$  et l'expression (4), on obtient :

$$F_{acoust,p}(\omega) = \frac{-\omega^2 \rho_0}{2\pi} \sum_{k=1}^M \left[ \int_{S_m} \varphi_p(\mathbf{r}) \left( \int_{S_m} \frac{\varphi_k(\mathbf{r}') e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' \right) dS \right] Q_k(\omega) \quad (6)$$

La formulation précédente se généralise, sans peine, pour exprimer la pression sur une membrane due aux mouvements des autres membranes.

## 6 Modèle couplé du réseau

On considère un réseau comprenant  $N$  membranes qui peuvent a priori être toutes différentes. Le déplacement de chaque membrane est représentée par  $M$  modes propres. L'équation d'équilibre dynamique des membranes du réseau soumises aux forces mécaniques, électrostatiques et acoustiques, est représentée dans le domaine fréquentiel, pour les coordonnées modales, par le système matriciel suivant :

$$\left( -\omega^2 [M] + j\omega [C] + [K] - [K_{elec}] + \frac{\omega^2 \rho_0}{2\pi} [A(\omega)] \right) \{Q\} = \{F\} \quad (7)$$

où :

- $\{Q\}$  est le vecteur à  $M \times N$  composantes correspondant aux coordonnées modales de toutes les membranes du réseau.
- $\{F\}$  est le vecteur à  $M \times N$  composantes des excitations électrostatiques modales. Le terme d'excitation électrostatique du mode  $p$  de la membrane  $i$  s'écrit :

$$F_p^i = \varepsilon_0 U_{dc} U_{ac} \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m^i} \frac{\varphi_p^i(r, \theta)}{(h_{gap}^i - w_{dc}^i(r, \theta))^2} r dr d\theta \right] \quad (8)$$

- Les matrices  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$  de taille  $MN \times MN$  représentent respectivement les matrices de masse, d'amortissement visqueux et de raideur structurelle. Elles sont diagonales avec comme termes les masses, amortissements et raideurs modales associée aux coordonnées  $Q_p^i$ .
- la matrice  $[K_{elec}]$  est la matrice d'assouplissement électrostatique. Elle est diagonale par blocs de taille  $M \times M$ . Chaque bloc correspond aux termes s'appliquant sur une seule cellule. Pour la membrane  $i$ , le terme générique de couplage entre les modes  $p$  et  $k$  s'écrit :

$$k_{elec,p,k}^i = \varepsilon_0 U_{dc}^2 \left[ \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m^i} \frac{\varphi_p^i(r, \theta) \varphi_k^i(r, \theta)}{(h_{gap}^i - w_{dc}^i(r, \theta))^3} r dr d\theta \right] \quad (9)$$

- la matrice  $[A(\omega)]$  des couplages acoustiques est a priori pleine. L'effort acoustique s'exerçant sur le mode  $p$  de la membrane  $j$ , dû à un déplacement unitaire du mode  $k$  de la membrane  $i$ , noté  $a_{p,k}^{j,i}(\omega)$ , s'exprime par :

$$a_{p,k}^{j,i}(\omega) = \left[ \int_{S_m^j} \varphi_p^j(\mathbf{r}) \left( \int_{S_m^i} \frac{\varphi_k^i(\mathbf{r}') e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' \right) dS \right] \quad (10)$$

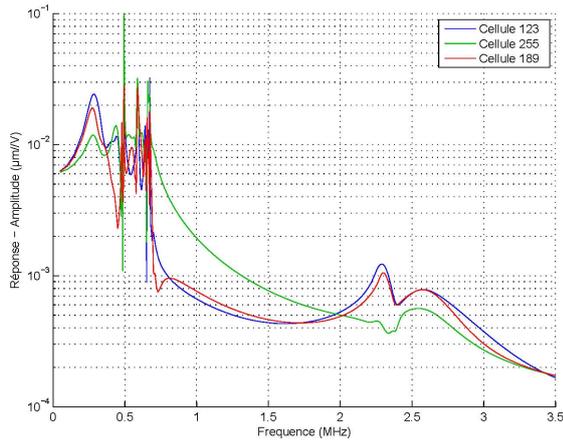
En pratique, on réduit le nombre de termes de couplage à calculer, en choisissant un rayon d'interaction entre cellules au delà duquel on considère que les coefficients de couplage acoustique sont nuls.

Les différentes intégrales sont approximées numériquement en découpant la surface des membranes en petits éléments de surface élémentaire.  $\{F\}$  étant connu, le vecteur des déplacements modaux  $\{Q\}$  est déterminé pour chaque fréquence par inversion du système (7).

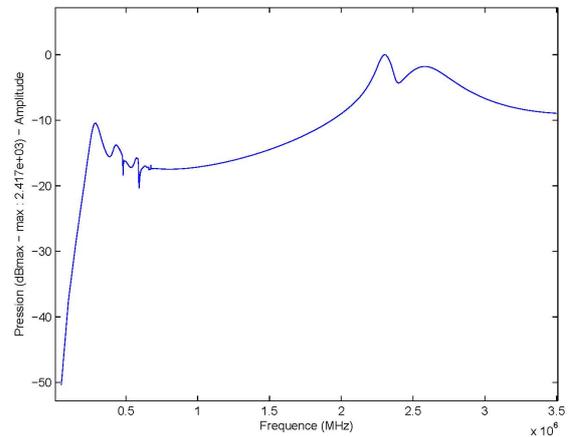
## 7 Simulations pour une réseau de 300 cellules

On considère un réseau de 6 éléments rectangulaires comprenant chacun  $5 \times 10$  cellules et émettant dans l'eau. Les cellules sont constituées de membranes circulaires en silicium conducteur de rayon  $r_m = 50 \mu m$  et d'épaisseur  $h_m = 1.5 \mu m$ . La hauteur du jeu entre électrodes est de  $h_{air} = 1 \mu m$  et l'électrode inférieure, qui n'est pas recouverte d'isolant, a un rayon  $r_i = 50 \mu m$ . Enfin la distance entre deux membranes adjacentes est de  $20 \mu m$ . La tension d'instabilité calculée est de 160 Volts. Dans toute la suite, on a pris une tension  $U_{dc}$  égale à 144 Volts soit 90% de la tension d'instabilité. La fréquence du premier mode de membrane vaut respectivement 2.484 MHz dans le vide, 1.917 MHz dans le vide avec assouplissement électrostatique et 604 MHz dans l'eau avec assouplissement électrostatique. La fréquence du second mode de membrane vaut 5.170 MHz dans le vide. Pour le calcul du réseau, on a considéré les trois premières déformées modales de chaque cellule. Les couplages ont été calculés, dans

un rayon de 1 mm autour de chaque membrane. Un amortissement modal de facteur de surtension égal à 10 a été considéré pour tous les modes. On a appliqué une tension de 1V, avec un déphasage de  $36^\circ$  entre éléments. La figure (2) donne le déplacement au centre de trois membranes quelconques et la pression au droit du CMUT entre 50 kHz et 3.5 MHz. Les déplacements compris entre 250 kHz et 680 kHz font participer de nombreux modes de réseau composés à partir du premier mode de membrane. On a constaté que les pics étroits correspondaient à des déformées complexes sur le réseau. On peut le voir sur les déformées à la fréquence de 495 kHz qui correspond au pic d'amplitude maximale. La bosse autour de 2.3 MHz fait participer la déformée du second mode de membrane, avec une organisation sur le réseau beaucoup plus régulière, comme on peut le constater sur les déformées à 2.3 MHz. Enfin des diagrammes de directivité de l'émission acoustique sont tracés pour 495 kHz et 2.3 MHz.

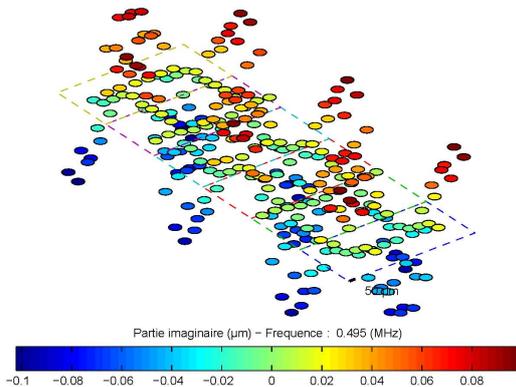


(a) Déplacement au centre de trois cellules

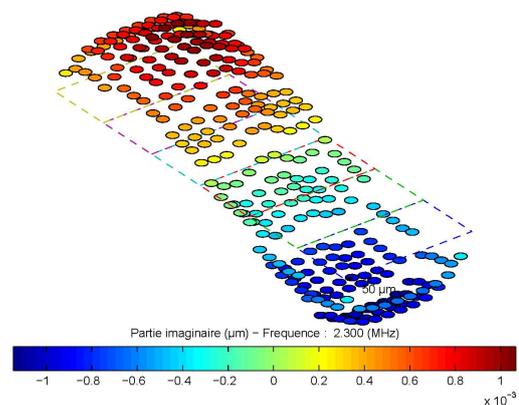


(b) Pression rayonnée au droit du CMUT

FIG. 2 – Réponses en fréquence



(a) Déplacement instantané à 495 kHz



(b) Déplacement instantané à 2.3 MHz

FIG. 3 – Déplacement au centre des cellules représenté en mode piston

## 8 Conclusions

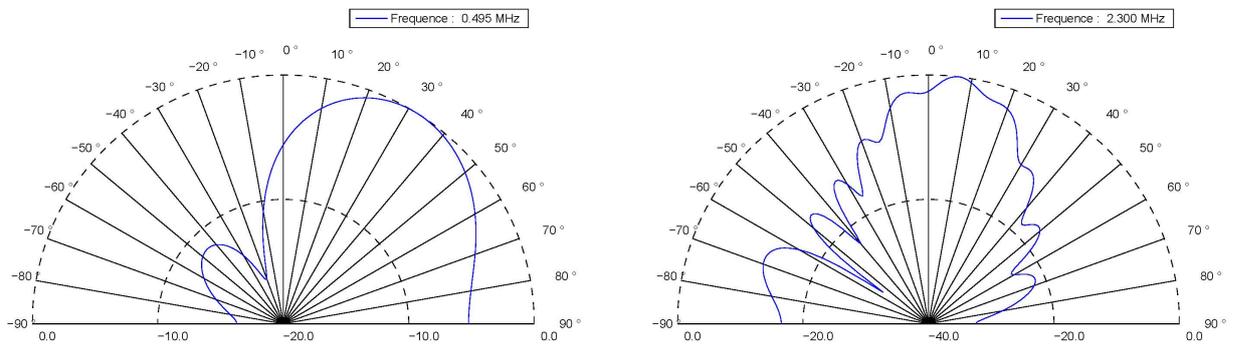
Nous avons proposé un modèle qui permet de simuler avec des temps de calcul raisonnables le comportement de réseaux CMUT de grande taille. La plupart des effets physiques sont pris en compte dans le modèle. Les seules approximations viennent de la linéarisation des équations, des couplages



(a) Déformée instantanée à 495 kHz

(b) Déformée instantanée à 2.3 MHz

FIG. 4 – Zoom des déformées sur une partie du réseau



(a) directivité à 495 kHz

(b) directivité à 2.3 MHz

FIG. 5 – Diagrammes de directivité de l'émission acoustique

mécaniques négligés, de la troncature modale et des interactions acoustiques limitées aux termes les plus proches. Néanmoins les simulations réalisées mettent clairement en évidence la participation des modes de réseau à la réponse et les effets de bord. Nous pensons que ce type de modèle devrait permettre, dans un avenir proche, de beaucoup mieux comprendre le comportement réel des CMUTs. Cette étape est cruciale pour l'optimisation de dispositifs opérationnels.

## Références

- [1] Ballandras, S., Wilm, M., Daniau, W. 2005 Periodic finite element/boundary element modeling of capacitive micromachined ultrasonic transducer *Journal of Applied Physics* Vol. 97,(5), p1, 2005
- [2] Leissa, A. 1993 Vibration of plates. Acoustical Society of America, pp 7-8, 1993
- [3] Lohfink, A., Eccardt, P-C. 2005 Linear and Nonlinear Equivalent Circuit Modeling of CMUTs. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. Vol. 52, No. 12, Decembre 2005
- [4] Meynier, C., Teston, F., Certon, D. 2010 A multiscale model for array of capacitive micromachined ultrasonic transducers. *J. Acoust. Soc. Am.* **128** (5), pp 2549-2561, November 2010
- [5] Ronnekleiv, A., 2005 CMUT Array modelling through free acoustic CMUT modes and analysis of the fluid CMUT interface through Fourier transform methods. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. Vol. 52, No. 12, pp 2173-2184, Decembre 2005