

# **D'une Esthétique Analytique vers une Ethique Architectonique au service des Fondements de la Physique**

**N. DAHER**

Institut FEMTO-ST, CNRS, Université de Franche Comté, Besançon

## **Résumé**

Dans le domaine physique qu'est la dynamique, les principes leibniziens de raison suffisante et de plénitude peuvent être combinés aux principes physiques de relativité et de conservation. Cela permet de formaliser les mondes « compossibles » (physiquement admissibles), d'introduire les points de vue appropriés sur chaque monde et de transcender ainsi l'approche de Huygens, mais aussi de Newton, Lagrange, Einstein et d'autres, limitées chacune à un monde décrit au travers d'un point de vue. Ce passage de l'un au multiple – où l'individuel découle du relationnel et l'esthétique analytique de l'éthique architectonique – correspond à un changement radical de méthodologie scientifique : les approches analytiques, quantitatives et exclusives vont céder la place à une approche architectonique, qualitative et inclusive qui se quantifie de l'intérieur, par auto-organisation. Cette architectonique conduit à un cadre formel « hors points de vue », capable d'engendrer divers mondes et de multiples points de vue, y compris ceux développés au cours de l'histoire scientifique.

## **Première partie**

### **Esthétique et éthique, justesse et justice**

Depuis la révolution scientifique du 17<sup>ème</sup> siècle, le fondement de la physique et son horizon correspondent à la démarche analytique, initiée par Descartes avec son critère d'évidence. Cette voie a été poursuivie formellement par Lagrange (avec la mécanique analytique, qualifiée de belle et élégante) et justifiée conceptuellement par Kant (avec les formes a priori de la sensibilité : esthétique transcendantale). Une scission s'est introduite entre l'éthique et l'esthétique, l'esthétique étant la seule à contribuer au développement scientifique – l'éthique n'apparaissant qu'ultérieurement pour juger l'intérêt (ou le danger) pour l'humanité de telle ou telle application. Ce paradigme esthétique, séducteur et réducteur avait été critiqué par Leibniz pour sa violation de ses principes de raison suffisante et de plénitude.

Pour Leibniz, une science « juste » doit, dans une même pensée « architectonique », opposée à « analytique », allier justice et justesse, valeurs et faits, éthique et esthétique, essence et existence. Cette attitude exigeante a été considérée, à tort, comme étant formellement non constructible et donc sans intérêt pour la science positive. La démarche analytique s'est largement développée, exploitant divers points de vue, fondés sur des formalismes mathématiques bien identifiés (calcul variationnel, géométrie, théorie des groupes...). Quant à la démarche architectonique qui relève d'un cadre « hors points de vue », susceptible d'en engendrer une infinité, elle fut rejetée, sa possible formalisation n'ayant pas été prouvée (éprouvée). L'absence de preuve n'étant pas une preuve d'absence, nous avons choisi de renouer avec la vision leibnizienne – ne serait-ce que pour éviter le relativisme cognitif qui touche divers secteurs des activités humaines, y compris la physique.

### **Architectonique et principes de raison suffisante et de plénitude**

Le cadre architectonique est fondé sur les principes – métaphysiques mais aussi éthiques – de raison suffisante et de plénitude. Le principe de raison suffisante va conduire à une mathématisation qualitative pour contrer tout égo qui voudrait imposer son point de vue. Le principe de plénitude va mobiliser une logique infiniment inclusive pour accueillir, au-delà de l'ensemble des mondes compossibles, une infinité potentielle de points de vue sur chaque monde. « *Toutes les logiques que nous avons eues jusqu'ici sont à peine l'ombre de ce que je souhaite et que je vois comme de loin* », écrit-Leibniz (Bouquiaux 1994).

Le principe de raison suffisante reflète une réelle humilité, en niant tout perspectivisme égocentrique et fini, imposé par des raisons insuffisantes (apriorisme, esthétisme, volontarisme, conventionnalisme...). Quant au principe de plénitude, il est d'une générosité illimitée, permettant d'accueillir tout le « compossible » et le non contradictoire, ouvrant ainsi sur une infinité de points de vue. Et c'est pourquoi on n'a pas hésité à évoquer le « mysticisme rationnel » de Leibniz, le « moi » (réducteur et générateur de subjectivité) étant aboli pour que nul point de vue (ou monde) ne soit négligé, sinon ceux incompatibles avec les principes premiers [ici, les principes de relativité et de conservation, à la base de la dynamique, colonne vertébrale de la physique].

### **De la nature « naturée » à la nature « naturante »**

Contrairement à la démarche analytique, l'approche architectonique ne se contente pas de la nature « naturée » (suivant la formulation spinoziste) : elle vise aussi (et surtout) la nature « naturante ». Elle relève d'une philosophie relationnelle, en mesure de produire des processus collectifs d'individuation dans la Nature, alors que la philosophie mécaniste se les donne a priori et individuellement. Cette philosophie exigeante n'accepte pas de différences toutes faites en l'Être, mais entend montrer comment il en procède lui-même en son propre intérieur.

Toutes les démarches analytiques se mettent au service d'intérêts particuliers, ne saisissant chacune qu'un point de vue, une modalité existentielle purement utilitaire. Malgré cette insuffisance patente, la physique (théorique et mathématique) s'est empressée d'en faire des prédicats de l'être et l'horizon indépassable de la pensée scientifique. Elevées ainsi au rang de principes premiers, ces méthodes analytiques (fondées sur une illusion esthétique) constituent un poison mortel à la pensée. Il importe donc de remonter à la source qui ne relève ni d'une modalité existentielle ni d'une forme esthétique mais qui se rapporte aux dimensions supérieures : essentielle et éthique.

Ayant l'esthétique pour fondement – sous diverses formes (critère d'évidence de Descartes et celui du « simple et beau » de Lagrange, esthétique transcendantale et apriorisme de Kant, libre création de concepts d'Einstein, conventionnalisme de Poincaré, « générativité mathématique »...) – l'idéal analytique n'est, selon Leibniz, qu'une idole, à laquelle l'humanité offre en sacrifice ses enfants les plus doués et les plus intelligents. Il faut repenser, réexaminer et corriger cet idéal sans renoncer à la merveilleuse (et déraisonnable) efficacité pratique que fournit la logique-mathématique dans l'exploration du réel. Il va falloir inventer un autre langage, aussi cohérent et consistant que celui de la logique-mathématique mais plus puissant, capable de discernement : certains théorèmes, déguisés en principes fondateurs, ne doivent pas être placés (en l'absence d'un cadre formel approprié permettant de découvrir leur vrai visage) sur un même plan ontologique que les vrais principes.

Ce sont précisément les principes de raison suffisante et de plénitude qui vont révéler la vraie nature de ces « principes » (moindre action, puissances virtuelles...) qui s'avèrent être de simples théorèmes. Pour cela, le langage fondateur et premier ne doit être ni exclusif ni réducteur, et encore moins utilitaire et séducteur. Il ne faut pas succomber à l'attrait du critère esthétique du « simple et beau », élevé, à tort, au rang de principe, alors qu'il peut être déduit d'un critère éthique associé à une pensée exigeante d'une grande richesse, exprimée formellement par un cadre qualitatif, infiniment inclusif et arborescent (qualifié ici de « complexe et sublime » par opposition au « simple et beau »). Le « complexe et sublime », premier et fondateur, va donner naissance au « simple et beau », dans ses différentes formes, par une procédure d'auto-organisation infinie, suivie d'un mécanisme mathématique de tri, générateur de structures et propriétés singulières, remarquables et opérationnelles.

Nietzsche, s'inspirant de Spinoza et de Leibniz, affirme qu'une idéologie contre-nature est à l'œuvre, avec les caractères utilitaire, réducteur et séducteur (humains trop humains disait-il), qui sous-tendent la démarche scientifique usuellement pratiquée. Pour elle, une forme de vie médiocre, laxiste et subjective travaille pour imposer son hégémonie et sa domination universelle. A l'époque moderne, c'est le logicien Kurt Gödel qui se réclame explicitement de Leibniz, pour affirmer que la recherche d'une procédure non mécanique destinée à une transformation totale de notre culture et de notre façon de penser est souhaitable pour élever l'homme et inaugurer le début d'une nouvelle ère. Il écrit : « *la réalisation de telles procédures requerrait un développement des facultés de l'esprit humain bien au-delà du stade qui a été atteint dans notre culture/dans la science d'aujourd'hui* ». Pour lui, le rationalisme en sciences est loin d'être satisfaisant : « *Aujourd'hui, le rationalisme est compris en un sens absurdemment étroit. [...] Le rationalisme ne doit pas faire seulement intervenir des concepts logiques.* »

### **L'architectonique : refus de réduire la connaissance à la conscience et à l'intentionnalité**

La démarche architectonique leibnizienne refuse de réduire la connaissance à un problème de la conscience. Pour Leibniz, la conscience est responsable de faux problèmes : elle n'est pas première mais une simple fluxion à l'intérieur du mouvement de l'Être : « Être qui se dit de multiples façons » (pour reprendre l'expression d'Aristote). Leibniz veut rendre compte de l'Être et c'est pourquoi sa philosophie cherche à capter quelque chose d'infra-conscient et de pré-individuel. Elle ne se donne pas (a priori) des individualités mais elle cherche à les générer par un processus d'individuation. Comme le note L. Bouquiaux (2006) :

« Le système de Leibniz est, d'abord, une théorie des relations, pour laquelle la loi universelle est première par rapport aux individus. Dieu ne crée pas des individus particuliers dont il s'assurerait ensuite que leurs perceptions s'entre répondent. Il crée un monde dans lequel chaque substance est définie par ses relations aux autres ».

Pour Leibniz, la volonté consciente est d'une extrême étroitesse, entraînant les dégâts et la violence qui peuvent être engendrés par la croyance en la valeur objective d'une science limitée à la région de la seule conscience, avec sa volonté autoritaire et despotique, abusivement réductrice et séductrice.

### **De l'esthético-analytique à l'éthico-architectonique**

Divers débats et controverses physiques sans fin sont dus à l'utilisation des approches analytiques disjointes qui multiplient les points de vue, ce qui débouche inéluctablement sur un certain relativisme cognitif. Ce fait m'a incité à renouer avec la démarche architectonique de Leibniz, après avoir été formé au sein de l'école française de mathématiques et de mécanique théorique. (Mes premières recherches relèvent des systèmes complexes électro-magnéto-thermodynamiques, par la méthode géométrique, fondée sur les notions de dualité, symétrie, invariance...).

En remplaçant les principes esthétique-analytiques usuels de la physique – quantitatifs et exclusifs – par ceux – qualitatifs et inclusifs – éthico-architectoniques de Leibniz, les principes physiques de relativité et de conservation conduisent à un cadre physique « hors points de vue », capable d’engendrer une multitude de points de vue, dont ceux développés par les méthodes esthétique-analytiques. Cet engendrement des structures physico-mathématiques refoule tout relativisme cognitif et conduit à une science vraiment rationnelle et réellement objective.

La possibilité de déduire les postulats usuellement imposés a priori – tant par les principes fondamentaux (moindre action, puissance virtuelle...) que par les concepts premiers (vitesse, célérité...) – conduit à un changement radical de langage. Non seulement ces principes et concepts perdent leurs caractères « fondamental » et « premier », mais, n’étant plus imposés a priori, ils ne peuvent même plus être dits : « principes » et « concepts ». Ces principes deviennent des théorèmes, et les concepts qui leur sont associés des entités émergentes, avec des propriétés remarquables et singulières, découlant de l’architectonique leibnizienne de façons rationnelle, relationnelle et collective.

### **Accès au « pourquoi » par l’architectonique**

La démarche architectonique « hors points de vue » – remontant à la source des différents points de vue rationnels développés jusqu’ici – change la nature de la pensée scientifique et accroît son savoir et son pouvoir. Elle ajoute l’explication à l’exploration, accédant ainsi au « pourquoi » en plus du « comment » et du « combien », auxquels conduisent les formalismes analytiques. La séparation entre la dimension scientifique (les analyses qui explorent en différenciant les divers points de vue) et la dimension épistémologique (la synthèse qui explique en intégrant ces points de vue) se trouve abolie, dans une démarche unificatrice qui explore et explique à la fois, qui différencie et intègre simultanément. A l’objectivité scientifique externe due à la confrontation à l’expérience s’ajoute une objectivité interne assurée par le cadre « hors points de vue ». A la rationalité analytique locale qui articule mathématiquement les différentes variables, entités et propositions, s’ajoute une rationalité architectonique globale qui relie entre eux plusieurs points de vue (ou cadres formels) – dont ceux développés indépendamment et progressivement au cours de l’histoire scientifique.

L’affirmation de Heidegger : « La science ne pense pas » – au sens où elle n’aurait pas pour vocation de dire le « pourquoi » (propre, selon lui, à la philosophie) – est ici mise en défaut : non seulement la science architectonique de Leibniz, pense mais elle est sûre de sa pensée, preuves logiques et démonstrations mathématiques à l’appui.

Au lieu d’adopter la démarche scientifique usuelle esthétique-analytique, quantitative et exclusive, qui s’oppose farouchement à toute intrusion de principes éthiques et métaphysiques, Leibniz a plaidé (en vain) en faveur d’une démarche scientifique éthico-architectonique qualitative et inclusive, ouverte à la culture humaine dans sa globalité, ce qui conduit H. Knecht à écrire :

« Il y aurait (...) profit à raccorder, à travers une lecture de Leibniz, la pensée scientifique contemporaine à sa source baroque. Ce retour pourrait être ainsi l’occasion d’une double prise de conscience, suivie d’une double conversion : une revalorisation de l’aspect qualitatif, alors que la pensée actuelle est orientée exclusivement selon un principe quantitatif, et une réhabilitation du sens téléologique, éliminé par une conception étroitement déterministe. Ce sont là les conditions nécessaires à l’établissement d’une science qui soit véritablement humaine, tel que toute sa vie Leibniz a cherché à la constituer sans y parvenir jamais ».

## Seconde Partie

### Physiques analytique(s) et architectonique

#### Introduction

Lors de mes premières recherches scientifiques, j'ai appris à utiliser les outils formels de la géométrie moderne, qui ont permis de revivifier le « principe des puissances virtuelles » de d'Alembert, réactualisé par P. Germain et G. A. Maugin. J'ai ensuite découvert, grâce aux travaux de J. Barbour, J. M. Lévy-Leblond et C. Comte, qu'en remontant plus loin et en bénéficiant de certains acquis de la théorie des groupes, on était en mesure de réhabiliter un autre point de vue initialement développé par Huygens et Leibniz. Ces deux formalismes rationnels viennent rejoindre celui de Lagrange et Hamilton (fondé sur le calcul variationnel) qui constitue la rationalité usuelle de la physique. Suite aux travaux sur le meilleur point de vue et sur la rationalité scientifique (C. Comte 2002), j'ai pris conscience de la nécessité de construire un cadre « hors points de vue » susceptible d'engendrer ses propres points de vue. Une telle construction contraste violemment avec la démarche analytique usuelle et présente une certaine affinité avec la démarche architectonique de Leibniz.

A propos de Leibniz, les physiciens se scindent en deux courants : celui (majoritaire) considérant la métaphysique de Leibniz sans intérêt pour la science physique et celui (minoritaire) ravivant sa vision dynamique, mais au prix d'une grande réduction, ne gardant que ce qui est compatible avec le cadre analytique. Au lieu de rejeter ou de réduire la pensée de Leibniz en dynamique, j'ai cherché à la formaliser, dans sa dimension architectonique infiniment multiple, prenant en compte les principes métaphysiques de raison et de plénitude. J'ai repris donc la procédure de Huygens, adoptée par Leibniz qui lui insuffle sa vision architectonique qui s'oppose à la vision analytique, comme l'arbre à l'égard de la branche.

#### Démarche de Huygens et son extension

La démarche de Huygens (comme celles qui lui ont succédé) adopte un point de vue posé a priori et utilisé pour décrire le monde physique. Or, l'histoire scientifique nous apprend qu'il existe non seulement divers points de vue (variationnel, géométrique...) mais aussi différents mondes (newtonien, einsteinien...). Comme le note Whitehead, la science ne considère que des « petits bouts » et même des « petits bouts de petits bouts ». En dynamique, elle révèle un point de vue attaché à un monde alors qu'il y a une pluralité de points de vue et divers mondes. Seule une démarche architectonique permet d'en rendre compte : la diversité des mondes et la pluralité des points de vue sur chaque monde est une vision typiquement leibnizienne.

Nous étendons la procédure de Huygens – appliquée au « monde parabolique » (celui de Newton), saisi selon un point de vue (différent de celui de Newton) – à l'ensemble des mondes et des points de vue dynamiquement admissibles (compatibles avec les principes physiques de relativité et de conservation). Cette démarche a sa justification dans les principes métaphysiques de raison suffisante et de plénitude.

Le principe de raison suffisante refuse tout choix exclusif d'un point de vue ou d'un monde, choix fondé sur la mesure physique accompagnée d'une postulation analytique : l'idée d'ordre

multiple prime chez Leibniz par rapport à celle de mesure. Ce refus de toute exclusion abusive conduit à l'accueil de l'ensemble des mondes et points de vue dynamiquement admissibles : c'est ce qu'exprime le principe de plénitude. A la lumière de ces deux principes, la méthodologie scientifique usuelle s'avère être fondée sur des principes métaphysiques implicites inverses qu'on nomme : principes de raison insuffisante et de vacuité ontologique ; vacuité qui traduit la limitation abusive à une seule perspective alors qu'il en existe une infinité ( $1/\infty \rightarrow 0$ ).

Lorsque la méthode de Huygens (explicitée par J. Barbour) est exprimée par le calcul infinitésimal de Leibniz, elle conduit à la forme parabolique :  $C = d^2E/dw^2$  avec  $C = m$  (masse : constante) et  $p = dE/dw$ . La masse traduisant la contrainte imposée à la structure de la dynamique pour n'avoir que deux entités conservées (l'énergie  $E$  et l'impulsion  $p$ ) ce que requiert le problème du choc élastique. Cette démarche est doublement particulière. Elle l'est d'abord parce qu'elle se limite à une loi de composition additive  $w' = w + W$ , qui correspond au point de vue faisant apparaître l'impulsion  $p$  comme la dérivée ( $d/dw$ ) de l'énergie  $E$ , ce qui n'est pas vrai en général lorsqu'on considère une loi exprimant une infinité de points de vue :  $v_\mu' = v_\mu T_\mu V_\mu$ . Elle l'est ensuite parce qu'elle ne considère qu'un seul monde exprimé par la contrainte la plus simple :  $C = m$  alors que la forme générale, compatible avec les propriétés de conservation, conduit à divers mondes :  $C = \lambda E + \gamma p + \eta$ .

Certes, l'avènement de la dynamique einsteinienne et les avancées mathématiques ont permis de nouvelles investigations et éclairages mais la procédure de Huygens reste invariable quant à son principe. Elle a été éclairée par un théorème issu de la théorie des groupes, justifiant l'additivité de :  $w' = w + W$  (J. M. Lévy-Leblond et J. P. Provost). Quant au passage du monde parabolique (newtonien) au monde hyperbolique (einsteinien), il se traduit par le remplacement de la constante ( $C = m$ ) par une contrainte linéaire ( $C = aE$ ), où le coefficient de linéarité a la dimension de l'inverse d'une vitesse au carré ( $a = 1/c^2$ ).

En comparaison à l'architectonique leibnizienne, les mondes de Newton et d'Einstein apparaissent comme doublement particuliers :  $(\lambda, \gamma, \eta) = (0, 0, m)$  et  $(\lambda, \gamma, \eta) = (E/c^2, 0, 0)$ . Au lieu de  $C = \lambda E + \gamma p + \eta$  on a :  $C = m$  (Newton) et  $C = E/c^2$  (Einstein).

Même si l'on peut remplacer les différentes méthodes analytiques par l'approche architectonique qui contient les diverses solutions obtenues de façons éparpillées et indépendantes par les méthodes analytiques, il convient de montrer que la méthode architectonique fournit aussi les structures analytiques correspondant à ces solutions. Ces structures analytiques (exprimant des principes physiques : moindre action, puissances virtuelles...) n'ont plus besoin d'être postulées étant désormais déductibles de l'architectonique, ce qui permettra d'affirmer que les principes deviennent des théorèmes et les concepts associés à ces principes deviennent des entités émergentes attachées à ces théorèmes.

### **Extension leibnizienne**

Les mondes newtonien et einsteinien :  $C = m$ , and  $C = E/c^2$  s'expriment de façon unifiée par :

$$C = m(E/mc^2)^k \quad \text{avec } k = 0, 1 \quad (1)$$

La considération de l'ensemble infini des points de vue transforme  $C = d^2E/dw^2$  et  $p = dE/dw$  en :

$$C = d_\mu^2 E/dv_\mu^2 \quad \text{et} \quad p = d_\mu E/dv_\mu \quad (2)$$

avec

$$d_\mu/dv_\mu = I_\mu d/dv_\mu \quad \text{et} \quad d_\mu^2/dv_\mu^2 = I_\mu^2 d^2/dv_\mu^2 + [I_\mu dI_\mu/dv_\mu] d/dv_\mu \quad (3)$$

ou de façon explicite, d'après (1) et (3), en :

$$C = m(E/mc^2)^k = I_\mu^2 d^2 E/dv_\mu^2 + [I_\mu dI_\mu/dv_\mu] dE/dv_\mu \quad \text{et} \quad p = I_\mu dE/dv_\mu \quad (4)$$

La structure formelle (4), qui est sous-déterminée (déterminée pour les mondes  $C = m(E/mc^2)^k$  et indéterminée pour les points de vue  $I_\mu$ ) va pouvoir se déterminer en éliminant, par une procédure de filtrage, les points de vue (indéterminés) au profit des seuls mondes. Et c'est cette détermination – intrinsèque ou « hors points de vue » – qui va contribuer à la détermination des points de vue adaptés à chaque monde. Grâce à la relation :

$$d_\mu^2/dv_\mu^2 = I_\mu^2 d^2/dv_\mu^2 + [I_\mu dI_\mu/dv_\mu] d/dv_\mu = p^2 d^2/dE^2 + p(dp/dE)d/dE \quad (5)$$

démontrée ailleurs et appliquée à  $E$ , on déduit :

$$C = pdp/dE = m(E/mc^2)^k \quad k = (0, 1) = (\text{Newton, Einstein}) \quad (6)$$

L'intégration de cette forme intrinsèque établit une relation entre les entités conservées :

$$(E/mc^2)^{k+1} - [(k+1)/2]p^2/m^2c^2 = (E_0/mc^2)^{1+k} \quad (7)$$

En bénéficiant des informations fournies par cette procédure de filtrage, combinée à une procédure de découplage (qu'on ne développe pas ici), on peut déterminer les  $I_\mu$  :

$$I_\mu = (C/m)^{2-\mu} = (E/mc^2)^{k(2-\mu)} \quad (8)$$

obtenant une infinité de points de vue sur chaque monde. Pour déduire la forme des structures rationnelles développées au cours de l'histoire scientifique, il suffit d'effectuer le changement de variable :

$$dF_\mu = I_\mu dE \quad (9)$$

qui transforme la structure complexe :  $C = I_\mu^2 d^2 E/dv_\mu^2 + [I_\mu dI_\mu/dv_\mu] dE/dv_\mu$  et  $p = I_\mu dE/dv_\mu$  en une structure plus simple :

$$C = I_\mu d^2 F_\mu/dv_\mu^2 \quad \text{et} \quad p = dF_\mu/dv_\mu \quad (10)$$

**Remarque importante :** Ce changement de variable est un fait hautement significatif : il permet de remonter à l'origine du lagrangien (unificateur) dont la connaissance permet d'obtenir l'ensemble des lois de la dynamique de façons simple, belle et élégante. La justification par le critère esthétique du « simple et beau » est devenue la règle en physique-mathématique comme en témoignent les deux autres points de vue rationnels. Ils fondent la dynamique, au travers de la géométrie et de la théorie des groupes, sur la dualité (avec la relation de proportionnalité qui la sous-tend donnée plus loin) et l'additivité de la loi de composition du mouvement ; deux propriétés justifiées par le critère esthétique du « simple et beau ». De telles justifications violent le principe de raison suffisante, reflétant ce qu'on a nommé plus haut des raisons insuffisantes. Cette attitude esthético-analytique qui exclut une infinité de points de vue au profit de celui qu'on qualifie de simple et beau, contraste violemment avec la présente attitude éthico-architectonique qui accueille l'ensemble infini des points de vue dont la détermination se fait de l'intérieur, par auto-organisation, de façons relationnelle, interdépendante et collective (non de façons individuelle, indépendante et isolée comme c'est usuellement le cas).

### Explicitation des trois formulations analytiques

Une réécriture des Eqs.(1)-(10) avec des arrangements appropriés (non explicités ici) permettent aux trois structures analytiques développées au cours de l'histoire scientifique d'apparaître comme de simples projections (correspondant à  $\mu = 4, 2$  et  $1$ ) de la démarche architectonique, soit :

$$v_\mu = (1/m) \int I_\mu Y^{-k} dp = \int Y^{k(1-\mu)} dp/m \quad (11)$$

$$v_\mu = \int I_\mu dE/p = \int Y^{k(2-\mu)} dE/p \quad (12)$$

$$v_\mu = \int I_\mu Y^{2k} dE' = \int Y^{k(4-\mu)} dE' \quad (13)$$

$E' = dE/dp$ . Les fonctions  $I_\mu$  sont liées à  $C, Y, E$  et  $F_\mu$  par :

$$I_\mu = (C/m)^{(2-\mu)} = Y^{k(2-\mu)} = dF_\mu/dE, \quad Y = E/mc^2 \quad (14)$$

Les Eqs. (11)-(13) qui contiennent les formes :  $Y^{k(1-\mu)}, Y^{k(2-\mu)}$  et  $Y^{k(4-\mu)}$  mettent en évidence les points de vue singuliers d'ordres un, deux et quatre. Ils vont fournir des propriétés remarquables et opérationnelles (usuellement postulées), ce qui va permettre de déduire les structures formelles qui correspondent à l'utilisation du calcul variationnel, de la théorie des groupes et de la méthode géométrique.

### Formulation variationnelle : vitesse (point de vue d'ordre quatre)

La substitution de (14) dans (12) et sa combinaison avec (13), dans le cas :  $\mu = 4$  avec la notation :  $v_4 = v$  et  $F_4 = L$ , conduit à :

$$p = dL/dv \quad E = v dL/dv - L \quad (15)$$

On reconnaît ici la structure attachée à la formulation variationnelle de Lagrange et Hamilton  $[(F_4, v_4) = (L, v) = (\text{lagrangien}, \text{vitesse})]$ . La détermination de  $L$  s'obtient, pour les deux mondes

newtonien et einsteinien, en posant :  $k = 0$  et  $k = 1$ . Après avoir arrangé les termes et précisé les conditions aux limites (en posant :  $E_0 = mc^2$  pour  $k = 1$ ), on déduit :

$$L = \frac{1}{2} mv^2 - E_0 \quad \text{pour } k = 0 \quad \text{et} \quad L = - mc^2[1 - v^2/c^2]^{1/2} \quad \text{pour } k = 1 \quad (16)$$

La substitution de (16) dans (15) fournit les expressions newtoniennes et einsteiniennes :

$$\{p = mv, E = \frac{1}{2} mv^2 + E_0\} \quad \text{et} \quad \{p = mv/[1 - v^2/c^2]^{1/2}, E = mc^2/[1 - v^2/c^2]^{1/2}\} \quad (17)$$

### **Approche par la théorie des groupes : rapidité (point de vue d'ordre deux)**

La substitution dans (11) de  $Y = E/mc^2$  donnée en (14) et sa combinaison avec (12), dans le cas :  $\mu = 2$  avec  $v_2 = w$ , conduit à :

$$m(E/mc^2)^k = d^2E/dw^2, \quad p = dE/dw \quad (18)$$

Cette forme est celle développée usuellement grâce à des acquis empruntés à la théorie des groupes. Le paramètre  $v_2$  noté  $w$  correspond au concept de rapidité. Pour déterminer les expressions associées aux deux dynamiques, on considère :  $k = 0$  (Newton) et  $k = 1$  (Einstein), obtenant ainsi :

$$\{p = mw, E = \frac{1}{2} mw^2 + E_0\} \quad \text{et} \quad \{p = mc \sinh(w/c), E = mc^2 \cosh(w/c)\} \quad (19)$$

### **Méthode géométrique : célérité (point de vue d'ordre un)**

La combinaison de (11) et (12) et la prise en compte de (14), dans le cas :  $\mu = 1$  avec  $v_1 = u$  et  $I_1 = \Gamma$ , conduit à :

$$u = \int dp/m = \int Y^k dE/p, \quad \Gamma = C/m = Y^k, \quad Y = E/mc^2 \quad (20)$$

d'où l'on tire :

$$p = mu \quad E = mc^2[(E_0/mc^2)^{1+k} + (1+k)(u^2/2c^2)]^{1/(1+k)} \quad (21)$$

Pour les deux dynamiques : ( $k = 0$  et  $k = 1$ ), on a :

$$\{p = mu, E = \frac{1}{2} mu^2 + E_0\} \quad \text{et} \quad \{p = mu, E = mc^2[1 + u^2/c^2]^{1/2}\} \quad (22)$$

Le paramètre  $v_1$  noté  $u$  correspond au concept de célérité.

Contrairement aux points de vue d'ordres quatre et deux, celui d'ordre un associé au formalisme géométrique, où les concepts d'énergie et d'impulsion s'unissent (énergie-impulsion), requiert quelques remaniements où l'on réécrit (20), soit :

$$Cc = mc\Gamma = mcY^k, \quad p = mu \quad \text{et} \quad \Gamma dE - u dp = 0 \quad (23)$$

En posant :

$$(Cc, p) = \mathbf{p} = \{p^i\}, \quad (E/c, p) = \mathbf{P} = \{P^i\} \quad \text{et} \quad (c\Gamma, u) = \mathbf{u} = \{u^i\} \quad i = 0, 1 \quad (24)$$

la structure (23) devient :

$$\mathbf{p} = m\mathbf{u} \quad \mathbf{u} \cdot d\mathbf{P} = 0 \quad (25)$$

ce qui, en posant :  $\mathbf{F} = d\mathbf{P}/d\tau$ ,  $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/d\tau$  et  $\mathbf{a} = d\mathbf{u}/d\tau$ , permet de passer de l'infinitésimal au fini, soit :

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (26)$$

Cette forme peut aussi s'exprimer au travers du principe des puissances virtuelles qui remonte à d'Alembert :  $(\mathbf{f} - m\mathbf{a}) \cdot \mathbf{u}^* = 0$  avec  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{F} = 0$ .

Si le produit scalaire associé à la signature minkowskienne :  $\eta = (1, -1)$ , s'applique à :  $k = 0$  et  $1$ , seul  $k = 1$  (Einstein) conduit à :  $\mathbf{p} = \mathbf{P}$  et  $\mathbf{f} = \mathbf{F}$  d'où sa simplicité formelle.

La dualité de la méthode géométrique n'est plus postulée : elle émerge du point de vue d'ordre un, vérifiant :  $pdv_1 = v_1 dp$  et transformant :  $p = I_1 dE/dv_1$  ou  $I_1 dE - pdv_1 = 0$  en  $I_1 dE - v_1 dp = 0 \Leftrightarrow \Gamma dE - u dp = 0$ , comme l'indique (23) [ou (25) au travers de  $\mathbf{u} \cdot d\mathbf{P} = 0$ ].

### Déduction des structures spatio-temporelles

Grâce à la dualité issue du point de vue d'ordre un, on va pouvoir déduire les structures spatio-temporelles einsteinienne mais aussi newtonienne.

Partant de  $\mathbf{u} \cdot d\mathbf{P} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} d\tau$  et tenant compte de :  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}$ , on peut écrire :

$$\mathbf{u} \cdot d\mathbf{P} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} d\tau = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} d\tau = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}, \quad \text{avec} \quad d\mathbf{x} = \mathbf{u} d\tau \quad (27)$$

Comme pour  $\mathbf{u}$  et  $d\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{F}$  apparaît comme le dual de  $d\mathbf{x}$  qui va refléter la structure de l'espace et du temps pour  $k = 0$  et  $k = 1$ . En effet, en explicitant :  $\mathbf{u} = d\mathbf{x}/d\tau$ , soit :  $(c\Gamma, u) = d/d\tau(ct, x)$ , avec  $\mathbf{x} = (ct, x)$ , on obtient d'après (23)<sub>1</sub>, (24) et  $(cI_1, v_1) = (c\Gamma, u)$  :

$$(c\Gamma, u) = (cY^k, u) = d/d\tau(ct, x) \quad (28)$$

Pour  $k = 0$ , on a :  $(c\Gamma, u) = (c, u) = d/d\tau(ct, x)$  soit :  $\Gamma = 1 = dt/d\tau$  (temps absolu de Newton) et  $u = dx/d\tau = dx/dt = v$  (la célérité coïncide avec la vitesse).

Pour  $k = 1$ , on a :  $(c\Gamma, u) = (cY, u) = d/d\tau(ct, x)$  soit :  $\Gamma = Y = dt/d\tau \neq 1$  (temps relatif d'Einstein) et  $u = dx/d\tau \neq dx/dt = v$  (la célérité diffère de la vitesse). Pour préciser l'inégalité, on montre qu'on a :  $dt^2 - dx^2/c^2 = d\tau^2$  (ou  $d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = c^2 d\tau^2$ ), ce qui reflète la métrique lorentzienne (ou minkowskienne).

**Remarque finale :** L'accent a été placé ici sur les mondes newtonien et einsteinien mais cette approche leibnizienne s'applique à d'autres mondes, physiquement admissibles, précisés ailleurs (N. Daher, 2009, 2011, 2012).

**Remerciements :** Je voudrais remercier C. A. Risset pour sa critique fructueuse et pour ses différentes remarques et suggestions.

### **Bibliographie**

- L. Bouquiaux , L'harmonie et le chaos, le rationalisme leibnizien et la nouvelle science, Ed. Peeter Louvain-Paris (1994).
- L. Bouquiaux, in Perspective : Leibniz, Whitehead, Deleuze (ouvrage collectif), Vrin, 2006.
- Herbert H. Knecht, La logique chez Leibniz, Essai sur le rationalisme baroque, L'âge d'homme, Lausanne, 1981.
- J. Barbour, Absolute or relative motion? The discovery of dynamics. Vol 1, Cambridge university press. (2001).
- P. Germain, La méthode des puissances virtuelles en mécanique des milieux continus – Première partie, Théorie du second gradient, J. Mécanique, 12 (1973).
- G. A. Maugin, The method of virtual power in continuum mechanics: application to coupled fields, Acta Mechanica 35 (1980).
- J.M. Lévy-Leblond and J.P. Provost, Additivity, rapidity, relativity. Am. J. Phys. 47(12), Dec. 1979.
- J.M. Lévy-Leblond, Speed(s), Am. J. Phys. 48(5), May (1980).
- C. Comte, Was it possible for Leibniz to discover relativity? *Eur. J. Phys.* 7 225-235 (1986)
- C. Comte, Langevin et la dynamique relativiste. In Epistémologiques, V 01.2, 1-2, EDP Sciences, Paris, (2002).
- N. Daher, Objectivité, Rationalité et Relativité Scientifiques. Le cas de la Dynamique, dans Annales Françaises des Microtechniques et de Chronométrie, vol. 79, n°58, 2009.
- N. Daher, Approche Multi-Echelle de la Mécanique, 20<sup>ème</sup> congrès français de mécanique, Besançon, (France) 28 août-2 septembre (2011).
- N. Daher, Leibniz's Intrinsic Dynamics: from Principles to Theorems, XVII International Congress on Mathematical Physics (ICMP12), Aalborg, Denmark (6-11 August 2012).