



SPIM

Thèse de Doctorat



UFC

école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Conception robuste d'actionneurs  
électromécaniques distribués pour  
le contrôle vibroacoustique de  
structures

GAËL MATTEN

---

---

# SPIM

## Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

THÈSE présentée par

**GAËL MATTEN**

pour obtenir le

Grade de Docteur de  
l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Mécanique**

## Conception robuste d'actionneurs électromécaniques distribués pour le contrôle vibroacoustique de structures

Soutenue publiquement le 08/07/2016 devant le jury composé de :

### **Directeurs**

Manuel COLLET, *Directeur de recherche HDR, CNRS*  
Scott COGAN, *Chargé de recherche HDR, CNRS*  
Emeline SADOULET-REBOUL, *MCF, Université de Franche-Comté*

### **Rapporteurs**

Simon CHESNE, *MCF HDR, INSA Lyon*  
Jean-François DEÛ, *Professeur, CNAM Paris*

### **Examineurs**

Gaël CHEVALLIER, *Professeur, Université de Franche-Comté*  
Hervé LISSEK, *Professeur, EPFL, Suisse*  
Bernard TROCLET, *Professeur, ENS Cachan*

---

---

---

# Remerciements

Les remerciements de thèse sont toujours une tâche délicate. Il s'agit de remercier toutes celles et tous ceux qui ont contribué par leur travail ou leur soutien au travail présenté ici. A tous ceux que j'oublie, désolé et merci.

Tout d'abord, merci au conseil régional de Franche-Comté qui a financé ces travaux. La recherche publique est une activité précieuse qui profite à tous et qu'il convient de perpétuer.

Un travail de thèse ne s'effectue pas seul. Je souhaite remercier mes directeurs de thèse et encadrant(e)s Manuel COLLET, Scott COGAN et Emeline SADOULET-REBOUL pour leur accompagnement et leur soutien. Merci de m'avoir fait confiance et d'avoir emprunté avec moi la voie périlleuse des développements expérimentaux. Comme l'a si bien dit Manuel COLLET, "Ça a marché du premier coup. Mal, mais du premier coup". Au final (et après quelques coups), ça a marché, bien.

Je souhaite également remercier les membres de mon jury, à commencer par Bernard TROCLET pour avoir accepté de le présider, Jean-François DEÛ et Simon CHESNE pour avoir accepté d'être rapporteurs et Gaël CHEVALLIER et Hervé LISSEK d'avoir été examinateurs. Les échanges que nous avons eus pendant la soutenance ont été très enrichissants.

Merci à mes proches pour leur soutien, spécialement mes parents, pendant la période douce et agréable de la rédaction du manuscrit. Merci à tous les membres du département de mécanique appliquée de l'Institut FEMTO-ST pour les bons moments passés ensemble. J'ai une pensée particulière pour le bureau 42H : Julien, Ali, Alexandre, Rémi. Merci également à tous mes collègues doctorants Romain, Fabien, Paul, Kévin, Leandro, Émile, Olivier, Pauline et tous les autres. Que ce soit dans la vie quotidienne ou lors des conférences, ça a été un plaisir de vivre l'aventure de la thèse avec vous.

Enfin, je tiens à remercier Jean-Michel FRIEDT qui, le premier, m'a donné envie de faire de la recherche et sans qui je ne serais pas en train d'écrire ces lignes aujourd'hui.

---

---

---

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iv</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Liste des notations et abréviations</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2 Etat de l'art</b>	<b>5</b>
2.1 Piézoélectricité . . . . .	6
2.1.1 Phénomène physique . . . . .	6
2.1.2 Polarisation . . . . .	6
2.1.3 Équations constitutives . . . . .	7
2.1.4 Couplages . . . . .	9
2.1.5 Application au contrôle de vibrations . . . . .	10
2.2 Contrôle de vibrations par patchs shuntés . . . . .	10
2.2.1 Shunts passifs . . . . .	10
2.2.2 Shunts actifs . . . . .	10
2.3 Analyse de sensibilité . . . . .	11
2.3.1 Introduction . . . . .	11
2.3.2 Approches locales et globales . . . . .	11
2.3.3 Comparaison des méthodes globales et locales . . . . .	12
<b>3 Développement et caractérisation d'un circuit de shunt numérique</b>	<b>13</b>
3.1 Introduction . . . . .	15

3.1.1	Contexte . . . . .	15
3.1.2	Les shunts à capacité négative dans la littérature . . . . .	15
3.1.3	Limites des circuits de shunts existants . . . . .	17
3.1.4	Présentation du chapitre . . . . .	18
3.2	Dimensionnement d'un circuit de shunt numérique à capacité négative . . . . .	19
3.2.1	Définition du système . . . . .	19
3.2.2	Modélisation . . . . .	21
3.2.3	Pilotage de la raideur équivalente de la structure . . . . .	23
3.3	Conception d'un circuit shunt programmable . . . . .	26
3.3.1	Introduction . . . . .	26
3.3.2	Principe et architecture . . . . .	26
3.3.3	Aspects technologiques . . . . .	29
3.4	Caractérisation expérimentale . . . . .	32
3.4.1	Plan de validation de l'impédance programmable . . . . .	33
3.4.2	Validation de l'étage numérique du circuit . . . . .	33
3.4.3	Mesure de l'impédance électrique réalisée . . . . .	34
3.4.4	Application au contrôle d'une capacité analogique . . . . .	34
3.4.5	Application à un système plaque/patch . . . . .	37
3.5	Conclusions . . . . .	40
3.5.1	Circuit numérique de shunt . . . . .	40
3.5.2	Intégration . . . . .	42
3.5.3	De la pertinence du développement de circuits de shunt numériques . . . . .	42
3.5.4	Nécessité d'outils analyse de sensibilité et de robustesse . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Analyse de sensibilité et de robustesse</b>	<b>45</b>
4.1	Introduction . . . . .	47
4.1.1	Contexte . . . . .	47
4.1.2	Démarche proposée . . . . .	47
4.1.3	Plan du chapitre . . . . .	48
4.2	Cas test : poutre encastree-libre . . . . .	49
4.2.1	Présentation de la structure électromécanique considérée . . . . .	49
4.2.2	Modélisation de la structure et étude analytique . . . . .	50
4.2.3	Mise en évidence du point de fonctionnement optimal pour la structure électromécanique considérée . . . . .	54
4.2.4	Critère de performances . . . . .	56
4.3	Criblage des paramètres influents : Méthode de Morris . . . . .	57
4.3.1	Méthode de criblage . . . . .	57
4.3.2	Présentation de la méthode . . . . .	57

4.3.3	Analyse des effets élémentaires . . . . .	58
4.3.4	Application au cas test . . . . .	59
4.3.5	Conclusion partielle . . . . .	61
4.4	Analyse de la variance . . . . .	62
4.4.1	FAST . . . . .	62
4.4.2	Application au cas test . . . . .	63
4.4.3	Conclusion partielle . . . . .	63
4.5	Analyse de robustesse et optimisation robuste par la théorie info-gap . . . . .	63
4.5.1	Introduction . . . . .	63
4.5.2	Modèle d'incertitude . . . . .	64
4.5.3	Fonction de performance . . . . .	65
4.5.4	Courbes de robustesse . . . . .	67
4.5.5	Discussion . . . . .	68
4.6	Conclusions . . . . .	69
4.6.1	De la démarche de conception robuste . . . . .	69
4.6.2	Cas de la poutre encastrée-libre . . . . .	70
4.6.3	Contrôle de raideur . . . . .	70
4.6.4	Optimisation robuste expérimentale . . . . .	70
4.6.5	Extension à des systèmes plus complexes . . . . .	71
4.7	Extension aux systèmes distribués . . . . .	71
4.7.1	Introduction . . . . .	71
4.7.2	Vers une analyse de sensibilité et de robustesse pour un réseau distribué	72
4.7.3	Vers la synthèse d'une interface active à partir de patchs piézoélectriques shuntés . . . . .	73
<b>5</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>75</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>79</b>
	<b>Annexes</b>	<b>83</b>
<b>A</b>	<b>Détails techniques de dimensionnement du shunt</b>	<b>83</b>
A.1	Introduction . . . . .	83
A.2	Description du système . . . . .	84
A.2.1	Dimensionnement des AOP . . . . .	86
Slew rate . . . . .		86
Bande passante . . . . .		86
A.2.2	Adapter impédance et niveaux du convertisseur Numérique/Analogique (A1) . . . . .	86

---

Génération du courant . . . . .	86
Adapter l'impédance DAC (A11) . . . . .	86
Générer la tension de référence (A12) . . . . .	87
Sommer (A13) . . . . .	87
A.2.3 Convertir tension-courant (A2) . . . . .	87
A.2.4 Adapter impédance et niveaux pour le convertisseur analogique/numérique (A3) . . . . .	88
Adapter l'impédance (A31) . . . . .	89
Générer la tension de référence (A32) . . . . .	90
Sommer (A33) . . . . .	90
Protéger des surtensions (A34) . . . . .	90
Protéger l'entrée de l'ADC (A35) . . . . .	91
A.2.5 A4 - Mettre en œuvre la loi de commande . . . . .	91
A.3 Validation de la partie calcul . . . . .	91
A.3.1 Calcul . . . . .	91
A.3.2 Bande passante . . . . .	91
A.3.3 Filtre passe-bas . . . . .	92
A.3.4 Filtre passe-haut . . . . .	93
A.3.5 Implémentation de tous les shunt . . . . .	93
A.4 Validation expérimentale . . . . .	94
A.5 Conclusion . . . . .	94
<b>A PCB de la carte analogique</b>	<b>101</b>

---

# Liste des figures

1.1	Stratégie de conception présentée dans cette thèse. . . . .	3
2.1	Structure cristalline du PZT au delà (gauche) et en deçà (droite) de la température de Curie. . . . .	6
2.2	Processus de polarisation [36]: (a) dipôles orientés aléatoirement avant la polarisation; (b) un fort champ électrique continu est appliqué; (c) il reste une polarisation rémanente après la disparition du champ. . . . .	7
3.1	Réalisation d'un circuit analogique à capacité négative à partir d'amplificateurs opérationnels. . . . .	17
3.2	Échelle d'intégration du circuit de shunt numérique dans la structure. . . . .	19
3.3	Principe d'un méta-matériau équipé d'un réseau de patches piézoélectriques shuntés et intégrés. . . . .	20
3.4	Photographie d'un patch piézoélectrique en céramique 50x50mm fixé sur une plaque en aluminium. . . . .	20
3.5	Composition de la structure contrôlée. . . . .	21
3.6	Géométrie du patch piézoélectrique (rouge) muni de deux électrodes (gris). . . . .	22
3.7	Raideur équivalente de la structure en fonction de la capacité négative. . . . .	24
3.8	Schéma de principe de l'admittance synthétique. . . . .	27
3.9	Espaces et domaines utilisés pour le développement du shunt. . . . .	28
3.10	Admittance du circuit de shunt à capacité négative. . . . .	31
3.11	Quantification et échantillonnage d'un signal continu. . . . .	32
3.12	Circuit de shunt développé. . . . .	33
3.13	Schéma de mesure de la partie numérique. . . . .	34
3.14	Implémentation d'un filtre passe bas(-.-) et passe haut(—) de fréquence de coupure 1kHz. . . . .	35
3.15	Diagramme de Bode de la capacité négative implémentée expérimentalement. . . . .	36

---

3.16 Pont RC adossé à un circuit de shunt programmable. . . . .	37
3.17 Diagramme de Bode d'un pont RC en parallèle avec la capacité négative. . . . .	38
3.18 Montage de validation vibratoire sur une plaque en aluminium équipée d'un patch. . . . .	39
3.19 Contrôle modal avec le circuit programmable : cas résistif. . . . .	41
4.1 Démarche de conception robuste. . . . .	48
4.2 Système étudié. . . . .	49
4.3 Mise en œuvre expérimentale de la poutre encastree libre munie d'un patch piézoélectrique. . . . .	50
4.4 Différents maillages envisagés: (a) éléments tétraédriques, (b) éléments hexaédriques. . . . .	51
4.5 Circuit de shunt modélisé: (a) Cas série, (b) Cas parallèle. . . . .	52
4.6 Évolution de la raideur modale et de la première valeur propre en fonction de la capacité du shunt. . . . .	53
4.7 Réponse vibratoire forcée de l'extrémité non encastree. . . . .	55
4.8 Évolution fréquentielle des grandeurs électriques du patch pour $R = 88\Omega$ et $C = -4.999nF$ . . . . .	56
4.9 Critères de performance retenus: l'amortissement $\theta$ et le signe de la partie réelle $s$ . . . . .	57
4.10 Diagramme des effets élémentaires pour plusieurs paramètres d'entrée: effets. . . . .	58
4.11 Classement des paramètres au regard de leur influence sur l'amortissement du premier mode. . . . .	60
4.12 Ecart-type et moyenne des effets élémentaires: étude de l'amortissement. . . . .	61
4.13 Indicateur de sensibilité par la méthode FAST pour les critères d'amortissement et de stabilité. . . . .	62
4.14 Évolution de la première valeur propre en fonction de la capacité du shunt. . . . .	65
4.15 Évolution de l'angle d'amortissement en fonction du ratio capacité shunt/shunt. . . . .	66
4.16 Courbes de robustesse de l'angle minimal d'amortissement vis à vis de l'incertitude sur la capacité du patch. . . . .	67
4.17 Évolution de la pulsation du mode en fonction du ratio capacité shunt/shunt. . . . .	68
A.1 Architecture globale. . . . .	84
A.2 Architecture du système de niveau 0. . . . .	84
A.3 Architecture du système de niveau 1. . . . .	85
A.4 Conditionnement du signal. . . . .	85
A.5 Convertisseur Tension/Courant actif . . . . .	88
A.6 Montage écrêteur. . . . .	89

---

A.7	Mesure de la bande passante. . . . .	92
A.8	Filtre passe-bas d'ordre 1 . . . . .	93
A.9	Filtre passe-haut d'ordre 1 . . . . .	94
A.10	Montage expérimental . . . . .	95
A.11	Réponse en vitesse d'une plaque contrôlée par un patch piézoélectrique shunté par un circuit purement résistif . . . . .	95

---

---

---

# Liste des tableaux

2.1	Comparaison des méthodes d'analyse de sensibilité globales et locales. . . . .	12
4.1	Paramètres de la poutre métalliques pris en compte. . . . .	59
4.2	Paramètres du patch piézoélectrique pris en compte. . . . .	59
4.3	Paramètres de la couche de colle pris en compte. . . . .	59

---

---

# Liste des notations et abréviations

- $C_{\text{shunt}}$  : capacité du shunt;
- $C_{\text{patch}}$  : capacité du patch;
- $Q$  : charge électrique du patch;
- $w$  : déplacement de la structure;
- $V$  : tension aux bornes du patch;
- $\alpha$  : paramètre d'incertitude;
- $u$  : quantité incertaine;
- $u^0$  : point de contrôle;
- $\mathcal{U}(\alpha, u^0)$  : degré de variabilité incertaine de la quantité incertaine  $u$  autour du point de contrôle  $u^0$ ;
- $R$  : paramètre de décision ;
- $\theta$  : fonction de performance.

---

---

---

Chapitre **1**

# Introduction générale

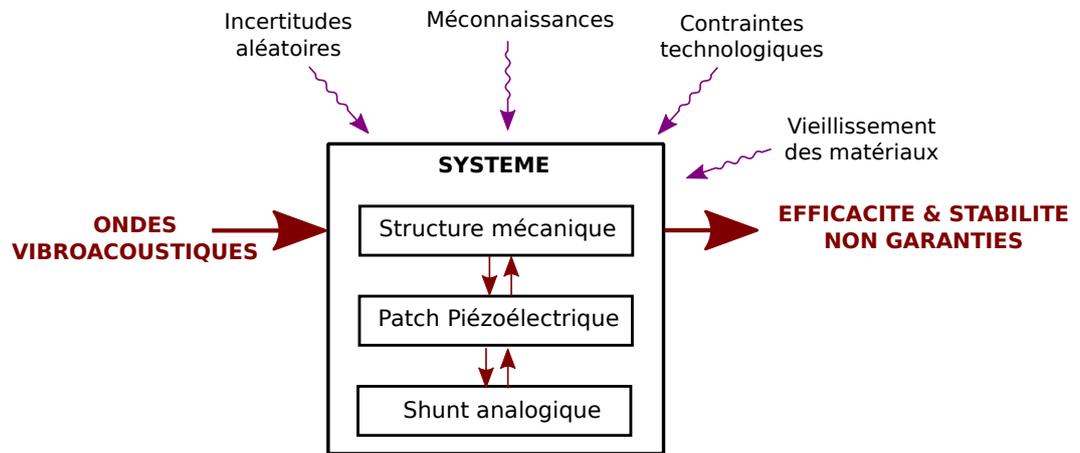
---

Ce mémoire traite de la conception robuste de systèmes de contrôle de vibrations par patches shuntés. Les techniques de conception robustes, intègrent la prise en compte des incertitudes lors de la phase de conception des systèmes. Des outils, tels que l'analyse de sensibilité ou de robustesse, sont monnaie courante dans le génie civil (construction de ponts, de bâtiments) ou l'industrie nucléaire. Concevoir un système en ayant conscience des incertitudes qui pèsent sur les caractéristiques des matériaux, sur les valeurs réelles des composants électroniques utilisés ou encore sur la méconnaissance d'une condition aux limites est en effet crucial pour assurer la longévité et la sécurité de structures devant être opérationnelles pendant des décennies.

L'allègement des structures mécaniques, que les enjeux environnementaux actuels imposent et auquel participe le développement des matériaux composites, a rendu nécessaire le développement de techniques peu encombrantes et efficaces pour réduire les vibrations et la propagation des ondes acoustiques dans ces matériaux. Depuis les années soixante-dix, le secteur aéronautique a vu l'émergence de systèmes de réduction des vibrations à base de transducteurs piézoélectriques. Diverses approches ont été proposées pour contrôler de tels systèmes mais sans prendre en compte les incertitudes de certains paramètres du système en amont de la phase de conception. Ces différentes techniques, issues de la communauté automatique, différencient la structure à contrôler du dispositif de contrôle. Un jeu de capteurs reconstruit l'état du système; un jeu d'actionneurs agit sur le système; une loi de commande impose une dynamique capteurs/actionneurs. Ainsi les incertitudes sont traitées uniquement par le biais de la loi de commande, cette dernière étant validée dans un domaine de fonctionnement.

Les travaux présentés dans cette thèse se placent dans le contexte du développement des méta-matériaux, matériaux fonctionnalisés par l'architecturation de la matière ou l'ajout de dispositifs de contrôle. En particulier, les réseaux périodiques de patches piézoélectriques shuntés constituent un axe de recherche important. Dans ce cas, capteurs et actionneurs sont confondus et intégrés dans la structure sous la forme de patches piézoélectriques. Le système de contrôle et la structure contrôlée ne font qu'un. L'approche classique consistant à ajuster la loi de commande pour compenser les incertitudes devient alors insuffisante. Il est nécessaire d'envisager également les incertitudes au niveau de la structure support et du couplage entre celle-ci et le patch.

C'est pourquoi l'approche présentée dans ce mémoire, consiste à envisager les méconnaissances et les incertitudes du système dans sa globalité. Dans ce contexte incertain un premier travail a été mené afin de développer un circuit de shunt programmable et reconfigurable en temps réel permettant d'ajuster avec précision le comportement du système couplé. Ce système est alors dimensionné dans un second temps en intégrant en amont la présence d'incertitudes dans les paramètres du système (dimensions, paramètres ma-



**CONSTAT**

**SOLUTION**

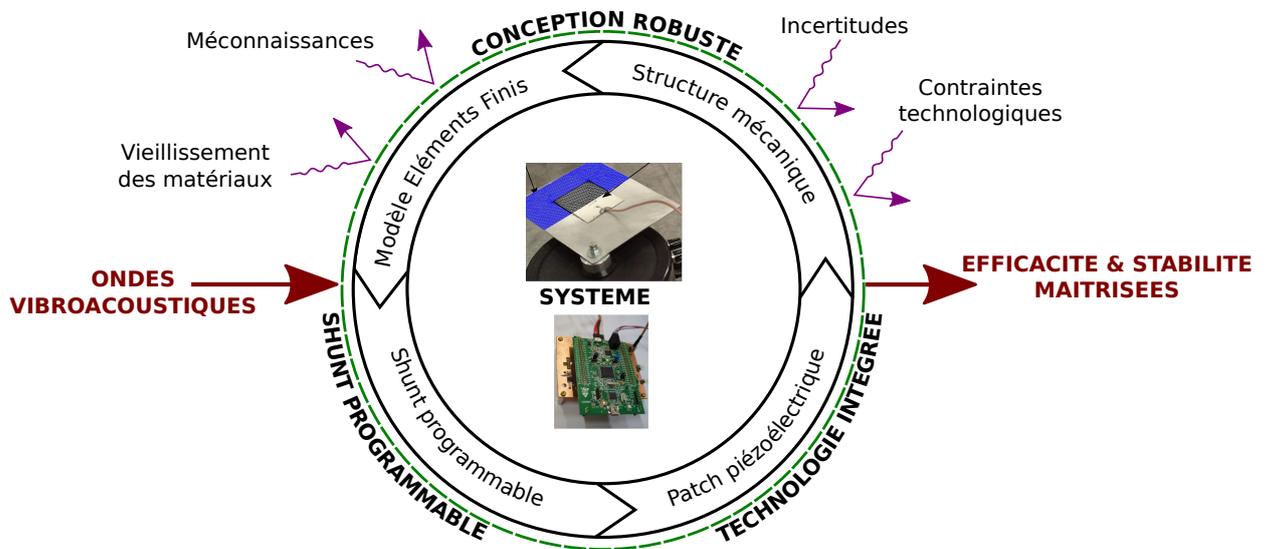


FIG. 1.1: Stratégie de conception présentée dans cette thèse.

---

tériaux, paramètres de lois de commande, ...). Contrairement à une approche classique ( « CONSTAT » de la figure 1.1 ) où le système est vulnérable aux incertitudes ou aux méconnaissances , l'approche proposée consiste à combiner l'utilisation de méthodes d'analyse de sensibilité et de robustesse, d'un modèle éléments finis du système et d'un circuit de shunt programmable. Le système ainsi conçu est plus robuste face aux aléas mentionnés ci-avant, c'est-à-dire que ses performances sont garanties malgré les variations des propriétés matériaux, des propriétés de l'environnement ou les méconnaissances frappant tout ou partie du système.

Ce mémoire s'articule en quatre volets. Le chapitre 2 présente le contexte du problème traité, il dresse notamment un état de l'art des dispositifs de contrôle de vibrations par patchs shuntés et des méthodes d'analyse de sensibilité et de robustesse en dynamique des structures. Le chapitre 3 présente le développement et la caractérisation d'un circuit de shunt numérique programmable et intégré utilisé pour la réalisation d'impédances électriques programmables. Le circuit ainsi développé permet d'envisager le développement d'un système distribué susceptible de gagner en efficacité en termes de réduction des vibrations ou de bande fréquentielle d'utilisation. Le chapitre 4 présente l'application de méthodes d'analyse de sensibilité et de robustesse au système électromécanique couplé étudié ainsi que des voies d'extension du travail réalisé dans cette thèse à un réseau distribué intégrable dans une structure.

---

# Chapitre 2

## Etat de l'art

### Sommaire

---

<b>2.1 Piézoélectricité</b>	<b>6</b>
2.1.1 Phénomène physique	6
2.1.2 Polarisation	6
2.1.3 Équations constitutives	7
2.1.4 Couplages	9
2.1.5 Application au contrôle de vibrations	10
<b>2.2 Contrôle de vibrations par patchs shuntés</b>	<b>10</b>
2.2.1 Shunts passifs	10
2.2.2 Shunts actifs	10
<b>2.3 Analyse de sensibilité</b>	<b>11</b>
2.3.1 Introduction	11
2.3.2 Approches locales et globales	11
2.3.3 Comparaison des méthodes globales et locales	12

---

## 2.1 Piézoélectricité

### 2.1.1 Phénomène physique

**Histoire** L'effet piézoélectrique, du grec *piezein* qui signifie *presser*, est un effet physique connu de longue date mais formalisé pour la première fois par les frères Jacques et Pierre Curie en 1880 [15, 16]. On appelle piézoélectricité le phénomène par lequel la déformation mécanique d'un matériau mène à une polarisation électrique : c'est l'effet direct. La transformation est réciproque : c'est l'effet inverse. Lippmann a prédit l'effet inverse dans [31] mais ne l'a pas observé expérimentalement, ce que feront les frères Curie par la suite.

Une introduction à la piézoélectricité peut être trouvée dans [49, 35, 22]. Les développements présentés ici sont basés sur [36] et [50]. Parmi les matériaux piézoélectriques couramment utilisés se trouvent des cristaux, des polymères (PVDF) ou des composites (MFC). Les céramiques de Titano-Zirconate de Plomb (PZT) présentent de bonnes propriétés piézoélectriques et sont usuellement utilisées sous formes de patches obtenus par frittage de poudres.

### 2.1.2 Polarisation

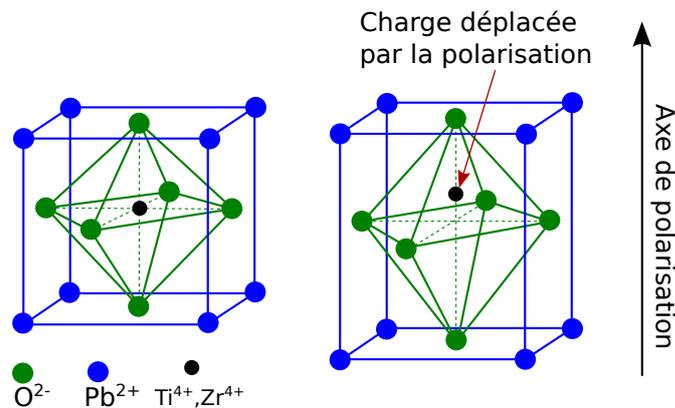


FIG. 2.1: Structure cristalline du PZT au delà (gauche) et en deçà (droite) de la température de Curie.

**Céramique piézoélectrique** Les céramiques piézoélectriques sont des cristaux. La figure 2.1 illustre la structure cristallographique du PZT. Au delà d'une température dite température de Curie, le cristal est cubique (figure de gauche) et ne présente pas de polarisation. En dessous de la température de Curie, le cristal est tétragonal et le déplacement de l'atome de zircon ou de titane crée un dipôle électrostatique. Le dipôle de chaque maille du cristal est

orienté aléatoirement de sorte que le matériau ne présente pas de couplage piézoélectrique (cas (a) de la figure 2.2).

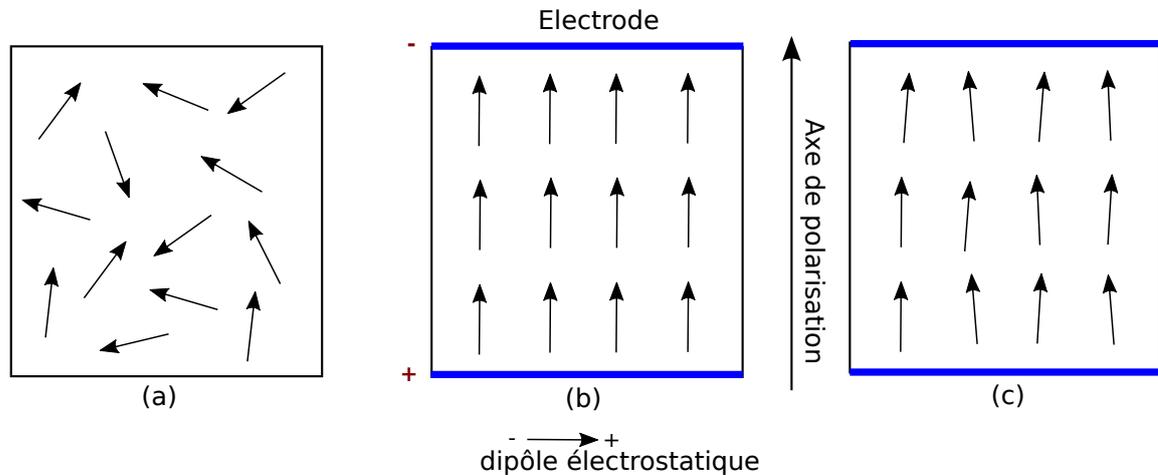


FIG. 2.2: Processus de polarisation [36]: (a) dipôles orientés aléatoirement avant la polarisation; (b) un fort champ électrique continu est appliqué; (c) il reste une polarisation rémanente après la disparition du champ.

**Processus de polarisation** L'application, lors du processus de polarisation, d'une forte tension continue entre les électrodes appliquées sur le matériau aligne les dipôles électrostatiques selon l'axe de polarisation (cas (b)). Enfin suite à la disparition de la tension, les dipôles ne reprennent pas leur position initiale et apparaît une polarisation rémanente (cas (c)). Le matériau piézoélectrique fonctionne autour de ce point d'équilibre, toute variation du champ électrique dans le matériau entraînant une variation linéaire du champ de polarisation et donc une déformation du cristal.

### 2.1.3 Équations constitutives

**Hypothèses et notations** Dans le cas où l'amplitude du champ électrique dans le matériau et la sollicitation sont faibles, le matériau piézoélectrique peut être considéré comme linéaire autour de l'état de polarisation rémanente[49]. Les équations traduisent alors le comportement linéaire élastique liant le champ de contrainte et le champ de déformation, le comportement électromagnétique liant le champ de déplacement électrique et le champ électrique et le couplage piézoélectrique.

Soient :

- $\mathbf{D}$ , le champ de déplacement électrique, en  $\text{C.m}^{-2}$ ;
- $\mathbf{E}$ , le champ électrique en  $\text{V.m}^{-1}$ ;

- $T$ , le champ de contrainte en Pa;
- $S$ , le champ de déformation sans dimension.

Soit un repère  $(x, y, z)$ . Soient les indices compris entre 1 et 6 tels que :

- 1  $\leftrightarrow$  axe  $x$ ;
- 2  $\leftrightarrow$  axe  $y$ ;
- 3  $\leftrightarrow$  axe  $z$ ;
- 4  $\leftrightarrow$  cisaillement autour de  $x$ ;
- 5  $\leftrightarrow$  cisaillement autour de  $y$ ;
- 6  $\leftrightarrow$  cisaillement autour de  $z$ ;

La mise en équation générale de la piézoélectricité sous la forme contrainte/charge, proposée dans [49] est la suivante:

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ \hline D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ \hline E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

et :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ \hline D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ \hline E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Soient

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2S_{23} \\ 2S_{13} \\ 2S_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Une écriture plus condensée s'écrit alors

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^E & -\mathbf{e}_t \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\varepsilon}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

et

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^E & \mathbf{d}_t \\ \mathbf{d} & \boldsymbol{\varepsilon}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$c^E$  signifie que la grandeur  $c$  est considérée à champ électrique nul.  $\varepsilon^S$  signifie que la grandeur  $\varepsilon$  est considérée à déformation nulle.  $\varepsilon^T$  signifie que la grandeur  $\varepsilon$  est considérée à contrainte nulle.  $d_t$  est la transposée de  $d$ .

### 2.1.4 Couplages

**Coefficients de couplage** Les transducteurs piézoélectriques parallélépipédiques couplent trois directions 1, 3 et 5 et appelés "effet 31", "effet 33" et "effet 15". Le premier chiffre indique la direction de polarisation, le deuxième la direction de la déformation mécanique associée. Ainsi l'"effet 31" correspond à l'application d'une tension selon l'axe z et une déformation de l'axe x ou y, ce qui correspond à de la flexion. Il y a transfert d'énergie entre ces deux directions. L'"effet 33" correspond à de la traction-compression et l'"effet 15" à du cisaillement. On appelle  $k_{31}$ ,  $k_{33}$  et  $k_{15}$  les coefficients de couplage électromécaniques associés :

$$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{s_{11}^E \varepsilon_{11}^T}} \quad k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{s_{33}^E \varepsilon_{33}^T}} \quad k_{15} = \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{55}^E \varepsilon_{11}^T}} \quad (2.6)$$

**Capacité** Soient les grandeurs suivantes :

- $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  : la permittivité du vide (F/m);
- $\varepsilon_{33}$  : la permittivité relative dans la direction de polarisation (z);
- $S$  : la surface de l'électrode;
- $e$  : l'épaisseur du patch piézoélectrique.

La capacité  $C$  du patch se situe entre la capacité bloquée  $C^S$  et la capacité libre  $C^T$  en fonction des conditions d'encastrement du transducteur dans la structure.  $C^S$  et  $C^T$  vérifient la relation suivante :

$$\begin{cases} C^S = \frac{\varepsilon_{33}^S \varepsilon_0 S}{e} \\ C^T = \frac{\varepsilon_{33}^T \varepsilon_0 S}{e} \end{cases} \quad (2.7)$$

### 2.1.5 Application au contrôle de vibrations

Un matériau piézoélectrique se déforme lorsqu'il est polarisé électriquement et se polarise électriquement lorsqu'il est soumis à un champ de contraintes. Il peut être utilisé à la fois pour réaliser des capteurs et des actionneurs. La mise en forme en plaque mince sous forme de patch est utilisée en contrôle des vibrations. Ces patchs sont recouverts d'une électrode sur chaque face et sont intégrés dans la structure dont on souhaite contrôler les vibrations; l'ensemble constitue un système capteur/actionneur, de masse et d'encombrement réduit.

## 2.2 Contrôle de vibrations par patchs shuntés

Basé sur l'utilisation de patchs piézoélectriques, le contrôle des vibrations par shunts tire partie de l'effet piézoélectrique direct (actionneur) et inverse (capteur). En modifiant le couplage électromécanique de la structure, le comportement vibratoire de la structure contrôlée peut être modifié. Un panorama détaillé des techniques de contrôle par patchs piézoélectriques est proposé dans [36].

### 2.2.1 Shunts passifs

Les shunts passifs ne nécessitent pas d'énergie pour fonctionner. Ils peuvent être non linéaires tels les shunts commutés ou les shunts à résistance variable ou non linéaires tels que les shunts capacitifs, résistifs ou résonnants[3][39].

### 2.2.2 Shunts actifs

Les shunts actifs nécessitent une source d'énergie externe pour opérer. C'est le cas de certains shunts commutés (SSD[24],SSDI[12],SSDV[30]). Le caractère actif autorise la mise en œuvre de techniques de contrôles plus élaborées (commande  $H_2$  [19] ou  $H_\infty$ ). En particulier, le shunt à capacité négative a la propriété de modifier la capacité apparente du patch piézoélectrique shunté. Bien qu'ayant un comportement similaire à un composant passif, sa réalisation nécessite des composants alimentés, d'où la dénomination de shunt semi-actif .

## 2.3 Analyse de sensibilité

### 2.3.1 Introduction

**Définition** Soit un système  $S$  possédant  $n$  entrées et  $m$  sorties. Soit une application  $f$ , un vecteur  $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{C}^n$  et un vecteur  $y = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbb{C}^m$ . Les vecteurs d'entrée  $x$  et de sortie  $y$  sont liés par la relation  $y = f(x)$ . L'évaluation de l'impact d'une variation d'un des paramètres d'entrée  $x_i$  sur chacune des composantes de sortie  $y_i$  s'appelle une analyse de sensibilité.

Dans le cas où l'application  $f$  est connue explicitement, un calcul de dérivées partielles permet d'établir analytiquement la sensibilité de chacune des composantes du vecteur de sortie par rapport à chacune des composantes du vecteur d'entrée. Cependant, lorsque cette relation est trop compliquée ou lorsque qu'elle n'est pas connue explicitement — dans le cas d'un modèle éléments finis par exemple — une analyse de sensibilité par évaluation d'un modèle numérique est nécessaire.

**Objectif** Historiquement, l'analyse de sensibilité a été utilisée comme un outil pour évaluer l'impact des incertitudes de certains paramètres d'un système sur ses performances, dans l'industrie chimique [14, 25, 44] ou aéronautique [47]. Une analyse de sensibilité a donc pour but de déterminer l'influence d'un paramètre d'entrée sur un indicateur de sortie.

En particulier, l'objectif peut être de :

- quantifier l'impact des variables d'entrée sur des paramètres d'intérêt;
- classer les variables d'entrée par rapport à leur influence déterministe sur les sorties;
- classer les variables d'entrée incertaines par rapport à leur contribution à la variabilité totale des sorties;
- réduire l'espace de conception d'entrée pour l'optimisation, la quantification des incertitudes, la construction d'un métamodèle impactant la variabilité de sortie;
- déterminer les corrélations entre les entrées et les sorties.

Un panorama des méthodes d'analyse de sensibilité est proposé dans [45].

### 2.3.2 Approches locales et globales

L'ensemble des valeurs que peut prendre un paramètre d'entrée d'un système s'appelle l'espace de conception. Il existe deux façon d'explorer cet espace : localement autour d'une valeur nominale ou en balayant tout l'espace. Les méthodes d'analyse de sensibilité relevant de la première approche sont dites locales et celles relevant de la seconde sont dites globales.

**Les méthodes locales** Les méthodes locales ont pour but d'étudier l'influence locale des paramètres d'entrée d'un système sur sa sortie dans une zone proche d'un point nominal en faisant l'hypothèse de linéarité autour de ce point. L'approche locale consiste donc à perturber chaque entrée du système pour déterminer l'effet sur sa sortie. C'est le cas des méthodes de différences finies ou des dérivées partielles.

**Les méthodes globales** Une analyse de sensibilité globale permet de quantifier les contributions de chaque paramètre aux variations globales des sorties du système dans tout l'espace de conception. Les méthodes globales courantes sont la décomposition de la variance (ANOVA) [34, 48, 14, 41, 11], la méthode de Morris [37] ou les coefficients de corrélation. Les méthodes de criblage [42] classent les paramètres d'entrée en fonction de leur importance relative et focalisent ainsi l'étude du système sur ces paramètres. L'analyse d'interactions vise à identifier les paramètres qui influencent la sensibilité relative des autres paramètres dans l'espace de conception. Enfin, l'analyse de la variance permet de quantifier la contribution de chaque paramètre d'entrée à la variance de sortie.

### 2.3.3 Comparaison des méthodes globales et locales

Le tableau 2.1 compare les méthodes globales et locales. Le principal avantage des méthodes locales est qu'elles sont simples à mettre en œuvre et nécessitent peu de calculs. En revanche les systèmes étudiés sont supposés linéaires et la sensibilité des paramètres n'est évaluée qu'autour d'un point de conception nominal. Les méthodes globales quant à elles amènent une connaissance qualitative ou quantitative plus profonde des interactions entre les paramètres du système. Tout l'espace de conception est exploré. Les temps de calculs sont en conséquence plus élevés que pour les approches locales.

Méthode	Avantages	Inconvénients
Locale	Simple à évaluer Interprétation physique aisée Peu de calculs nécessaires	Effets linéaires uniquement Espace d'entrée réduit Fonction de conception unique Sensibilité au point de conception
Globale	Tous les facteurs varient en même temps Robuste par rapport au point de conception Quantifie les interactions Exploration complète de l'espace d'incertitude	Nombreuses exécutions du modèle

TAB. 2.1: Comparaison des méthodes d'analyse de sensibilité globales et locales.

# Développement et caractérisation d'un circuit de shunt numérique

## Sommaire

---

<b>3.1 Introduction</b>	<b>15</b>
3.1.1 Contexte	15
3.1.2 Les shunts à capacité négative dans la littérature	15
3.1.3 Limites des circuits de shunts existants	17
3.1.4 Présentation du chapitre	18
<b>3.2 Dimensionnement d'un circuit de shunt numérique à capacité négative</b>	<b>19</b>
3.2.1 Définition du système	19
3.2.2 Modélisation	21
3.2.3 Pilotage de la raideur équivalente de la structure	23
<b>3.3 Conception d'un circuit shunt programmable</b>	<b>26</b>
3.3.1 Introduction	26
3.3.2 Principe et architecture	26
3.3.3 Aspects technologiques	29
<b>3.4 Caractérisation expérimentale</b>	<b>32</b>
3.4.1 Plan de validation de l'impédance programmable	33
3.4.2 Validation de l'étage numérique du circuit	33
3.4.3 Mesure de l'impédance électrique réalisée	34
3.4.4 Application au contrôle d'une capacité analogique	34
3.4.5 Application à un système plaque/patch	37
<b>3.5 Conclusions</b>	<b>40</b>

---

3.5.1	Circuit numérique de shunt . . . . .	40
3.5.2	Intégration . . . . .	42
3.5.3	De la pertinence du développement de circuits de shunt numériques .	42
3.5.4	Nécessité d'outils analyse de sensibilité et de robustesse . . . . .	43

---

## 3.1 Introduction

### 3.1.1 Contexte

La réduction du niveau vibratoire ou acoustique dans les structures peut s'obtenir par deux approches différentes selon que l'on cherche à modifier le comportement de la structure dans les basses fréquences — domaine modal — ou à des fréquences plus élevées — domaine moyennes et hautes fréquences [8].

**Contrôle modal** Le premier cas repose sur l'hypothèse que la dynamique de la structure peut s'expliquer par la superposition de dynamiques plus simples, distinctes les unes des autres, appelées modes. On étudie une réponse dans un domaine où le déplacement de la structure est alors classiquement écrit par projection sur la base modale, restreinte par simplification à un nombre fini de termes, conduisant ainsi à une approximation du champ de déplacement réel. Cette hypothèse n'est valable que lorsque la densité modale est suffisamment faible, c'est à dire dans les basses fréquences. Le contrôle modal consiste alors à contrôler un faible nombre des modes de la structure et par conséquent à modifier sa dynamique. Le terme « contrôle » est entendu ici dans le sens de commander et non d'examiner ou de vérifier.

**Contrôle de flux d'énergie** Dans le cas du contrôle de flux d'énergie vibratoire, l'approche par projection modale n'est plus valide puisque les modes se recouvrent et deviennent difficilement séparables. La réponse de la structure à une fréquence donnée ne peut plus s'exprimer par superposition d'un faible nombre de modes. Si les modes se recouvrent mais restent distinguables, on parle de domaine moyennes fréquences, si la densité modale est telle qu'il est impossible de distinguer les modes, on parle de domaine des hautes fréquences. Là où l'approche modale vise à contrôler certains modes pour modifier la dynamique de la structure complète, l'approche de contrôle de flux vise à modifier la réflexion, l'absorption ou la transmission des ondes mécaniques se propageant au travers d'une interface. C'est le comportement de cette interface dans une bande de fréquence donnée qui est contrôlé et non plus le comportement de la structure mécanique elle-même. Dans le cas où l'interface est constituée de dispositifs actifs tels que des patches piézoélectriques, on parle d'interface active.

### 3.1.2 Les shunts à capacité négative dans la littérature

**Shunt à capacité négative** Les patches piézoélectriques shuntés ont déjà été présentés dans le chapitre 2 et sont largement utilisés pour réaliser du contrôle de structures. Ils sont efficaces que ce soit pour le contrôle modal ou pour le contrôle de flux vibroacoustique dans

le cadre de la génération d'interfaces actives. Le shunt à capacité négative est un circuit capacitif équivalent à un condensateur déphasé de 180 degrés dont l'impédance électrique est  $Z(j\omega) = \frac{1}{-jC_{\text{shunt}}\omega}$ , avec  $C_{\text{shunt}} > 0$ . Connecter un circuit à capacité négative à un système revient à effectuer une rétroaction négative d'un condensateur sur ce système. Le modèle couramment retenu pour les transducteurs piézoélectriques est la mise en série d'une capacité avec une source de tension proportionnelle au champ de déplacement local de la structure. Un transducteur shunté par une capacité négative modifie la capacité équivalente du transducteur. De tels circuits ne sont pas réalisables de façon passive. En effet, un condensateur soumis à une tension positive acquiert une charge positive puisqu'il est récepteur. Une capacité négative impliquerait que la charge soit négative donc qu'il soit générateur tout en étant récepteur, ce qui est physiquement impossible. C'est pourquoi il est nécessaire de réaliser artificiellement cette impédance par l'utilisation de circuits plus complexes dont le comportement global est équivalent à une capacité négative. Un circuit conçu dans le but d'obtenir un comportement équivalent constitue ce qu'on appelle une impédance synthétique. Antoniou [1] a proposé un circuit de synthèse d'inductance à base d'amplificateurs opérationnels. Horowitz [27] a lui proposé une capacité négative synthétique.

**Shunt analogique à base d'amplificateurs opérationnels** Une impédance négative — et plus spécifiquement une capacité négative — peut être synthétisée par un circuit à base d'amplificateurs opérationnels [29, 27, 2, 21]. La figure 3.1 montre le schéma d'un circuit à capacité négative utilisé dans [2]. Il fonctionne en mode linéaire et convertit l'impédance d'un condensateur en impédance négative et s'écrit, en régime harmonique :

$$R_s + \frac{1}{j\omega C_{\text{shunt}}}, \quad (3.1)$$

avec  $\omega$  la pulsation propre et la capacité négative réalisée :

$$C_{\text{shunt}} = -\frac{R_4}{R_3}C \quad (3.2)$$

Beck [2] donne une condition de stabilité de l'ensemble patch+shunt en faisant l'hypothèse que la source de tension — proportionnelle à la déformation de la structure — est nulle. La stabilité repose sur deux critères:

- il y a une rétroaction négative en régime continu ;
- le gain de la branche inverseuse est supérieur au gain de la branche non inverseuse.

Dans ce cas, avec les notations de la figure 3.1, la condition de stabilité s'écrit:

$$\frac{C_{\text{patch}}}{C} < \frac{R_4}{R_3} \quad (3.3)$$

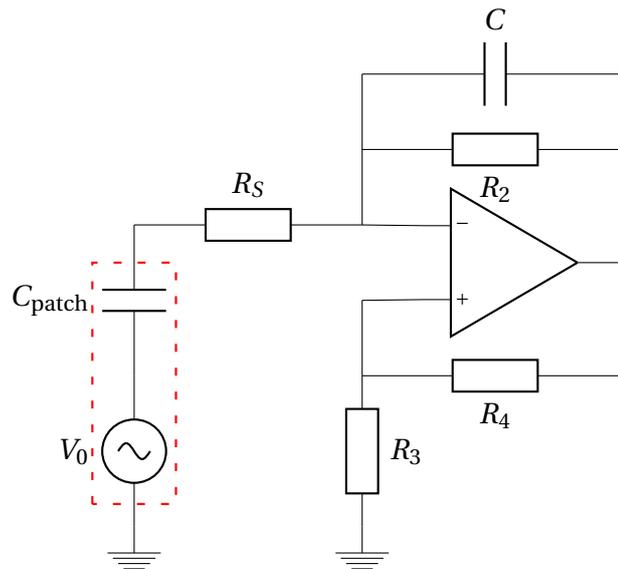


FIG. 3.1: Réalisation d'un circuit analogique à capacité négative à partir d'amplificateurs opérationnels.

**Shunt numérique** Des implémentations numériques de shunts, basées sur des processeurs dédiés au traitement du signal ont été proposées [18]. Plutôt que de concevoir le comportement du circuit de shunt analogique en assemblant des montages à base d'amplificateurs opérationnels, la partie analogique du circuit n'a dans ce cas pour seule fonction que de réaliser l'interface entre le système physique et la carte de commande numérique. Elle réalise l'adaptation des impédances et des niveaux de tensions en vue de l'acquisition des signaux par une carte numérique et intègre une source de courant imposant les variations de charge électrique au cours du temps. Le comportement dynamique est implémenté sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie (IIR) représentant la dynamique tension/courant autrement appelée impédance électrique et calculé de façon déportée sur ordinateur. L'avantage de cette solution est qu'il est aisé de changer l'impédance synthétisée et donc le type de shunt appliqué aux bornes du patch piézoélectrique puisqu'il suffit de changer les coefficients de l'équation. Le shunt ainsi réalisé est constitué d'une partie analogique et d'une partie numérique, d'où l'appellation de shunt numérique, bien qu'il ait toujours une partie analogique.

#### 3.1.3 Limites des circuits de shunts existants

Le principal inconvénient des shunts analogiques réside dans leur nature propre : l'impédance qu'ils synthétisent est réalisée par les composants qui les constituent et il est donc impossible de changer la nature du shunt une fois le circuit fabriqué. En revanche, il est

possible de modifier certains paramètres — la capacité équivalente par exemple — par le biais de potentiomètres mais toute modification nécessite une intervention humaine. Ainsi un réseau de patchs shuntés réglé correctement à un instant donné, peut nécessiter ultérieurement une intervention longue et fastidieuse pour affiner certains réglages. C'est d'autant plus vrai si le système n'est plus accessible une fois en situation opérationnelle — une aile d'avion par exemple. Les shunts numériques sont une solution à ce problème puisqu'ils peuvent être réglés informatiquement à distance.

Le shunt numérique proposé par Fleming [18] est basé sur une interface d'acquisition et de calcul sur ordinateur. L'encombrement d'un tel système, s'il n'est pas un frein lors de mise en point en laboratoire sur un petit nombre de patchs, est trop volumineux à mettre en œuvre pour un nombre important d'actionneurs.

L'utilisation de réseaux de patchs nécessite de limiter l'encombrement du circuit de shunt, voire de l'intégrer dans le matériau d'où le besoin d'un circuit de shunt compact et intégré, réglable en temps réel et à distance. L'enjeu du travail présenté dans ce chapitre est de proposer un design de shunt numérique adapté à un contrôle adaptatif d'une structure équipée d'un grand nombre de patchs.

### 3.1.4 Présentation du chapitre

Ce chapitre vise à présenter le développement d'un circuit de shunt numérique appliqué à un patch piézoélectrique pour l'amortissement de vibrations. Le shunt retenu est un shunt à capacité négative où le caractère négatif de la capacité accroît le coefficient de couplage électromécanique en diminuant la capacité apparente du patch piézoélectrique. Les shunts existants ne peuvent pas être réglés aisément et à grande échelle, il est proposé ici une conception électronique d'un circuit shunt réglable en temps réel. Le caractère numérique du circuit lui confère une versatilité et une facilité de réglage. Dans l'optique d'une intégration future de la technologie dans la matière, il a été décidé de maîtriser les outils de développement très bas niveau. La figure 3.2 illustre le positionnement des travaux de la thèse : l'objectif est d'intégrer le circuit dans la matière avec pour jalon technique intermédiaire d'obtenir un circuit de la surface des patchs utilisés. Une structure ainsi équipée par un réseau périodique de patchs s'appelle un méta-matériau. Le CNRS dans sa revue 2014 [6] pointe le manque de prototypes de telles structures. Le chapitre présenté ici a pour objectif de présenter des outils de réalisation des méta-matériaux programmables et en particulier un shunt numérique synthétisant une impédance électrique telle que la capacité négative. De manière générale, tout circuit dont l'impédance peut s'écrire sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle est réalisable. Les aspects physiques sont abordés en première partie, suivi par le développement technologique du circuit pour finir par la caractérisation expérimentale du shunt réalisé.

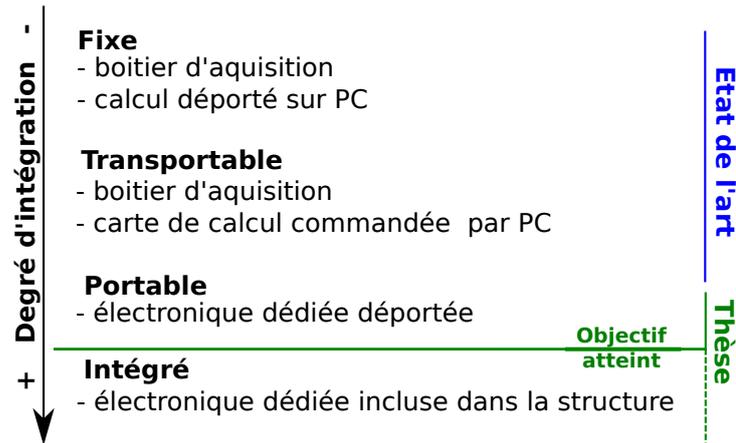


FIG. 3.2: Échelle d'intégration du circuit de shunt numérique dans la structure.

## 3.2 Dimensionnement d'un circuit de shunt numérique à capacité négative

### 3.2.1 Définition du système

**Méta-matériau** Les travaux de la thèse se placent dans le contexte de la recherche sur les méta-matériaux. En particulier, les outils proposés ont pour finalité la constitution de réseaux de patches piézoélectriques shuntés par des circuits suffisamment compacts pour être intégrés à même la structure contrôlée, tel qu'illustré sur la figure 3.3. Sur cette figure, le circuit de shunt présente des dimensions géométriques proches de celles du patch piézoélectrique auquel il est connecté. L'ensemble de la structure est composé de couches successives : la structure mécanique primaire (en bleu), le patch piézoélectrique (en rouge) et le circuit de shunt (en vert). Cette architecture présente l'avantage de limiter les câblages et donc la masse totale de la structure puisque le circuit de shunt est directement placé sur le patch piézoélectrique. La masse des composants et du circuit imprimé étant faible au regard de la structure, l'encombrement total ainsi que la masse de l'ensemble est alors similaire à celui des systèmes shuntés passivement. Les travaux présentés ici visent à atteindre ce niveau d'intégration avancé.

**Structures périodiques** Les structures étudiées sont périodiques, c'est à dire qu'elles présentent un motif élémentaire reproduit autant de fois que nécessaire pour couvrir la surface de la structure à traiter. La simulation et l'étude de ce genre de structure dans sa globalité s'avèrent rapidement coûteuses en temps et en puissance de calcul à mesure que le nombre de cellules élémentaires augmente. D'après la théorie de Floquet-Bloch [5, 20, 10], le caracté-

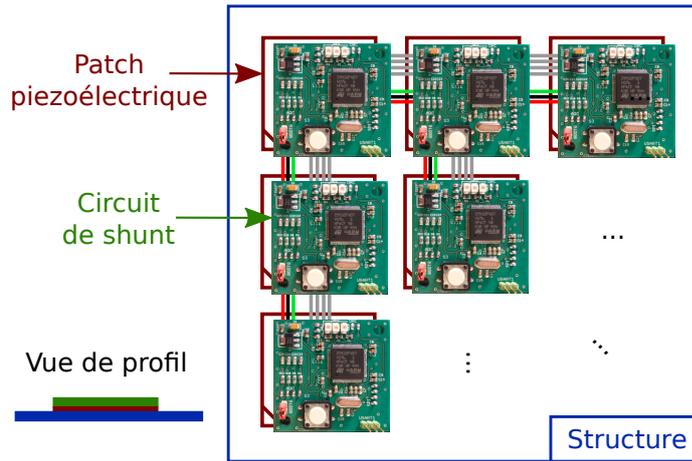


FIG. 3.3: Principe d'un méta-matériau équipé d'un réseau de patches piézoélectriques shuntés et intégrés.

ture périodique du système permet de reconstruire le comportement du système complet à partir de l'étude d'une seule cellule élémentaire de taille réduite en un temps raisonnable. C'est pourquoi la suite de ce chapitre se restreint à l'étude et au développement du circuit de shunt d'une cellule élémentaire seule.

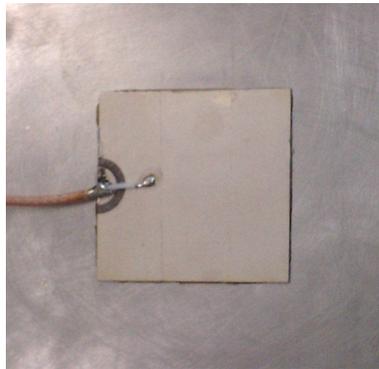


FIG. 3.4: Photographie d'un patch piézoélectrique en céramique 50x50mm fixé sur une plaque en aluminium.

**Composition de cellule élémentaire** Le système étudié est une structure composite constituée d'une plaque métallique sur laquelle est fixée un patch piézoélectrique carré de P189 photographié sur la figure 3.4. Le patch est shunté par un circuit à capacité négative de capacité  $C_{shunt} > 0$  ayant une impédance électrique  $Z_{shunt} = \frac{1}{-jC_{shunt}\omega}$ , avec  $\omega$  la pulsation du signal en rad/s et  $j$  tel que  $j^2 = -1$ . La figure 3.5 met en évidence les trois sous-systèmes

étudiés, à savoir la structure purement mécanique, le circuit de shunt et enfin le patch piézoélectrique. On considère le repère  $(\vec{x}, \vec{z}, \vec{z})$  définissant les trois directions spatiales du patch et présenté sur la figure 3.6. Dans la suite, les indices 1,2,3 feront référence aux directions  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ . Ce dernier est polarisé dans la direction  $\vec{z}$  du repère de la figure 3.6 et on suppose que le patch est isotrope dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ . Les deux surfaces de normale  $\vec{z}$  sont munies d'une électrode et mesurent la différence de potentiel créée par le champ électrique entre les deux faces du transducteur et désignée par la suite comme étant la tension entre les électrodes. D'après [26], les seules ondes couplées avec le champ électrique mesuré par les électrodes sont les ondes transversales dans la direction 1<sup>1</sup> — effet « 31 » — et les ondes longitudinales dans la direction 3 — effet « 33 ». Aucun cisaillement — effet « 51 » — n'est observable dans cette configuration. On néglige l'action des ondes longitudinales dans la plaque. D'une part elles ont une vitesse de propagation et une longueur d'onde élevées pour lesquelles un patch de taille centimétrique n'est pas adapté. D'autre part, dans l'application visée la majorité de l'énergie vibratoire est véhiculée par les ondes transversales. On considère que le patch est fixé sur la plaque sans prendre en compte la couche mince de colle utilisée expérimentalement. La justification de cette hypothèse est présentée dans le chapitre 4. Le système est isotrope dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  et les symétries dans la géométrie de la structure permettent d'étudier le système indifféremment dans les directions 1 ou 2.

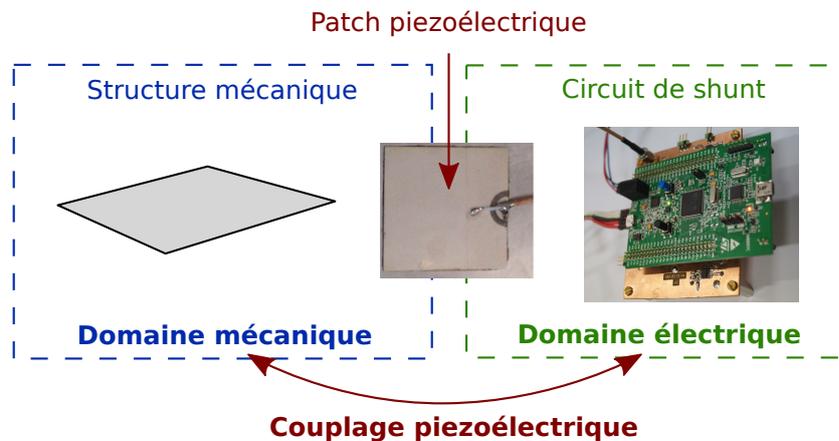


FIG. 3.5: Composition de la structure contrôlée.

### 3.2.2 Modélisation

Le modèle doit permettre de dimensionner le circuit de shunt présenté dans la suite du chapitre. Pour cela, il est essentiel de déterminer la plage de variation du courant circulant

1. Idem avec la direction 2. Le patch est isotrope dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , les effets sont les mêmes

dans le circuit — c'est-à-dire la variation de la charge du patch dans le temps — et de la tension entre les électrodes en fonction des paramètres du système pour une excitation et un niveau de performance donné. Ce modèle de comportement doit prendre en considération:

- la géométrie du transducteur piézoélectrique ;
- la géométrie de la structure mécanique contrôlée ;
- les coefficients de couplage électromécanique du transducteur piézoélectrique ;
- la permittivité du diélectrique du transducteur ;
- le niveau d'excitation mécanique de la structure ;
- l'impédance électrique du circuit de shunt.

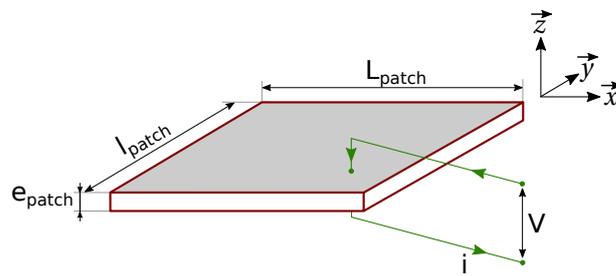


FIG. 3.6: Géométrie du patch piézoélectrique (rouge) muni de deux électrodes (gris).

**Modèle de la structure composite plaque/patch** La formulation générale du problème 3D électromécanique discrétisé par la méthode des éléments finis peut s'écrire sous la forme du système d'équations 3.4[7]. Ce système couple les degrés de liberté mécaniques  $w$  au seul degré de liberté électrique  $V$  qui désigne la tension aux bornes du patch.

$$\begin{cases} M_m \ddot{w} + K_m w - K_c V = F \\ K_c^T w + CV = Q \end{cases} \quad (3.4)$$

Dans l'équation 3.4,  $w$  représente le vecteur des déplacements nodaux,  $Q$  la charge électrique.  $M_m$  et  $K_m$  sont respectivement les matrices de masse et de raideur mécaniques,  $K_c$  est la matrice/vecteur de couplage électromécanique et  $F$  les efforts extérieurs appliqués sur le patch.

**Shunt à capacité négative** La capacité négative a pour effet de réduire la capacité apparente du patch. Lorsque le patch piézoélectrique est shunté, la relation entre le courant  $I$  circulant dans le patch et la tension  $V$  à ces bornes est imposée par l'impédance électrique  $Z$  du circuit de shunt selon la loi d'Ohm généralisée  $V = ZI$ . Les équations du système font

### 3. Développement et caractérisation d'un circuit de shunt numérique

---

intervenir la charge électrique  $Q$  plutôt que le courant  $I$  qui en dérive. Ainsi  $I = j\omega Q$  en régime harmonique avec  $\omega$  la pulsation du signal. Soit un shunt capacitif de capacité négative  $-C_{\text{shunt}} < 0$  connecté au patch. Son impédance est  $Z_{\text{shunt}} = \frac{1}{-jC_{\text{shunt}}\omega}$  et avec les notations précédentes, la charge du patch — elle est opposée à celle du shunt — s'écrit  $Q = C_{\text{shunt}}V$ . Le système d'équations 3.4 devient alors:

$$\begin{cases} M_m \ddot{w} + K_m w - K_c V & = F \\ K_c^\top w + (C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}})V & = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

**Expression des matrices de masse et de raideur** La connaissance des matrices de masse et de raideur permet de résoudre le système et donc d'évaluer le courant et la tension. Dans le cas présent, le système étant une plaque, il est possible d'évaluer analytiquement ces matrices.

**Validité du modèle** Le shunt présenté par la suite est un système discrétisé en temps mais par le choix d'une fréquence d'échantillonnage suffisamment élevée par rapport aux fréquences des ondes contrôlées, cela ne remet pas en cause la validité du modèle précédent. La structure étant plane, un modèle de plaque en déformation plane donnerait l'expression des matrices de masse et de raideur en fonction de la géométrie du système et des paramètres des matériaux. Si le système est plus complexe, les matrices peuvent être obtenues par simulation éléments finis de la structure non shuntée. Le modèle présenté est donc simplifié mais suffisant pour assurer le pré-dimensionnement du circuit de shunt.

#### 3.2.3 Pilotage de la raideur équivalente de la structure

**Raideur équivalente** On déduit du système 3.5 la tension :  $V = \frac{-K_c^\top}{C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}} w$  et donc en réinjectant dans la première équation on aboutit à :

$$M_m \ddot{w} + \left( K_m + \frac{K_c K_c^\top}{C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}} \right) w = F \quad (3.6)$$

Le shunt à capacité négative modifie donc la raideur apparente de la structure  $K_{\text{eq}} = K_m + \frac{K_c K_c^\top}{C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}}$ . La figure 3.7 présente l'évolution de la raideur de la structure couplée en fonction du ratio de capacité  $R = \frac{-C_{\text{shunt}}}{C_{\text{patch}}}$ . Pour de petites valeurs du ratio la raideur est égale à la raideur du circuit ouvert et pour de grandes valeurs du ratio la raideur est égale à la raideur du circuit en court-circuit.

On note sur la figure 3.7 que pour une capacité négative supérieure en valeur absolue à la capacité du patch (branche gauche), plus la capacité équivalente du patch diminue, plus la structure mollit. A l'inverse pour une capacité négative légèrement inférieure à la capacité

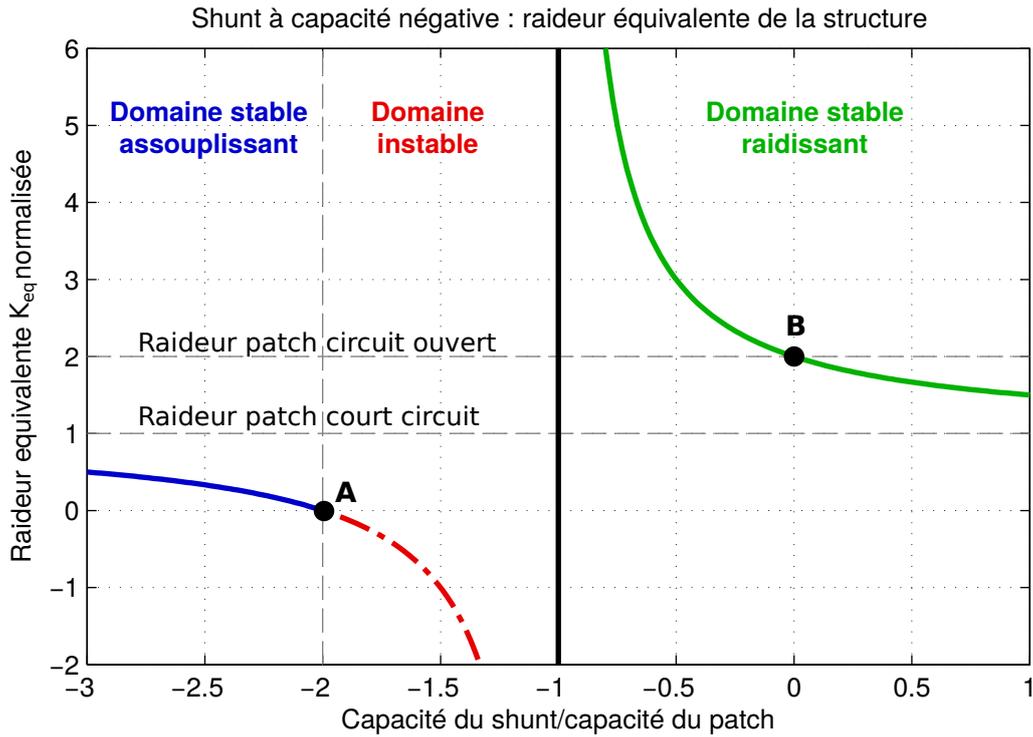


FIG. 3.7: Raideur équivalente de la structure en fonction de la capacité négative.

du patch (branche droite), plus la capacité équivalente du patch diminue, plus la structure raidit. Il devient alors possible de piloter la raideur équivalente d'une structure en modifiant la capacité équivalente du patch.

**Résolution de la capacité synthétisée** Le pilotage de la raideur de la structure requiert d'accorder finement la capacité du shunt à la capacité du patch. La résolution de la capacité générée, c'est-à-dire la valeur de la capacité d'un quantum de quantification, doit être suffisamment petite pour approcher le point d'instabilité théorique (point A de la figure 3.7). Soit  $i$  le courant circulant dans le patch,  $U$  la tension à ces bornes,  $C$  la valeur de la capacité synthétisée par le shunt et  $\omega$  la pulsation du signal. La loi d'Ohm généralisée donne :

$$i = j\omega CU \quad (3.7)$$

La capacité minimum  $C_{\min}$  synthétisable en conditions opérationnelles est donc :

$$C_{\min} = \frac{i_{\min}}{\omega \cdot U} \quad (3.8)$$

Le courant circulant dans le circuit est piloté par le DAC<sup>2</sup> et correspond au quantum de quantification donné par  $n_{\text{DAC}}$ , le nombre de bit de résolution du DAC, ainsi que par  $i_{\text{maximum}}$ ,

2. DAC: Digital to Analog Converter, convertisseur numérique/analogique

### 3. Développement et caractérisation d'un circuit de shunt numérique

---

le courant maximum débitable par la source de courant, selon la relation :

$$i_{\min} = \frac{i_{\max}}{2^{n_{\text{DAC}}}} \quad (3.9)$$

La relation 3.8 devient alors :

$$C_{\min} = \frac{i_{\max}}{\omega \cdot U \cdot 2^{n_{\text{DAC}}}} \quad (3.10)$$

La résolution en capacité dépendant de la fréquence et du niveau de tension, le dimensionnement des composants du circuit de shunt doit être adapté aux conditions nominales de fonctionnement, à savoir la bande passante contrôlée et le niveau d'excitation mécanique de la structure. En suivant le même raisonnement, la capacité maximum  $C_{\max}$  synthétisable est :

$$C_{\max} = \frac{i_{\max}}{\omega \cdot U} \quad (3.11)$$

**Stabilité du système** Lorsque la raideur  $K_{\text{eq}}$  devient négative, le système est instable. En effet, en régime statique,

$$w = K_{\text{eq}}^{-1} F = \frac{C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}}{K_m(C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}) + K_c K_c^T} F \quad (3.12)$$

et donc la tension associée aux bornes du patch s'écrit,

$$V = \frac{-K_c^T}{K_m(C_{\text{patch}} - C_{\text{shunt}}) + K_c K_c^T} F \quad (3.13)$$

La tension électrique présente une singularité lorsque la raideur équivalente est nulle. Une des principales difficultés liée à l'implémentation d'un circuit à capacité négative est ainsi sa stabilité et la tendance vers l'infini de la tension et du courant. Le point de fonctionnement ciblé est le point A de la figure 3.7 pour lequel la raideur équivalente est nulle. Ce point de fonctionnement étant instable, l'enjeu expérimental consiste à l'approcher au plus en restant dans la zone de stabilité. Des marges de fonctionnement sont à prévoir dans la mesure où les matériaux piézoélectriques peuvent présenter des comportements non linéaires et varier dans le temps. Dégrader le couplage électromécanique limiterait la tension aux bornes du patch à proximité du point instable. Cependant pour une même variation de raideur, la variation de la capacité à synthétiser diminuerait également et pour une même performance en terme de pilotage de raideur, la résolution en capacité devrait être améliorée. Augmenter le nombre de bits de résolution des DAC et ADC est une solution envisageable mais se heurte au niveau de bruit dans le circuit, opposant une limite physique à cette solution. Seul un dimensionnement fin, basé sur un modèle et dans des conditions d'opération bien connues permet de garantir le bon fonctionnement d'un circuit de shunt à capacité négative. Les enjeux de sensibilité des performances au regard des variations des paramètres du système sont présentés dans le chapitre 4.

## 3.3 Conception d'un circuit shunt programmable

### 3.3.1 Introduction

Le circuit développé doit pallier les insuffisances des shunts passifs et actifs existants, en premier lieu desquelles figure l'impossibilité de réglage des propriétés du shunt en temps réel. L'application visée étant l'utilisation de réseaux de patchs shuntés, ces réglages doivent être possibles numériquement, à distance et en temps réel, par un opérateur humain ou par un système numérique de plus haut niveau. Outre le circuit à capacité négative, une grande variété de shunts doit aussi pouvoir être implémentée — des shunts résonants par exemple. Ensuite, le circuit doit être suffisamment compact pour être intégré dans les structures contrôlées pour rendre possible la réalisation de preuves de concepts de structures programmables en milieu opérationnel. Il doit rendre possible la mise en œuvre de stratégies d'adaptation face à des variations de propriétés environnementales — la température par exemple — ou être capable de gérer des interactions entre plusieurs patchs shunté contrôlant une même structure mécanique. Enfin, le circuit doit être adapté à des patchs d'une capacité allant de cinq à cinquante nanofarads — un exemple est présenté sur la figure 3.4.

### 3.3.2 Principe et architecture

**Imposer la dynamique tension/courant** Un patch piézoélectrique, lorsqu'il est shunté, se voit imposer une condition aux limites sur deux de ses degrés de liberté électriques que sont la tension entre ses électrodes et la répartition des charges dans le diélectrique. Reproduire l'action des circuits de shunts existants est alors équivalent à imposer ces conditions aux limites en conservant la même dynamique tension/charge.

La charge électrique du patch est une grandeur qui n'est pas directement accessible par des moyens technologiques simples. En revanche sa variation temporelle, c'est-à-dire le courant circulant entre les électrodes, peut être aisément mesuré. Une résistance de charge de faible valeur verra apparaître à ses bornes une tension proportionnelle au courant la traversant sans influencer significativement sur le comportement du patch. Un conducteur parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique perturbe ce dernier et peut être mesuré par effet Hall. De même, de nombreuses solutions [28, 40, 51] existent pour créer une source de courant, généralement à base d'amplificateurs opérationnels.

Ainsi le choix a été fait de piloter la dynamique entre la tension aux bornes du patch et le courant électrique circulant dans le shunt connecté entre les électrodes. Deux choix de conception sont alors possibles : piloter le courant et mesurer la tension ou l'inverse. La mesure du courant de faible amplitude, comme c'est le cas ici, est très sensible au bruit de mesure. La mesure de la tension aux bornes du patch, de grande amplitude, est moins exposée

à cet obstacle. Toutefois, le pilotage en courant se heurte à une difficulté due au caractère capacitif du patch, qui mène à l'intégration de la valeur moyenne du signal pouvant mener à un biais significatif — une composante continue — de la tension du patch. Cependant, d'après [33, 38, 23], piloter le transducteur en courant plutôt qu'en tension limite les effets d'hystérésis. Finalement la solution basée sur la mesure de la tension et le pilotage du courant a été retenue. C'est donc l'admittance électrique et non l'impédance qui est effectivement imposée.

**Principe général** Le schéma opératoire de pilotage de la dynamique tension/courant est présenté sur la figure 3.8. La tension aux bornes du patch est mesurée par un convertisseur analogique numérique (ADC) après avoir été conditionnée pour satisfaire à la gamme de tension de fonctionnement de l'électronique numérique. Une équation récurrente exprimant la dynamique ciblée est alors calculée par un microcontrôleur qui génère un signal image du courant devant circuler dans le circuit, par l'intermédiaire d'un convertisseur numérique analogique (DAC). Après avoir été conditionné, ce signal pilote une source de courant connectée à une des électrodes du patch. Ainsi, la dynamique de comportement tension/courant est assurée par la partie numérique du shunt et l'interface avec le système physique est assurée par sa partie analogique. Un tel circuit constitue un système intelligent, en ce qu'il est capable de percevoir une variation de son environnement — la tension aux bornes du patch —, d'analyser et de réagir en fonction de la mesure — comportement dynamique du filtre implémenté — et d'agir sur son environnement — par l'intermédiaire de la source de courant.

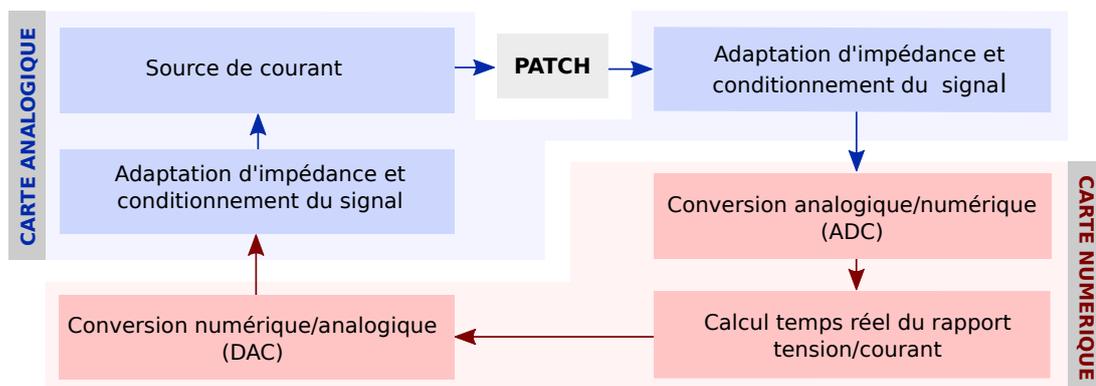


FIG. 3.8: Schéma de principe de l'admittance synthétique.

**Démarche de conception de l'équation du shunt** Le calcul de la dynamique du système est effectué par un microcontrôleur. Ce calcul a lieu en temps discret, toutes les périodes

d'échantillonnage, sous la forme d'une équation récurrente. Il est donc nécessaire d'établir cette équation récurrente à partir de l'expression de la fonction de transfert représentant la dynamique ciblée. Or il existe la relation d'équivalence suivante :  $\frac{d}{dt} \equiv j\omega \equiv p$  qui permet de passer d'un espace de représentation à l'autre. La figure 3.9 illustre la démarche de concep-

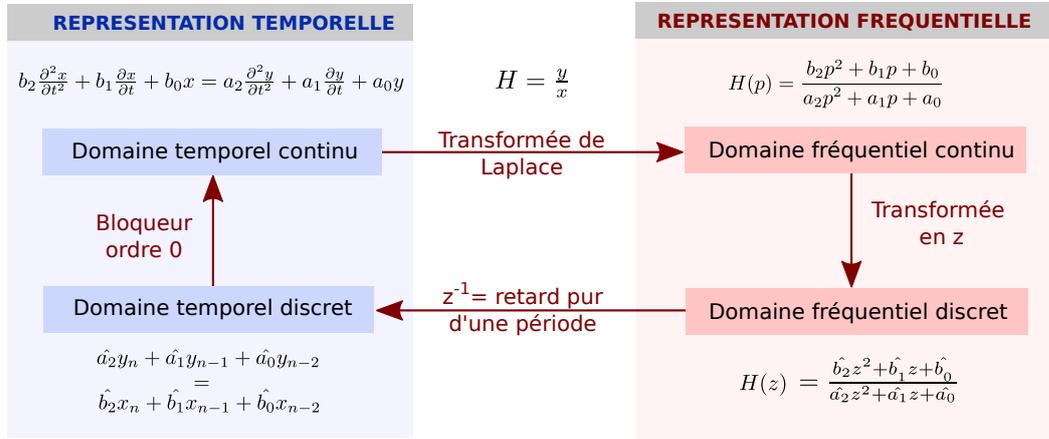


FIG. 3.9: Espaces et domaines utilisés pour le développement du shunt.

tion de l'équation implémentée. Premièrement, on exprime la dynamique courant/tension souhaitée sous forme d'une fonction de transfert dans le domaine fréquentiel continu par l'utilisation de la transformée de Laplace. Ensuite, la fonction de transfert est discrétisée par la transformée en  $z$  — transformée de Tustin dans ce cas. On se situe alors dans le domaine fréquentiel discret. La fonction de transfert discrète s'exprime alors en fonction de puissances de  $z$ . Le courant et la tension s'expriment en fonction de ces puissances de  $z$ . Cette équation a l'avantage de représenter le domaine temporel discrétisé,  $z^{-1}$  étant le retard pur d'une période échantillonnage. Soit  $y_k$  un signal de sortie et  $x_k$  un signal d'entrée,  $y_k$  et  $x_k$  représentent la valeur du signal  $y$  ou  $x$  à l'instant  $k$ .  $y z^{-1}$  représente alors la valeur du signal à l'instant  $k-1$ ,  $y z^{-2}$  à l'instant  $k-2$  et ainsi de suite. L'impédance électrique exprimée sous cette forme constitue un filtre à réponse impulsionnelle infinie ou filtre IIR (*Infinite Impulse Response*) régi par l'équation 3.14, avec  $(a_i, b_i) \in \mathbb{R}^2$  et  $(p, q) \in \mathbb{N}$

$$y_k = \frac{1}{a_0} \left[ \sum_{i=0}^p b_i \cdot x_{k-i} - \sum_{j=1}^q a_j \cdot y_{k-j} \right] \quad (3.14)$$

**Stabilité** Il faut s'assurer que le filtre implémenté est stable et causal. La condition de causalité garantit que la sortie du système à un instant  $t$  ne dépend pas de l'entrée ou de la sortie à l'instant  $t+1$ , qui n'est pas encore arrivé. Mathématiquement, cela implique que l'ordre du dénominateur de la fonction de transfert doit être supérieur ou égal à l'ordre du numérateur.

Le seconde condition à respecter est la stabilité du filtre. On distingue la stabilité au sens de Lyapunov — la sortie est bornée mais peut osciller — de la stabilité exponentielle — la sortie du système converge vers une valeur finie. Pour cela, il faut que les pôles des fonctions de transfert dans le domaine de Laplace soient à partie réelle négative — stabilité au sens de Lyapunov — ou à partie réelle strictement négative — stabilité exponentielle. Pour les fonctions de transfert en temps discret, la même condition porte sur la norme des pôles qui doit être inférieure ou strictement inférieure à un.

**Interactivité du circuit** Le circuit a été conçu de paire avec une interface permettant de modifier en temps réel les coefficients du filtre implémenté. Par l'intermédiaire du port série, un opérateur peut régler les propriétés du shunt en temps réel et à distance. La communication étant numérique, tout algorithme implémenté de façon à pouvoir communiquer un signal de sortie sur le port série peut interagir avec le circuit de shunt. La boucle entre le logiciel et le matériel ainsi réalisée en temps réel constitue ce qui s'appelle le *hardware in the loop*.

#### 3.3.3 Aspects technologiques

**Signaux limités en amplitude** D'un point de vue mathématique il n'y a pas de limite à l'amplitude des signaux. La tension aux bornes d'un transducteur piézoélectrique ou sa charge électrique peuvent tendre vers l'infini sans que la validité du modèle en soit affectée. Une première limitation réside dans des phénomènes physiques apparaissant à partir d'un niveau d'amplitude de la tension et de la charge. En effet, les transducteurs piézoélectriques utilisés présentent une polarisation électrique rémanente permettant l'exploitation de l'effet piézoélectrique sans nécessiter d'alimentation électrique. Cette rémanence est affectée dès que la tension aux bornes du transducteur dépasse la tension de polarisation du transducteur. La tension de claquage du patch, tension entre les électrodes à partir de laquelle le matériau n'est plus électriquement isolant — le transducteur se décharge brutalement — ne doit pas être dépassée au risque d'endommager le matériau. De plus, les composants électroniques peuvent être endommagés en cas de surtension. Les amplificateurs de haute tension utilisés fonctionnent dans la gamme  $\pm 30V$ . Une protection contre ces surtensions est assurée par des ponts de diode Zéner écrêtant les signaux. Si la tension aux bornes du patch dépasse la tension de seuil des diodes, elles deviennent passantes etaturent le signal de sorte qu'il ne dépasse pas les limites tolérables. Pour que le contrôle fonctionne correctement, il faut donc que la valeur moyenne des signaux soit nulle pour utiliser au mieux toute la plage de tension possible et éviter les saturations dues à un biais dans la tension aux bornes du transducteur.

**Erreur d'intégration du courant** Il a déjà été évoqué la difficulté que constitue le pilotage en courant d'un transducteur piézoélectrique. En effet, le caractère capacitif de ce dernier intègre temporellement le courant imposé par le circuit de shunt. Si la valeur moyenne du courant n'est pas nulle donc si une composante continue apparaît, elle est intégrée et cause l'apparition d'un biais dans la tension du patch qui peut tendre vers l'infini. Les diodes Zener écrêtent cette tension mais le contrôle devient inopérant. Cette composante continue apparaît également en cas de saturation d'un des signaux de commande ou de mesure. Par exemple, si la source de courant n'est pas assez puissante pour répondre à la consigne, le signal sature et une composante continue apparaît. De plus le courant moyen n'étant jamais exactement nul, il y aura systématiquement une tension de biais dans le patch. Pour ces raisons, il est nécessaire de réguler la composante continue autour de zéro. Ceci peut être réalisé numériquement par l'ajout d'un filtre dans le microcontrôleur ou analogiquement en assurant une rétroaction négative des basses fréquences de la tension du patch sur l'entrée du signal de consigne de la source de courant. Ainsi, le contrôle effectué n'est appliqué que sur la composante dynamique des signaux. Dans le cas du shunt à capacité négative, cela signifie que la raideur statique de la structure ne change pas et que seule la raideur dynamique est modifiée— action de la résistance  $R_2$  sur le schéma du circuit de shunt analogique 3.1. De même le courant nécessaire circulant dans une capacité à tension constante augmente proportionnellement avec la fréquence du signal. Le courant que peut débiter la source de courant étant limité, il faut couper les hautes fréquences pour éviter la saturation du circuit et les problèmes inhérents d'inefficacité du contrôle. Dans le cas du circuit à capacité négative, cela implique que la raideur de la structure ne peut être contrôlée au delà d'une certaine fréquence — action de la résistance  $R_S$  sur le schéma du circuit de shunt analogique 3.1. L'impédance électrique réellement implémentée pour prendre en compte ces limitations en basses et hautes fréquences est présentée sur la figure 3.10.

**Implémentation des calculs** Tous les calculs sont implémentés sur un microcontrôleur qui assure une mise en œuvre aisée du filtre correspondant au shunt désiré. Il ne s'agit pas d'un DSP (*Digital Signal Processor*) mais d'un GPU (*General Processing Unit*) classique de type ARM. Du fait de la versatilité des applications, les ordres de grandeurs des coefficients des équations peuvent varier d'un facteur  $10^6$ . Le calcul en virgule fixe, avec les soucis de troncature n'est donc pas adapté d'où l'utilisation du calcul en virgule flottante et l'utilisation d'une FPU pour améliorer les performances.

**Quantification et échantillonnage** La mesure d'un signal analogique par un système numérique, s'effectue grâce à un convertisseur analogique numérique appelé ADC en anglais (*Analog to Digital Converter*). Le signal mesuré est quantifié, c'est-à-dire qu'il ne peut atteindre qu'un nombre fini de niveaux, comme indiqué sur la figure 3.11. Le nombre de ni-

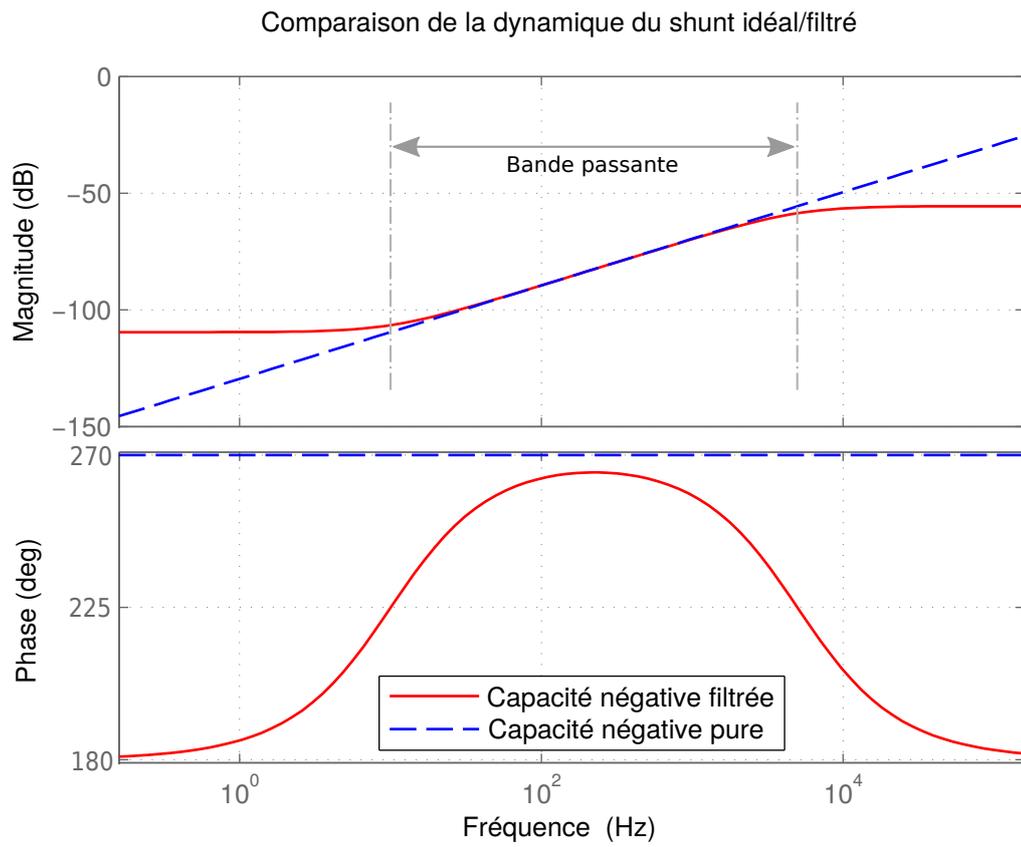


FIG. 3.10: Admittance du circuit de shunt à capacité négative.

veaux possibles s'exprime usuellement en puissance de deux; elle est exprimée en bits, le nombre de niveaux possibles étant de deux puissance le nombre de bits. Il faut donc dimensionner le système pour que le quantum de quantification soit au moins deux fois plus petit que la plus faible valeur du signal que l'on cherche à contrôler et avoir suffisamment de bits de résolution pour atteindre la valeur du signal ayant la plus grande amplitude. De plus, le signal est échantillonné, c'est à dire discrétisé dans le temps. La figure 3.11 illustre la transformation d'un signal continu en un signal échantillonné et discrétisé.

**Bloqueur d'ordre 0** De la même façon, pour générer un signal analogique à partir d'un signal numérique, il faut utiliser un convertisseur numérique analogique, appelé DAC (*Digital to Analog Converter*). Afin d'assurer la continuité du signal, il est nécessaire de maintenir la valeur du niveau de sortie à un instant donné sur toute la période d'échantillonnage. C'est ce qu'on appelle un bloqueur. Si la valeur de la sortie est constante sur toute la période d'échantillonnage, on parle de bloqueur d'ordre zéro. Si le niveau entre deux instants d'échantillonnage suit une interpolation linéaire, on parle de bloqueur d'ordre un.

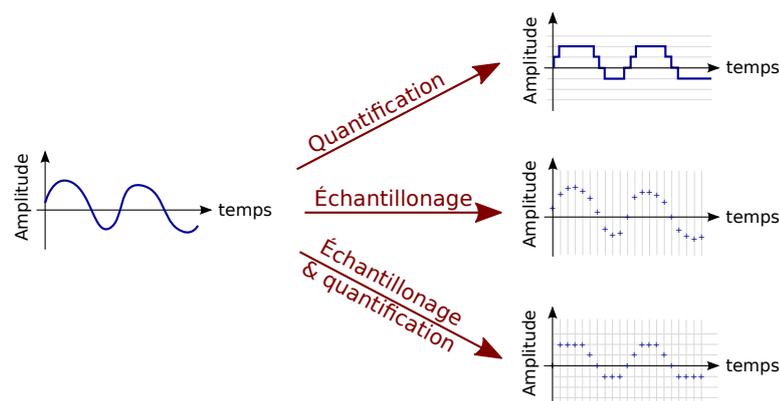


FIG. 3.11: Quantification et échantillonnage d'un signal continu.

### 3.4 Caractérisation expérimentale

Un prototype du circuit développé sur la base de tous les principes de dimensionnement énoncés précédemment est présenté sur la figure 3.12. La carte supérieure (verte) est une carte de développement du microcontrôleur utilisé. La carte inférieure (cuivre) contient la partie analogique du circuit de shunt.

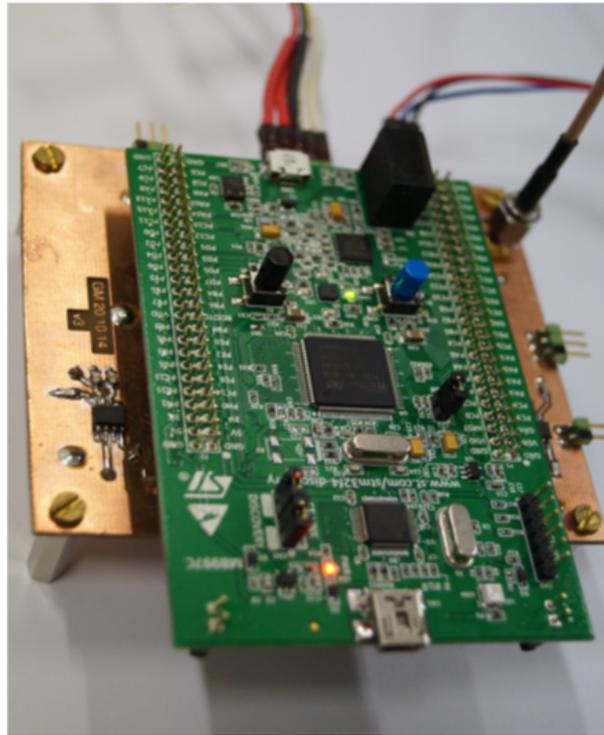


FIG. 3.12: Circuit de shunt développé.

#### 3.4.1 Plan de validation de l'impédance programmable

Le circuit de shunt développé est composé de deux sous ensembles: une carte numérique réalisant les calculs et une carte analogique réalisant l'interface physique avec le dispositif contrôlé. La validité du circuit repose sur la correspondance entre l'impédance électrique mesurée et celle programmée. La validation du circuit est divisée en deux phases. La première consiste à valider la bonne implémentation des calculs par la partie numérique; la seconde est la mesure effective à l'aide d'un impédancemètre calibré d'une capacité négative.

#### 3.4.2 Validation de l'étage numérique du circuit

La figure 3.13 illustre le montage utilisé pour valider le bon comportement des filtres implémentés. L'entrée de l'ADC est soumise à un bruit blanc et la sortie du DAC est analysée dans le domaine fréquentiel afin de mesurer la dynamique effectivement implémentée. Deux filtres passe-bas(3.15) et passe-haut( 3.16) du premier ordre de fréquence de coupure  $f_c = 1kHz$  ont servi de filtre test. Ils servent à valider correctement les comportements inté-

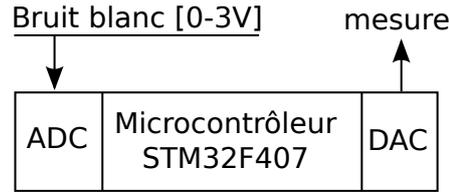


FIG. 3.13: Schéma de mesure de la partie numérique.

grateurs ou dérivateurs dans la bande de fréquence d'intérêt.

$$H_{\text{passe-bas}}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{2\pi f_c}} \quad (3.15)$$

$$H_{\text{passe-haut}}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{2\pi f_c}}{1 + j\frac{\omega}{2\pi f_c}} \quad (3.16)$$

Les diagrammes de Bode des deux filtres implémentés sont présentés sur la figure 3.14. Le comportement observé est conforme à celui attendu : la rotation de phase de 90 degrés a lieu à la fréquence de coupure de 1 KHz et la magnitude du signal de sortie des filtres augmente ou diminue de vingt décibels par décade. Cela valide l'implémentation des filtres par la partie numérique du circuit de shunt.

Le système, échantillonné à 150 kHz, a une bande passante de 75 kHz et présente un déphasage du à l'échantillonnage de 2.4°/kHz

### 3.4.3 Mesure de l'impédance électrique réalisée

L'impédance électrique a été mesurée par un impédancemètre. L'appareil analyse la dynamique du courant circulant dans le dispositif testé en fonction de la tension à ces bornes. La tension est imposée sur l'entrée de mesure de la tension du shunt et le courant circulant est mesuré par l'impédancemètre. Le diagramme de Bode de la mesure du circuit à capacité négative est donné sur la figure 3.15. La magnitude diminue de 20 décibels par décade, ce qui correspond au caractère capacitif du circuit implémenté. La phase, elle est de 90 degrés — capacité négative — et augmente linéairement avec la fréquence du fait de l'échantillonnage. Une erreur de calibration de la partie analogique du circuit, menant à des écarts de l'ordre de 30% entre la capacité programmée et la capacité générée a été mise en évidence.

### 3.4.4 Application au contrôle d'une capacité analogique

Le circuit de shunt à capacité négative a été validé électriquement mais sans être connecté à un système réel. Il a déjà été expliqué que le patch piézoélectrique est modélisé par une

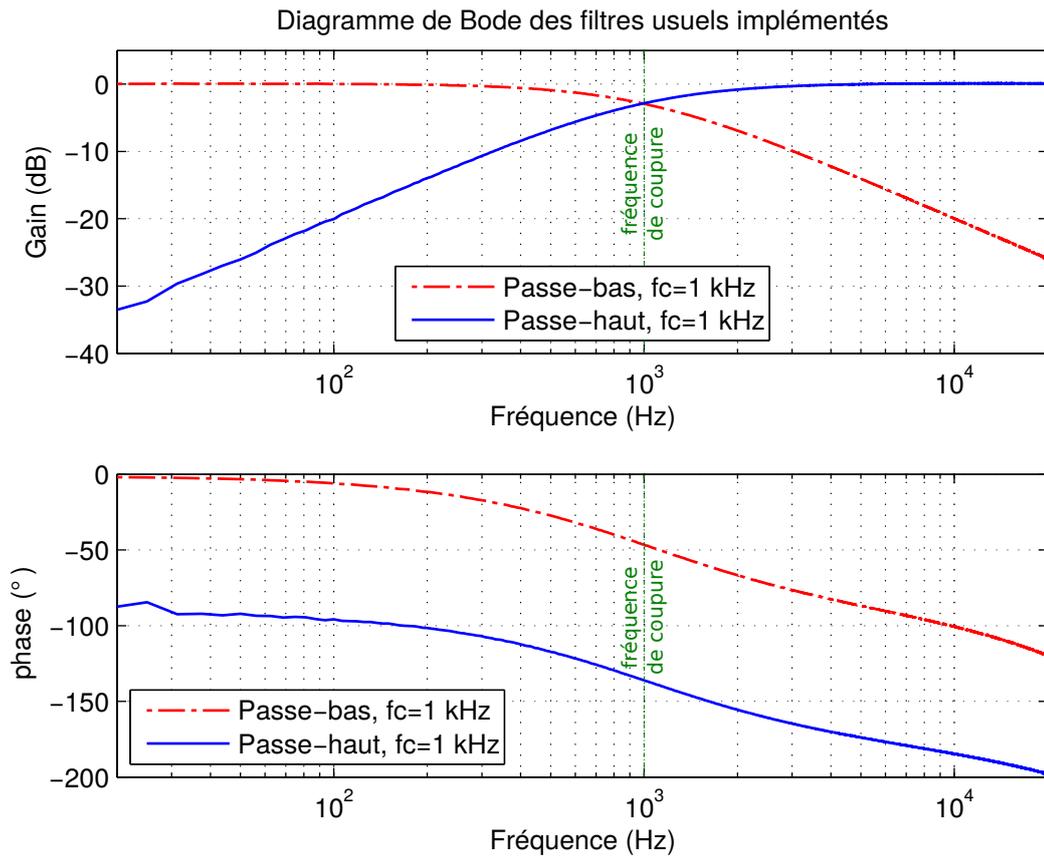


FIG. 3.14: Implémentation d'un filtre passe bas(-.-) et passe haut(—) de fréquence de coupure 1kHz.

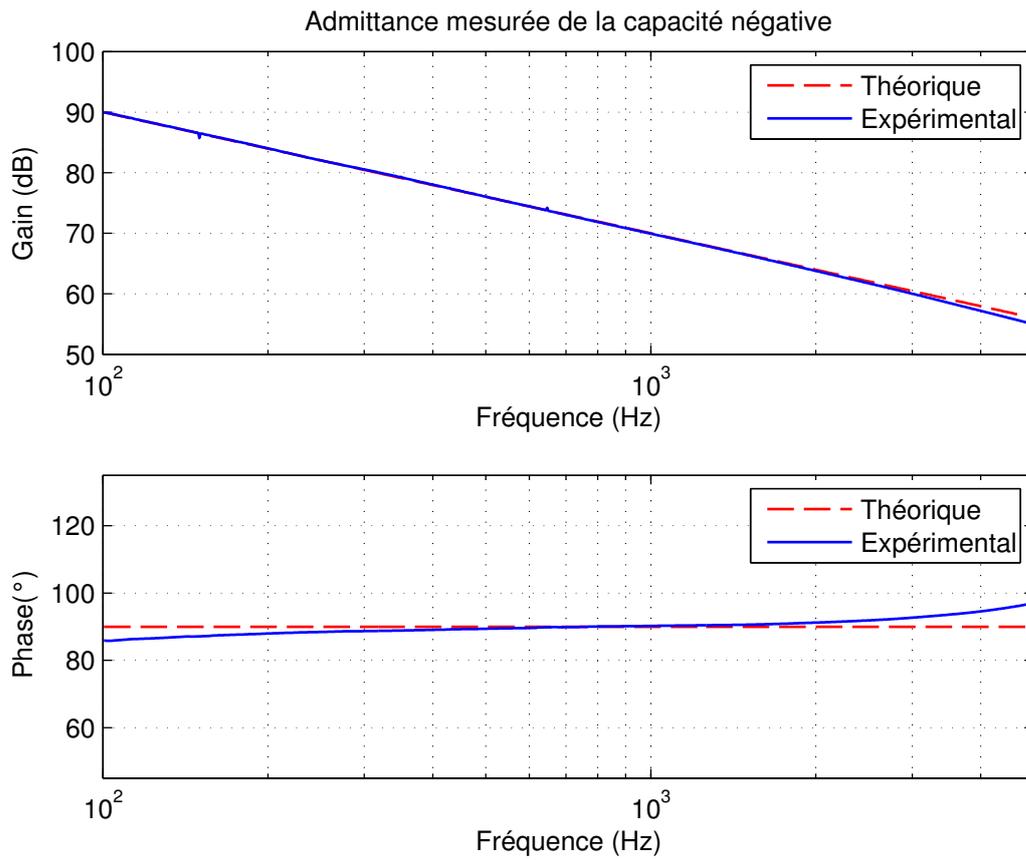


FIG. 3.15: Diagramme de Bode de la capacité négative implémentée expérimentalement.

capacité en série avec une source de tension dont la force électromotrice dépend des déformations du transducteur. Le pilotage de la raideur de la structure composite plaque/patch repose sur la modification de la capacité apparente du patch. Le montage présenté sur la figure 3.16 a servi à valider le pilotage de capacité apparente par l'action d'une capacité négative. Le circuit de shunt est connecté parallèlement au condensateur d'un filtre analogique passe bas du premier ordre. La fréquence de coupure du filtre doit être abaissée lors de la synthèse d'une capacité conventionnelle et augmentée dans le cas d'une capacité négative. Le condensateur du filtre, d'une capacité proche de celle du transducteur piézoélectrique (50nF), simule la structure équipée du patch. Le diagramme de Bode du filtre (voir figure

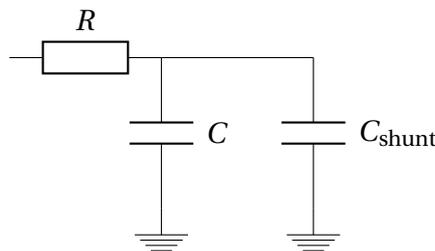


FIG. 3.16: Pont RC adossé à un circuit de shunt programmable.

3.17), présente trois configurations :

- Circuit de shunt non connecté (trait continu noir);
- Synthèse d'une capacité négative de -50nF (trait mixte rouge);
- Synthèse d'une capacité positive de 50nF (trait pointillé bleu) .

La synthèse de la capacité négative décale la fréquence de coupure vers les hautes fréquences ; la synthèse de la capacité positive décale la fréquence vers les basses fréquences. La fréquence de coupure du filtre sans contrôle est de 150Hz. Le condensateur noté  $C$  sur la figure 3.16 ayant une capacité de 50nF, la fréquence de coupure du filtre dans le cas du contrôle par une capacité négative de -50nF devrait tendre vers l'infini. Dans le cas de la synthèse d'une capacité de 50nF, la fréquence de coupure mesurée est de 100Hz et aurait du être divisée par deux, c'est-à-dire 75Hz. Le décalage théorie/expérimental observé peut s'expliquer par l'erreur de calibration du circuit de 30% mise en évidence lors de la caractérisation de l'impédance électrique réalisée. Nonobstant ce décalage, l'effet de capacité négative programmable mise en situation expérimentale proche des conditions opérationnelles est validé.

#### 3.4.5 Application à un système plaque/patch

**Conditions expérimentales** Le montage de caractérisation de l'efficacité du circuit de shunt en conditions expérimentales est présenté sur la figure 3.18. Une plaque en aluminium de

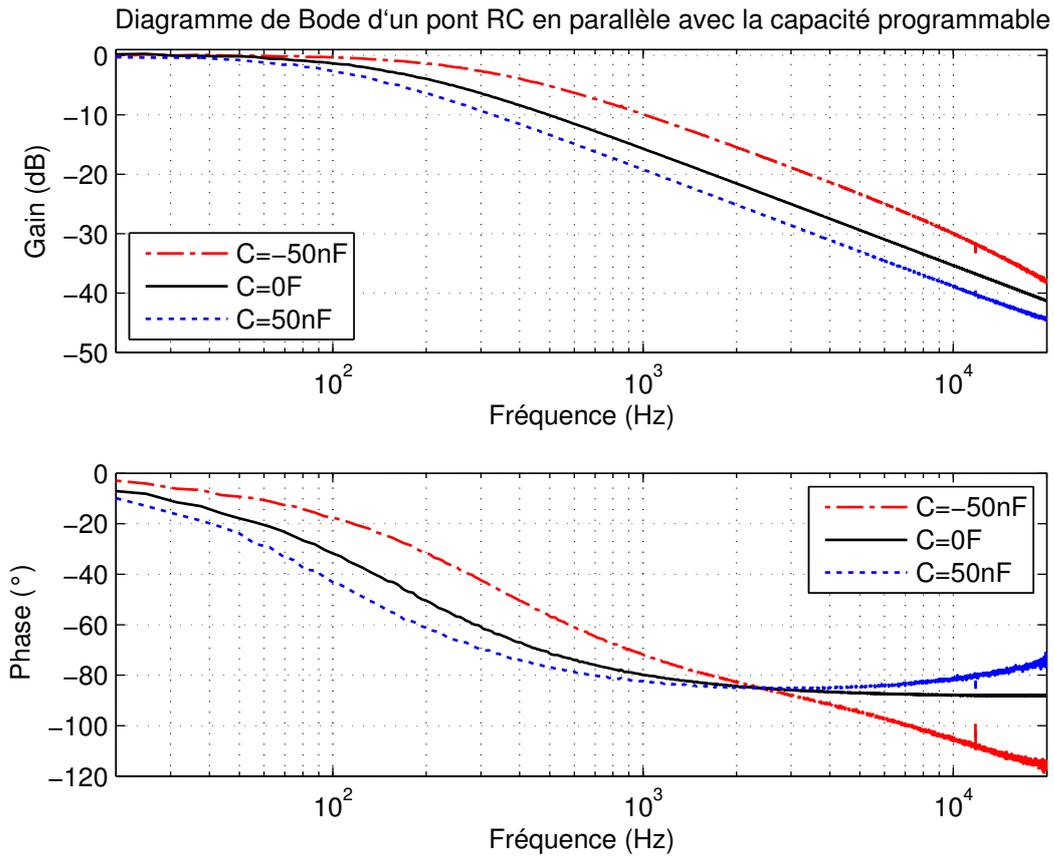


FIG. 3.17: Diagramme de Bode d'un pont RC en parallèle avec la capacité négative.

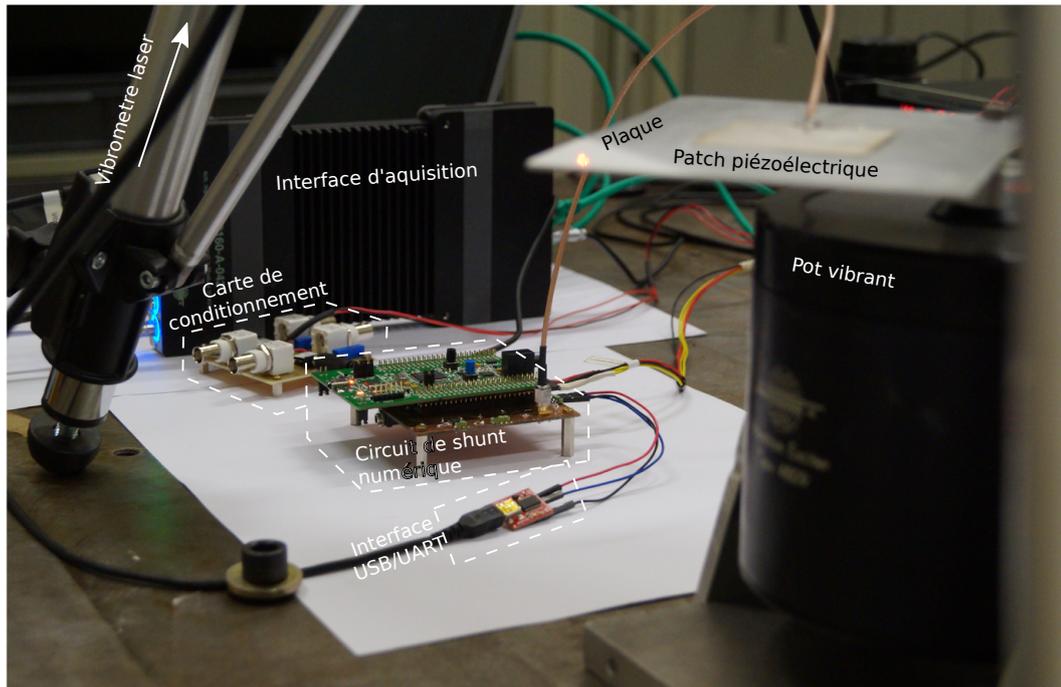


FIG. 3.18: Montage de validation vibratoire sur une plaque en aluminium équipée d'un patch.

15cm de coté est pourvue d'un patch piézoélectrique carré en céramique P189 de 5cm de coté. L'ensemble est sollicité par un pot vibrant appliquant une force à une extrémité de la plaque. Un vibromètre laser mesure le déplacement à l'extrémité diagonalement opposée. Le prototype de circuit de shunt développé est situé au centre de l'image. Dans le cas de la plaque présentée sur la figure 3.4, le mode le plus couplé est celui dont la fréquence est 1332 Hz. Le niveau de couplage d'un mode de résonance de la structure purement mécanique avec le patch piézoélectrique est proportionnel à la variation relative du carré de la fréquence propre du mode entre la configuration circuit ouvert (courbe en tiret bleu de la figure 3.19) et court-circuit (courbe en pointillés rouges de la figure 3.19). Le coefficient de couplage du mode atteint 12.8%. Le patch shunté par un circuit de shunt à capacité négative modifie la raideur de la structure et plus précisément la raideur modale des modes électromécaniquement couplés. L'efficacité du circuit de shunt se manifeste par un décalage des fréquences propres associées à ces modes.

**Résultats** La figure 3.19 illustre l'amplitude en vitesse de la plaque dans le cas de la synthèse d'un shunt résistif de 2000 Ohms. On note une atténuation de l'amplitude en vitesse de 11dB par rapport au cas non contrôlé; le contrôle résistif programmable est opérationnel. A l'heure de rédaction de ce manuscrit, la mise en œuvre de la capacité négative n'a pas

montré d'effet quantifiable. Le système est correctement dimensionné. A une fréquence de 1330Hz, pour une amplitude de tension mesurée de 200mV, avec une résolution du DAC de 12 bits et un courant maximum de 10mA, l'équation 3.10 donne un pas de quantification de 1.4nF. Le patch ayant une capacité de 52nF, le shunt à capacité négative peut théoriquement approcher le point d'instabilité. Plusieurs éléments d'explication sont avancés:

- 1) La dynamique de la structure apporte une capacité parasite: la capacité apparente du patch mesurée à fréquence nulle est supérieure à la capacité apparente pour le neuvième mode de la plaque (1330Hz). La capacité programmée ne peut pas atteindre la capacité qui annule la raideur de la structure, elle est trop élevée en valeur absolue.
- 2) Une erreur de calibration menant à un écart de 30% entre la capacité effective et la capacité programmée a été décelée postérieurement aux expérimentations.
- 3) A la fréquence de résonance du mode contrôlé, l'amplitude de la tension est de 200mV. Plus la fréquence considérée est éloignée de cette résonance, plus la tension est faible. Selon la relation établie précédemment (3.10), le pas de capacité atteignable augmente. Le niveau de tension, insuffisant à une fréquence éloignée de la fréquence du mode, rend impossible la synthèse de la capacité programmée bien qu'elle soit potentiellement adaptée pour provoquer un effet visible.

Une nouvelle campagne de mesure serait nécessaire pour valider ces hypothèses.

**Pistes d'amélioration** Il est nécessaire de calibrer correctement le circuit de shunt pour que la capacité programmée soit effectivement la capacité réalisée. Ensuite, l'augmentation de la résolution du DAC et de l'ADC de 12 à 16 bits multiplierait par 16 la résolution en capacité. Il deviendrait possible d'approcher progressivement le point d'instabilité.

## 3.5 Conclusions

### 3.5.1 Circuit numérique de shunt

**Domaine de performance** Le circuit de shunt présenté dans ce chapitre fonctionne dans une large bande de fréquence allant jusqu'à 75 KHz. L'équation récurrente associée au circuit de shunt est calculée localement et les coefficients de l'équation peuvent être mis à jour en temps réel. Seuls des filtres linéaires ont été testés mais il n'y a aucune restriction à l'implémentation de filtres non linéaires continus et dérivables. Le comportement électrique de la capacité négative a été validé électriquement. Pour l'instant, seuls les shunt résistifs programmables ont fait leurs preuves pour contrôler les vibrations d'une plaque équipée d'un patch piézoélectrique shunté. Plusieurs pistes d'amélioration ont été proposées,

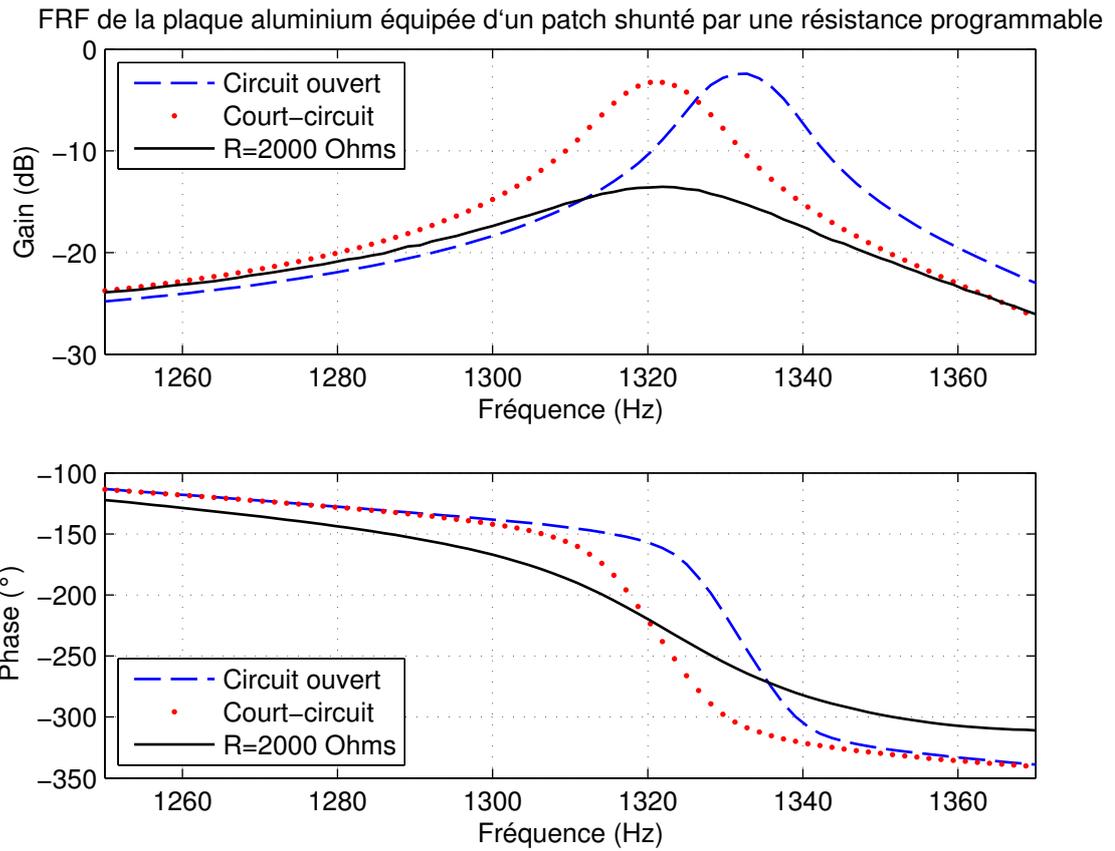


FIG. 3.19: Contrôle modal avec le circuit programmable : cas résistif.

notamment une augmentation du nombre de bits de résolution du convertisseur numérique/analogique et une meilleure calibration du circuit.

**Gamme de circuits de shunt réalisables** Tous les circuits dont l'équation dynamique est stable et causale peuvent être implémentés. Plus l'ordre est élevé, plus la bande passante est réduite, du fait du temps de calcul qui limite la fréquence maximale atteignable.

**Interactivité** L'interface développée rend possible l'interaction en temps réel avec le circuit et la modification de la dynamique implémentée. Il est alors possible d'intégrer le circuit de shunt dans une boucle de contrôle de plus haut niveau.

### 3.5.2 Intégration

**Niveau de miniaturisation ciblée** L'objectif étant de pouvoir intégrer le circuit de shunt dans la structure, il a été choisi de cibler une taille de circuit de l'ordre de celle du patch contrôlé, afin de superposer les deux couches.

**Niveau de miniaturisation atteint** Le prototype réalisé ici utilise une carte de développement intégrant le microcontrôleur utilisé mais dont la surface est d'environ quatre fois celle du patch. Une carte numérique dédiée de la taille du patch, c'est à dire 5 cm de côté a été développée dans le cadre d'un avenant au contrat de cette thèse mais n'a pas pu être testée pour des circuits de shunt à capacité négative à l'heure d'écriture de ce manuscrit. En conservant la technologie actuelle, l'utilisation de composants au packaging plus compact est une solution pour limiter l'encombrement. A plus long terme, le développement d'une ASIC (une puce dédiée) achèverait l'intégration de la technologie.

### 3.5.3 De la pertinence du développement de circuits de shunt numériques

**Limites des shunts passifs** Il est toujours pertinent de questionner l'utilité et le bien fondé de prendre le risque de développer de nouveaux outils. Dans le contexte de cette thèse, c'est à dire du développement des métamatériaux et des structures intégrées, disposer des outils technologiques miniatures et intégrables dans les structures est fondamental. Or il n'existe actuellement aucune solution miniature de shunts programmables disponible sur le marché. Le choix a été fait d'explorer technologiquement les possibilités de maîtriser un circuit de shunt miniature.

**Outils pour la démonstration de stratégie d'adaptation** Le principal avantage des circuits programmables en temps réel est qu'il est possible de mettre en œuvre des stratégies d'adap-

tation ou d'intégrer ces circuits dans des boucles de contrôle de plus haut niveau. Configurer un réseau de patchs shuntés présentant un gradient de raideur devient alors accessible. C'est donc un nouveau champ d'utilisation des patchs piézoélectriques qui s'ouvre. Une variation dans la température ambiante peut être compensée par exemple. Il est possible de connecter le shunt à un circuit superviseur de plus haut niveau pour réaliser des gradients de propriétés dans des réseaux de patchs — la raideur dans le cas du shunt à capacité négative. Au delà des filtres à réponse impulsionnelle infinie qui représentent la dynamique des shunt linéaires, toute équation peut être implémentée à condition que la stabilité et la causalité soient assurées. Ainsi, des lois de comportement non linéaires peuvent être mises en œuvre et ce de manière complètement intégrée. Le circuit présenté impose la dynamique tension/courant. D'autres applications sont envisageables en dehors de la mécanique vibratoire, en biologie ou en chimie par exemple.

#### 3.5.4 Nécessité d'outils analyse de sensibilité et de robustesse

Si l'intérêt de disposer d'un shunt programmable ne pose pas question, les difficultés de développement n'en sont pas pour autant inexistantes. Les niveaux maximum et la résolution du circuit étant finis, il faut dimensionner le circuit en fonction de la structure. Cela implique de connaître le niveau d'excitation de la structure, les propriétés matériaux, la capacités des patchs utilisés. Or tous ces paramètres ne sont pas forcément maîtrisés. Ils peuvent être incertains ou complètement inconnus. C'est pourquoi il est nécessaire de disposer d'outils d'analyse de sensibilité et de robustesse garantissant le bon fonctionnement du système final bien que son modèle ou ses caractéristiques ne soient pas précisément connus. C'est l'objet du chapitre ci-après qui présente des outils d'analyse de sensibilité et de robustesse.

---

---

# Analyse de sensibilité et de robustesse

## Sommaire

---

<b>4.1 Introduction</b>	<b>47</b>
4.1.1 Contexte	47
4.1.2 Démarche proposée	47
4.1.3 Plan du chapitre	48
<b>4.2 Cas test : poutre encastree-libre</b>	<b>49</b>
4.2.1 Présentation de la structure électromécanique considérée	49
4.2.2 Modélisation de la structure et étude analytique	50
4.2.3 Mise en évidence du point de fonctionnement optimal pour la structure électromécanique considérée	54
4.2.4 Critère de performances	56
<b>4.3 Criblage des paramètres influents : Méthode de Morris</b>	<b>57</b>
4.3.1 Méthode de criblage	57
4.3.2 Présentation de la méthode	57
4.3.3 Analyse des effets élémentaires	58
4.3.4 Application au cas test	59
4.3.5 Conclusion partielle	61
<b>4.4 Analyse de la variance</b>	<b>62</b>
4.4.1 FAST	62
4.4.2 Application au cas test	63
4.4.3 Conclusion partielle	63
<b>4.5 Analyse de robustesse et optimisation robuste par la théorie info-gap</b>	<b>63</b>
4.5.1 Introduction	63

---

4.5.2	Modèle d'incertitude . . . . .	64
4.5.3	Fonction de performance . . . . .	65
4.5.4	Courbes de robustesse . . . . .	67
4.5.5	Discussion . . . . .	68
<b>4.6</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>69</b>
4.6.1	De la démarche de conception robuste . . . . .	69
4.6.2	Cas de la poutre encastree-libre . . . . .	70
4.6.3	Contrôle de raideur . . . . .	70
4.6.4	Optimisation robuste expérimentale . . . . .	70
4.6.5	Extension à des systèmes plus complexes . . . . .	71
<b>4.7</b>	<b>Extension aux systèmes distribués . . . . .</b>	<b>71</b>
4.7.1	Introduction . . . . .	71
4.7.2	Vers une analyse de sensibilité et de robustesse pour un réseau distribué	72
4.7.3	Vers la synthèse d'une interface active à partir de patches piézoélec- triques shuntés . . . . .	73

---

### 4.1 Introduction

#### 4.1.1 Contexte

Lors de la conception d'un système, les propriétés matériaux, les conditions de fonctionnement, la taille réelle des constituants de ce système ne sont pas forcément connues ou sont connues avec incertitude. Peu d'attention a à ce jour été accordée à la prise en compte de ces incertitudes et pourtant leur maîtrise est nécessaire en vue d'une intégration industrielle : il s'agit d'être capable d'évaluer et d'assurer un fonctionnement du système, ceci malgré l'existence de variabilités de différentes origines, dimensionnelles, matériau, comportementales en fonction du temps ou de la température, mais aussi liées à la modélisation. Ce dimensionnement en conditions incertaines soulève par ailleurs de nouvelles questions dans le contexte actuel du développement des méta-matériaux où les structures étudiées sont architecturées sous forme de variations périodiques de masse et/ou de raideur locale par exemple. Ainsi, quel est l'effet d'une perte partielle de la périodicité sur l'efficacité de ces systèmes distribués? Dans le chapitre 3 a été présenté un système de patch piézoélectrique shunté pour piloter la raideur locale de la structure. Un méta-matériau périodique constitué de patches shuntés suppose que tous les patches sont collés de la même façon sur la structure. Or ce n'est pas le cas en pratique. L'épaisseur de la couche de colle ou sa nature sont-elles des éléments à considérer pour simuler le comportement du système global? Dans le cas des systèmes à base de patches piézoélectriques présentés dans cette thèse, il est essentiel de maîtriser la stabilité et la performance du contrôle. En effet, le point de fonctionnement optimal d'un point de vue efficacité s'avère être un point singulier très proche de l'instabilité. Il est donc nécessaire de disposer d'outils d'analyse de la sensibilité des paramètres du système face à ces incertitudes.

#### 4.1.2 Démarche proposée

Afin de répondre à ces questions, une démarche, illustrée sur la figure 4.1, est proposée et des outils d'analyse de sensibilité et de robustesse sont présentés. L'analyse de sensibilité permet de déterminer quels sont les paramètres d'entrée qui ont une influence significative sur un ou plusieurs critères de performance. Sa mise en œuvre dans un contexte d'incertitudes permet d'identifier quelle est la contribution sur la performance attendue de l'incertitude sur chacun des paramètres d'entrée du problème. Une des principales difficultés rencontrées en présence d'un modèle présentant un grand nombre de variables d'entrée est lié au temps d'exploration nécessaire pour évaluer la contribution de chaque paramètre. Une solution consiste alors à mettre en œuvre préalablement une méthode de criblage de façon à identifier qualitativement et rapidement les variables les plus influentes avant de

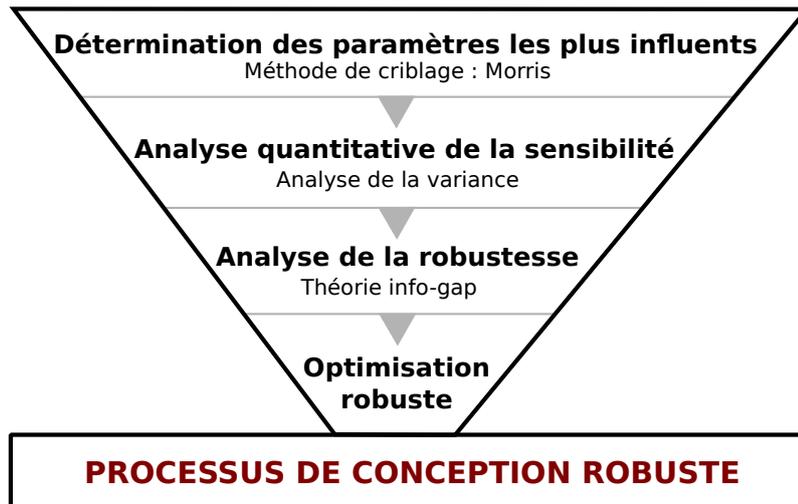


FIG. 4.1: Démarche de conception robuste.

mettre en œuvre une approche locale quantitative de l'influence de ces variables. L'analyse de robustesse permet, elle, de quantifier la robustesse d'un critère de performance face à des incertitudes sur un ou plusieurs paramètres d'entrée, c'est à dire de déterminer quelle est l'incertitude maximale admissible pour garantir, dans le pire des cas, un niveau de performance donné. Finalement une procédure d'optimisation robuste permet de redimensionner le système pour augmenter cette robustesse<sup>1</sup>. L'approche proposée se base sur l'utilisation d'un modèle du système étudié. La démarche est donc générique à tous les systèmes qu'ils soient mécaniques, électriques ou autres et peut être menée très en amont du développement pour dimensionner correctement toutes les composantes du système. Les travaux de cette thèse se distinguent en cela de la commande robuste développée en automatique, où l'objectif est de concevoir une loi de commande agissant sur un système figé par le biais d'un ensemble de capteurs et d'actionneurs qui sont, de fait, extérieurs au système contrôlé.

### 4.1.3 Plan du chapitre

Ce chapitre présente d'abord la mise en œuvre d'une méthode d'analyse de sensibilité qualitative — méthode de Morris[37] — puis quantitative — méthode FAST. L'application à un cas d'étude consistant en une poutre encastree-libre équipée d'un patch shunté par une capacité négative en série avec une résistance est présentée. S'en suit une méthode d'analyse de robustesse basée sur la théorie info-gap. Ce chapitre se clos sur un exemple d'optimisa-

1. Le terme robustesse s'entend ici dans son sens technique. Le sens courant de « solidité » étant en fait un raccourci de « dont les performances sont garanties face aux incertitudes de l'environnement et des sollicitation du système ».

tion robuste.

## 4.2 Cas test : poutre encastrée-libre

### 4.2.1 Présentation de la structure électromécanique considérée

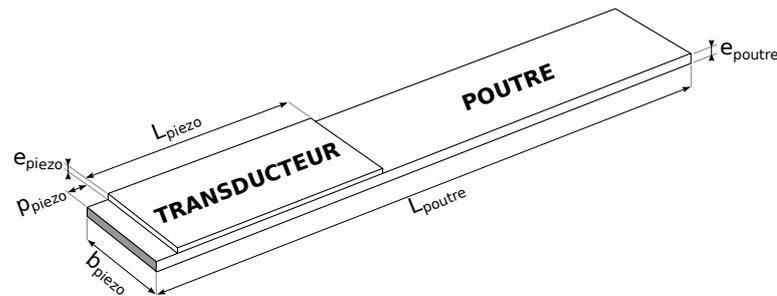


FIG. 4.2: Système étudié.

**Poutre encastrée libre** Les développements présentés dans cette thèse visent à enrichir les outils de conception et de réalisation des méta-matériaux, constitués de réseaux de patches shuntés et périodiquement distribués. Le caractère distribué de ces systèmes sera traité en fin de chapitre. Afin de valider les outils d'analyse de sensibilité et de robustesse appliqués à ces systèmes de contrôle semi-passifs, il a été choisi un cas d'étude simple de poutre encastrée-libre munie d'un patch piézoélectrique shunté ayant déjà été caractérisé expérimentalement dans[32]. Le système est présenté sur la figure 4.2, et sa mise en œuvre expérimentale sur la figure 4.3. La poutre est en acier de longueur 55mm, de largeur 20mm, d'épaisseur 1mm. Elle est munie d'un patch PZT de longueur 20mm, de même largeur que la poutre et d'épaisseur  $500\mu\text{m}$ . Le patch est collé sur la poutre à l'aide de colle époxy, réputée élastique à température ambiante et répartie manuellement.

**Retour d'expérience** Le retour d'expérience des expérimentations passées sur des systèmes à base de patches shuntés ont soulevées plusieurs interrogations. Quelle est l'influence de l'épaisseur de colle sur les performances et la stabilité du système? Le positionnement précis du patch sur la structure est-il important? Sur la poutre présentée sur la figure 4.2 le coefficient de couplage électromécanique du premier mode de flexion est passé de 3.3% à 1.1% en six ans. Comment prendre en compte cette variation lors de la conception? Quels sont les paramètres du système qui influent sur ses performances amortissantes et sa stabilité? Les performances et la stabilité sont très sensibles à la capacité du patch, comment réduire

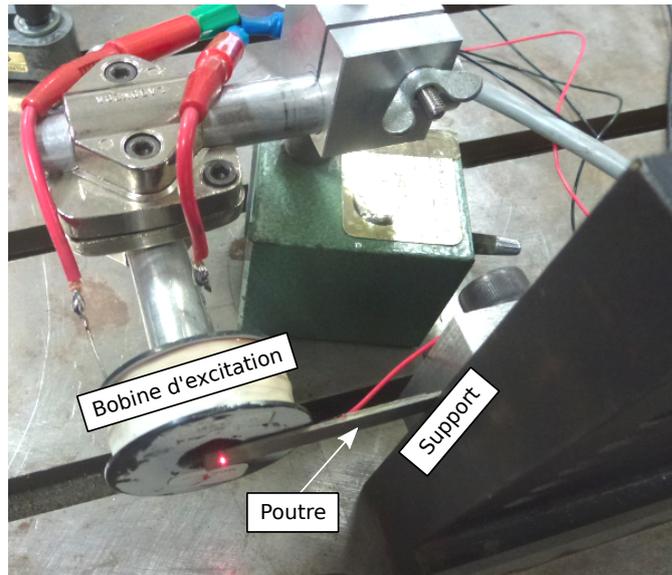


FIG. 4.3: Mise en œuvre expérimentale de la poutre encastrée libre munie d'un patch piézoélectrique.

cette sensibilité? Peut-on améliorer les performances et/ou la stabilité du système? La mise en œuvre d'analyses de sensibilité et de robustesse sur la base de performances estimées à partir d'un modèle éléments finis 3D permet d'apporter des réponses à ces questions.

#### 4.2.2 Modélisation de la structure et étude analytique

**Modélisation 3D** L'objectif est de modéliser finement le système expérimental et en particulier l'intégration du patch piézoélectrique dans la structure mécanique. Bien que des simplifications du modèle soient possibles — un modèle 1D ou 2D pourrait suffire sur la bande fréquentielle d'étude considérée — le système a été modélisé en trois dimensions en vue de pouvoir généraliser le travail réalisé. La démarche et les outils de modélisation sont ainsi directement opérationnels pour des géométries plus complexes où un modèle 3D est indispensable — pour une aube de réacteur par exemple. La poutre, en acier, est soumise aux lois de l'élasticité linéaire. Le patch en PZT-5A est également soumis aux lois de l'élasticité linéaire mais aussi à la loi de Gauss pour le comportement électrique ainsi qu'à une relation de couplage électromécanique due à l'effet piézoélectrique. L'action du circuit de shunt est exprimée sous la forme d'une équation dynamique entre la charge électrique du patch et la tension électrique entre les deux électrodes.

**Dimensions géométriques** La poutre, en acier, mesure 55cm de longueur, 1cm de largeur et 1mm d'épaisseur. Le patch mesure 2cm de longueur, 1 cm de largeur et 0.5mm d'épais-

seur. Les dimensions de la poutre sont basées sur des travaux de thèse précédents. Il s'avère que pour un contrôle optimal du premier mode de flexion, d'après [17] la longueur du patch devrait être de trois centimètres au lieu de deux. Le couplage électromécanique n'est donc pas optimal pour l'étude réalisée mais permet néanmoins un meilleur couplage des modes d'ordre supérieur.

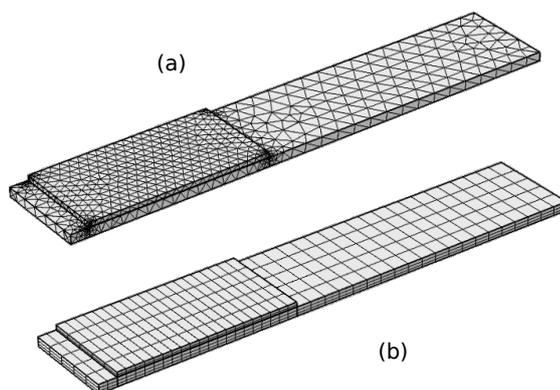


FIG. 4.4: Différents maillages envisagés: (a) éléments tétraédriques, (b) éléments hexahédriques.

**Maillage** Afin de minimiser une erreur potentielle liée aux choix de modélisation, deux types de maillages, présentés sur la figure 4.4, ont été testés. Le premier est constitué d'éléments tétraédriques avec des fonctions d'interpolation quadratiques; le second d'éléments hexaédriques avec des fonctions d'interpolation quadratiques. Les deux maillages, dont la finesse a été validée par une analyse de convergence sur les valeurs propres du système, donnent des résultats équivalents en terme de nombre de degrés de liberté et de résultats. La géométrie du système n'étant pas nécessairement parallélépipédique, le maillage tétraédrique a été préféré car potentiellement apte à mailler une plus grande variété de géométries. Le modèle présenté ici possède 37000 degrés de liberté et l'étude modale associée dure douze secondes sur 8 processeurs avec le logiciel Comsol et sur le cluster de calcul du laboratoire.

**Circuit de shunt** Le circuit de shunt retenu est un shunt à capacité négative en série avec une résistance. La première augmente le couplage électromécanique, la seconde d'augmenter l'amortissement. La résistance peut être ajoutée en série (cas *a* de la figure 4.5) ou en parallèle (cas *b* de la figure 4.5). En régime harmonique, la dynamique du shunt série s'écrit :

$$V = \frac{1 + jR_{\text{shunt}}C_{\text{shunt}}\omega}{C_{\text{shunt}}} \cdot Q, \quad (4.1)$$

avec  $C_{\text{shunt}}$  la capacité négative du shunt,  $V$  la tension appliquée entre les électrodes du patch,  $R_{\text{shunt}}$  la résistance en série et  $\omega$  la pulsation propre. La résistance réalise un filtre passe-bas. La dynamique du shunt avec résistance en parallèle, qui réalise un filtre passe-haut, s'écrit :

$$V = \frac{j\omega R_{\text{shunt}}}{1 + j\omega R_{\text{shunt}} C_{\text{shunt}}} \cdot Q, \quad (4.2)$$

Dans le cas d'une étude aux valeurs propres, où  $\lambda$  est la valeur propre,  $\lambda = -j\omega$ . Le shunt à résistance en série s'exprime alors comme un polynôme du premier degré en  $\lambda$ . Le shunt à résistance en parallèle s'exprime sous la forme d'un quotient de polynôme en  $\lambda$  qui ne peut être aisément résolu par le solveur. Le shunt à résistance en série a donc été implémenté pour les simulations. Le couplage et l'amortissement du premier mode de la poutre sont alors pilotables.

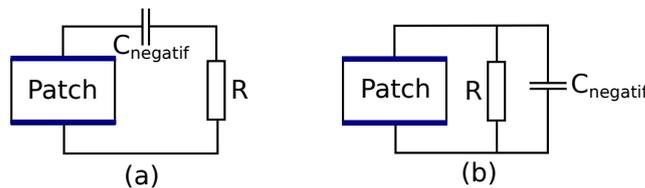


FIG. 4.5: Circuit de shunt modélisé: (a) Cas série, (b) Cas parallèle.

**Étude aux valeurs propres** On s'intéresse au premier au premier mode de flexion de la poutre. Celui-ci est décrit par la donnée de deux valeurs propres complexes conjuguées pouvant être représentées sous la forme d'un pôle dans le plan complexe (figure 4.6). L'effet du circuit de shunt sur la performance et la stabilité du système est évalué par une étude aux valeurs propres.

Le coefficient de couplage électromécanique  $k$  est défini par l'équation 4.3.

$$k^2 = \frac{\omega_{\text{court-circuit}}^2 - \omega_{\text{circuit ouvert}}^2}{\omega_{\text{court-circuit}}^2}, \quad (4.3)$$

avec  $\omega_{\text{court-circuit}}$  la pulsation propre du mode dans la configuration court-circuit et  $\omega_{\text{circuit ouvert}}$  la pulsation propre du mode dans la configuration circuit ouvert. La figure 4.6 compare l'évolution de la première valeur propre dans le plan complexe en fonction de la capacité du shunt. En circuit ouvert, la valeur propre est quasi-imaginaire pure<sup>2</sup>. En court-circuit, la valeur propre reste quasi-imaginaire pure mais a une norme inférieure car la structure est plus

2. En pratique, la partie réelle est très faible mais n'est pas nulle. De l'amortissement a été ajouté au modèle pour faciliter la convergence du solveur.

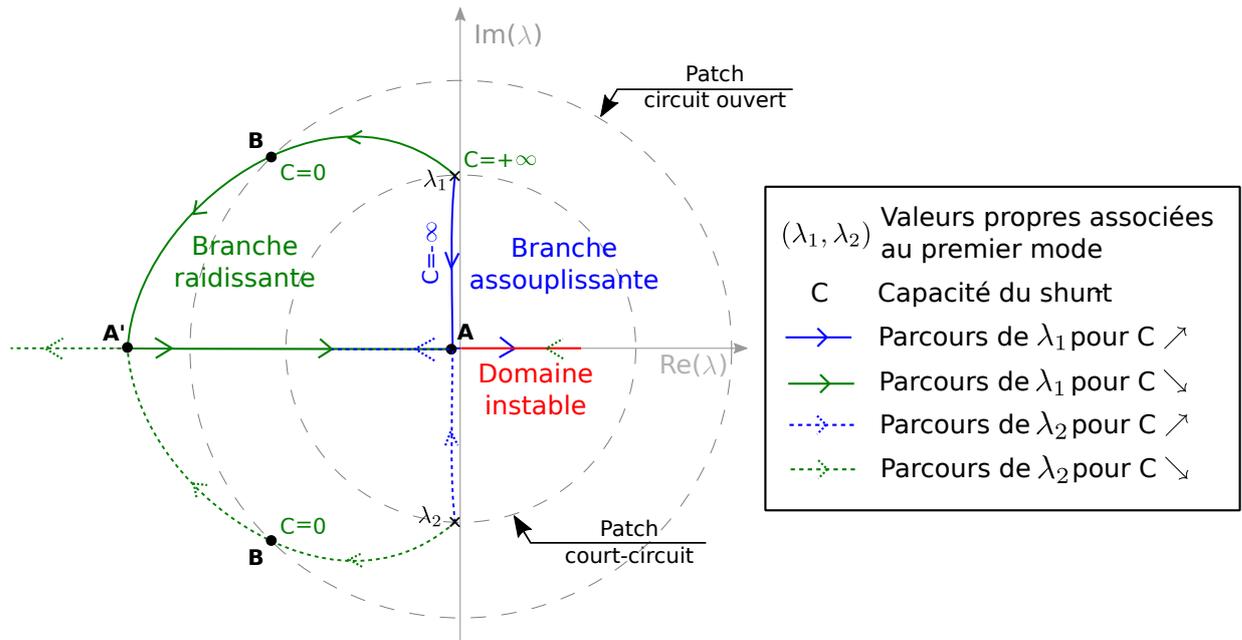


FIG. 4.6: Évolution de la raideur modale et de la première valeur propre en fonction de la capacité du shunt.

souple. Plus l'écart est important entre ces deux valeurs propres, plus le couplage électromécanique du mode étudié est important. Le shunt à capacité négative permet de rapprocher les valeurs propres complexes conjuguées de l'axe des réels. Aux points A et A', les deux valeurs propres sont identiques et l'amortissement est maximum. Au delà, les deux valeurs propres réelles et opposées se séparent dans deux directions opposées. L'une des deux valeurs propres devient alors positive et le système est instable.

Le shunt ne contrôle que la raideur du système. Plus la norme de la valeur propre est grande, plus la fréquence propre du mode est élevée et donc plus la raideur est importante. En outre, plus l'argument de la valeur propre est proche de  $\pi$ , plus le mode est amorti. Il n'y a pas unicité du couple (R,C) pour une raideur et un amortissement donné. Le choix a été fait de choisir C à résistance nulle afin de converger vers le point A sur le figure 4.6 puis de déterminer la résistance qui minimise la partie réelle. Dans ce cas  $R = 88\Omega$  et  $C = -4.999nF$ . D'autres stratégies de réglage, plus robustes aux incertitudes sur la capacité du patch sont présentées par la suite. Pour une résistance R suffisamment élevée, les points A et A' sont confondus.

**Modélisation de la couche de colle** La couche de colle située entre le patch et la poutre a été modélisée par une mince couche élastique. Le caractère visqueux de la colle en polymère est négligé dans la bande de fréquence. Sa prise en compte dans le modèle a pour but

d'étudier l'influence du collage du patch sur la structure.

**Solveur** Les simulations éléments finis ont été réalisées avec un code commercial<sup>3</sup> implémentant les solveurs MUMPS, pardiso et spools. Pour la résolution du problème aux valeurs propres du système poutre + patch, le solveur proposé par défaut est MUMPS. Les trois solveurs sont basés sur une décomposition LU des matrices du système et convergent tous vers le même résultat. Seules la consommation de mémoire, la rapidité et la parallélisation changent d'un solveur à l'autre. Le circuit de shunt apporte de l'amortissement à la structure mais la formulation analytique de la dynamique électrique du shunt est mal prise en compte par le code de calcul utilisé. De l'amortissement a donc été ajouté dans le modèle pour faciliter la convergence du solveur. Le choix s'est porté sur de l'amortissement de Rayleigh dont les paramètres  $\alpha = 0.7$  et  $\beta = 5.10^{-5}$  sont issus d'un retour expérimental<sup>4</sup>. La prise en compte de l'amortissement n'a pour seul objectif, ici, que de faciliter la convergence du calcul. Pour représenter le plus fidèlement possible la structure poutre encastrée libre présentée ici, une identification expérimentale de l'amortissement sur le premier mode de la poutre serait nécessaire.

### 4.2.3 Mise en évidence du point de fonctionnement optimal pour la structure électromécanique considérée

**Paramètres du shunt** Le circuit de shunt retenu est constitué d'une capacité négative en série avec une résistance (cas (a) de la figure 4.5). La capacité nominale  $C_n$  du shunt est celle qui, pour une résistance  $R$  nulle, minimise la raideur équivalente de la structure. Le couplage électromécanique du premier mode est alors maximal. L'amortissement mécanique du système est maximal quand la partie réelle de la valeur propre est minimale. Les paramètres nominaux issus de cette démarche sont  $R = 88\Omega$  et  $C = -4.999nF$ . La réponse vibratoire de l'extrémité libre de la poutre, soumise à un chargement harmonique de un Newton, est donnée sur la figure 4.7. La réponse en circuit ouvert (en rouge) et en circuit fermé (en bleu) permet d'évaluer la variation relative des fréquences de résonance donc le couplage électromécanique des modes de la structure. Le mode le plus couplé est ici le premier mode de flexion. Pour les paramètres  $R$  et  $C$  nominaux, la réponse vibratoire (trait discontinu noir) montre que le premier mode est complètement amorti (-100dB). Les modes trois et quatre voient leur réponse vibratoire atténuée de respectivement 25 et 15 dB.

La figure 4.8 montre l'évolution de la tension (en trait continu rouge) et du courant circulant dans le patch(en trait discontinu bleu) dans le cas du contrôle nominal. Le niveau de l'excitation a été fixé arbitrairement. Les niveaux de tension et de courant n'étant pas limités,

3. COMSOL Multiphysics

4. L'amortissement modal du premier mode d'une plaque métallique a été identifié.

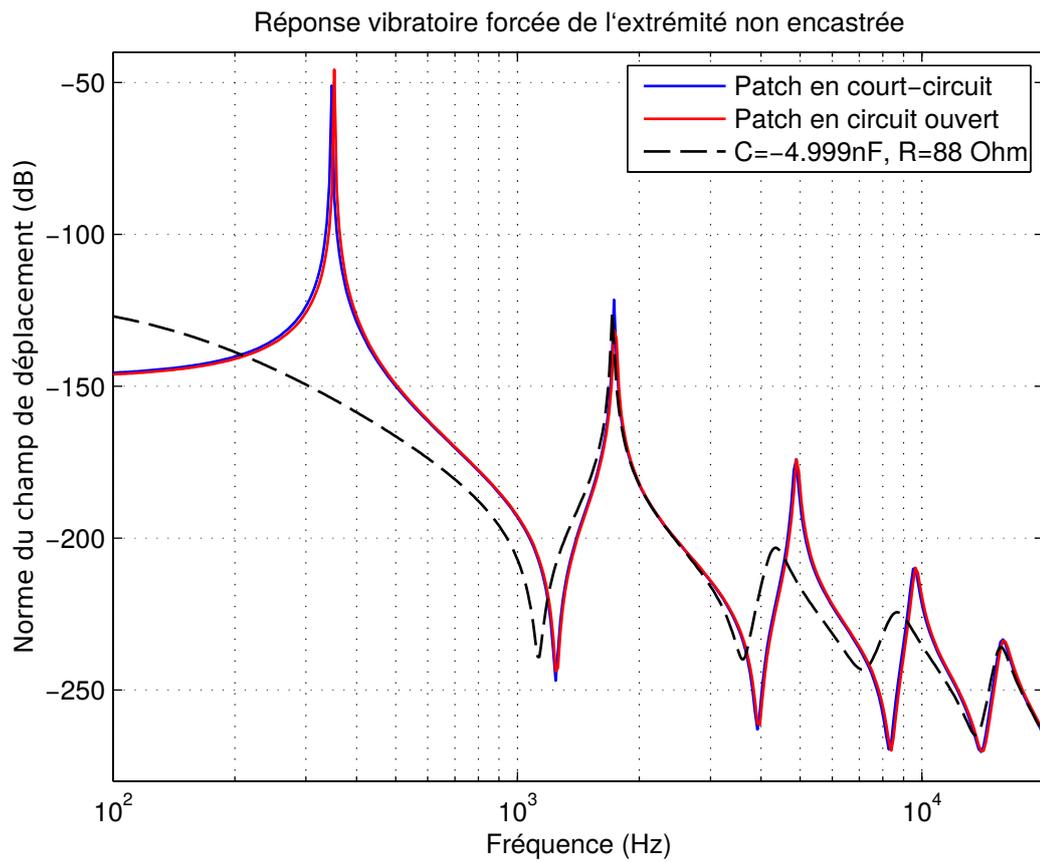


FIG. 4.7: Réponse vibratoire forcée de l'extrémité non encastrée.

les résultats sont aberrants. Pour obtenir le niveau d'amortissement de la figure 4.7, la tension du patch dépasse les 10000 Volts. Expérimentalement, les composants utilisés saturent dès 30V. Physiquement, la polarisation du patch serait affectée dès 200 à 300 Volts.

Le système étant linéaire, il suffit de réduire le niveau d'excitation pour être dans des limites physiques. De plus, dans la suite de ce chapitre, seules les valeurs propres issues de l'étude modale sont prises en compte, c'est à dire dans le cas d'un système en régime libre et non forcé comme c'est le cas pour l'étude harmonique présentée sur les graphiques 4.7 et 4.8.

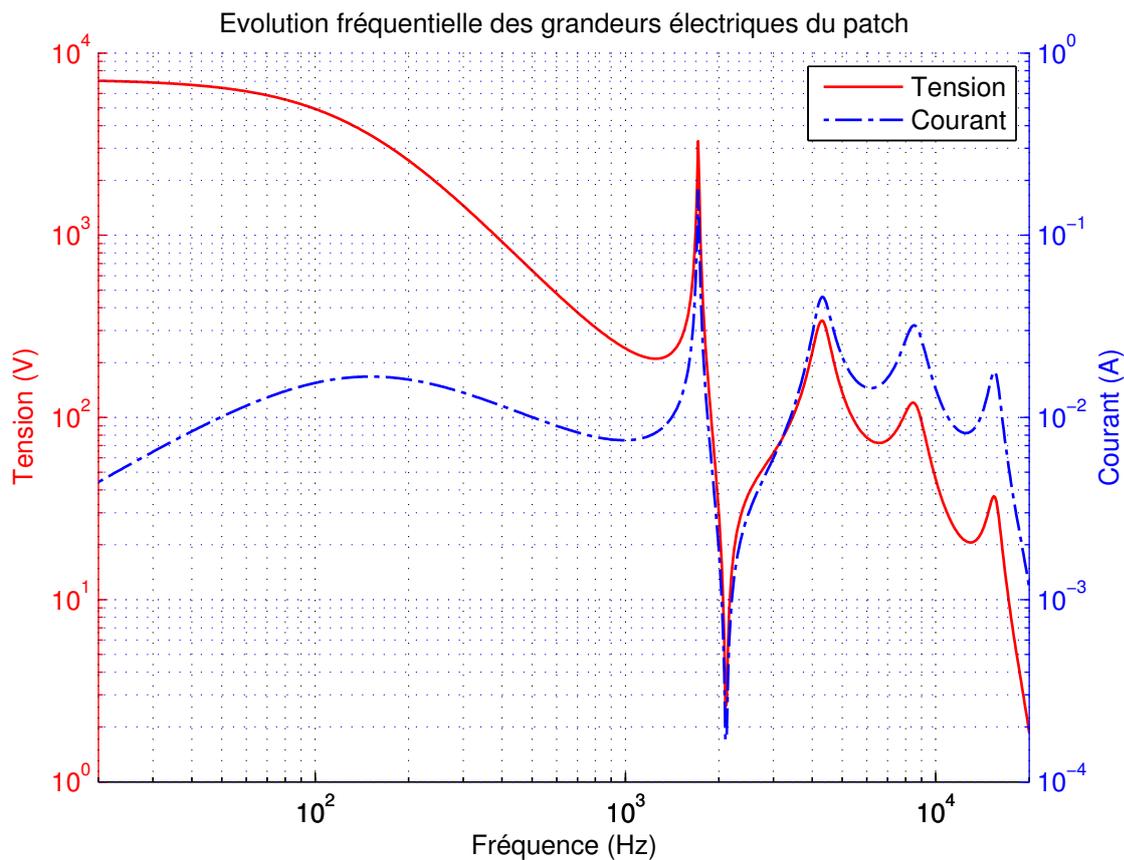


FIG. 4.8: Évolution fréquentielle des grandeurs électriques du patch pour  $R = 88\Omega$  et  $C = -4.999nF$ .

#### 4.2.4 Critère de performances

Le premier critère de performance retenu est l'amortissement du premier mode, estimé par l'angle  $\theta$  tel que défini sur la figure 4.9 et donné par la formule  $\theta = \text{atan}\left(\frac{\text{imag}(\lambda)}{\text{real}(\lambda)}\right)$ . Le second critère de performance retenu est la stabilité du premier mode, estimé par le signe de

la partie réelle de la première valeur propre. Le mode est stable lorsque la partie réelle est négative.

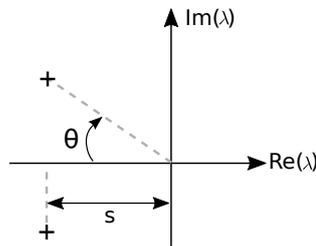


FIG. 4.9: Critères de performance retenus : l'amortissement  $\theta$  et le signe de la partie réelle  $s$ .

## 4.3 Criblage des paramètres influents : Méthode de Morris

### 4.3.1 Méthode de criblage

Les méthodes de criblage sont des méthodes globales ayant pour but de discriminer les paramètres importants d'un système. La méthode de Morris est une méthode dite *One at a Time* ou *OAT*. Chaque paramètre d'entrée est modifié séparément des autres pour en évaluer l'influence sur un critère de performance choisi.

### 4.3.2 Présentation de la méthode

La méthode de Morris [37, 43] introduit la notion d'effet élémentaire et propose la construction de deux mesures de la sensibilité dans le but d'identifier si les paramètres d'entrée sont négligeables, linéaires, non linéaires ou en interaction avec d'autres facteurs. Une définition de l'effet élémentaire est proposée dans [45]. Soit un modèle avec  $k$  entrées indépendantes  $X_i$ ,  $i \in [1, k]$  évoluant dans un cube unité et présentant  $p$  niveaux possibles. L'espace d'entrée est discrétisé en une grille  $\Omega$ . Pour un vecteur d'entrée  $\mathbf{X}$ , l'effet élémentaire du  $i^{\text{ème}}$  paramètre d'entrée est défini par :

$$EE_i = \frac{[Y(X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_i + \Delta, \dots, X_k) - Y(X_1, X_2, \dots, X_k)]}{\Delta}, \quad (4.4)$$

où  $p$  est le nombre de niveaux,  $\Delta$  une valeur dans  $\left\{\frac{1}{p-1}, \dots, 1 - \frac{1}{p-1}\right\}$ ,  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  un vecteur quelconque de  $\Omega$  tel que le point  $(\mathbf{X} + e_i \Delta)$  est toujours dans  $\Omega$  pour tout indice  $i \in [1, k]$  et  $e_i$  un vecteur dont toutes les composantes sont nulles excepté la  $i^{\text{ème}}$  qui vaut 1.  $\Delta$  est une perturbation appliquée sur une des composantes du vecteur d'entrée pour évaluer l'impact sur chaque sortie du système. La distribution des effets élémentaires associés

au  $i^{\text{ème}}$  paramètre d'entrée est obtenue en discrétisant aléatoirement différents  $\mathbf{X}$  de  $\Omega$  et est notée  $F_i$ , i.e.  $EE_i \sim F_i$ . L'espace des paramètres d'entrée est correctement exploré moyennant un nombre de tirages et un niveau de discrétisation suffisants. Les mesures de la sensibilité  $\mu$  et  $\sigma$ , proposées par Morris sont respectivement les estimations de la moyenne et de l'écart type de la distribution  $F_i$ . La moyenne  $\mu$  évalue l'influence globale du paramètre sur la sortie. L'écart type  $\sigma$  estime l'ensemble des effets du paramètre, qu'ils soient non linéaires et/ou dus à des interactions avec d'autres paramètres.

### 4.3.3 Analyse des effets élémentaires

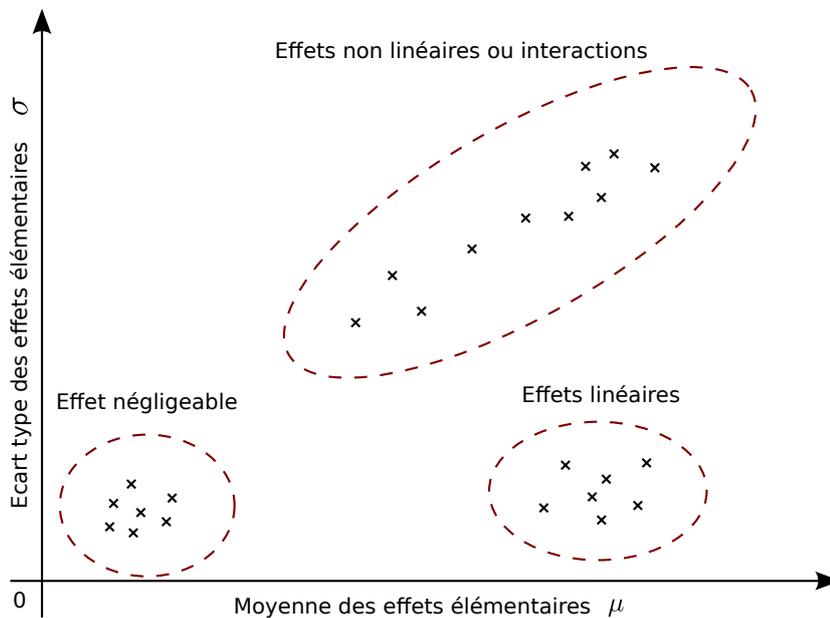


FIG. 4.10: Diagramme des effets élémentaires pour plusieurs paramètres d'entrée : effets.

Les paramètres d'entrée sont placés dans le plan moyenne/écart type (voir figure 4.10) suite à l'analyse statistique des effets élémentaires. Si la moyenne  $\mu$  et l'écart type  $\sigma$  des effets élémentaires d'un paramètre d'entrée sont faibles relativement aux autres paramètres, l'effet est négligeable. Le critère de performance choisi n'est pas sensible à ces variations. Si  $\sigma$  est faible mais que  $\mu$  est conséquent, l'effet est linéaire. Le critère de performance choisi est d'autant plus sensible au paramètre que la moyenne est importante. Si de plus l'écart type n'est pas négligeable, soit plusieurs paramètres sont en interaction, soit des effets non linéaires sont en jeu. Cette analyse distingue des groupes de paramètres influents par rapport à d'autres. Une hiérarchie de ces paramètres selon leur influence sur les sorties du système peut ainsi être établie. Il s'agit cependant d'un résultat qualitatif. La détermination précise de la contribution de chaque paramètre d'entrée aux paramètres de sortie nécessite une

#### 4. Analyse de sensibilité et de robustesse

---

analyse quantitative par le biais d'une méthode d'analyse de la variance ou ANOVA (*ANalysis Of VAriance*).

#### 4.3.4 Application au cas test

**Paramètres pris en comptes dans les études de sensibilité** Dans le cas du système présenté sur la figure 4.2, la géométrie de la poutre, du patch et de la couche de colle, ainsi que leurs propriétés matériaux ont été considérées (voir tableaux 4.1,4.2,4.3); les propriétés du shunt sont prises en compte sous la forme d'une résistance série et la capacité négative. L'analyse de sensibilité doit mettre en évidence les paramètres les plus influents.

Paramètre	L_beam	b_beam	e_beam	Nu_beam	Rho_beam	E_beam
Description	longueur	largeur	épaisseur	coef. de Poisson	densité	module d'Young
Valeur nominale	5.5 cm	1 cm	1 mm	0.33	7800 kg.m <sup>-3</sup>	200 Gpa
Variation	±10%	±10%	±10%	±10%	±10%	±10%

TAB. 4.1: Paramètres de la poutre métalliques pris en compte.

Paramètre	e_piezo	L_piezo	p_piezo	R_shunt	C_shunt
Description	épaisseur	longueur	position	R shunt	C shunt
Valeur nominale	500 μm	2 cm	2 mm	1463 Ω	-4.918 nF
Variation	±10%	±10%	±10%	±10%	±10%

TAB. 4.2: Paramètres du patch piézoélectrique pris en compte.

**Critères de performance** Les critères de performance retenus sont présentés sur la figure 4.9. L'analyse a pour but de déterminer les paramètres influents sur l'amortissement et la stabilité du premier mode de flexion de la poutre. Chaque paramètre d'entrée peut varier dans une plage de ±10% autour de sa valeur nominale. L'incertitude qui pèse réellement sur

Paramètre	e_glue	Nu_glue	Rho_glue	E_glue
Description	épaisseur	coef. de Poisson	densité	Module d'Young
Valeur nominale	100 μm	0.3	1300 kg.m <sup>-3</sup>	150 Gpa
Variation	±10%	±10%	±10%	±10%

TAB. 4.3: Paramètres de la couche de colle pris en compte.

chaque paramètre pourrait être affinée. Ce n'est pas le but premier de cette étude. L'intérêt réside ici dans la mise en évidence des paramètres sensibles, dans le cas où la même incertitude pèserait sur tous les paramètres d'entrée.

**Analyse des effets élémentaires sur l'amortissement** Le résultat de l'analyse de sensibilité par la méthode de Morris, avec pour critère de performance l'amortissement du premier mode, est présenté sur les figures 4.11 et 4.12.

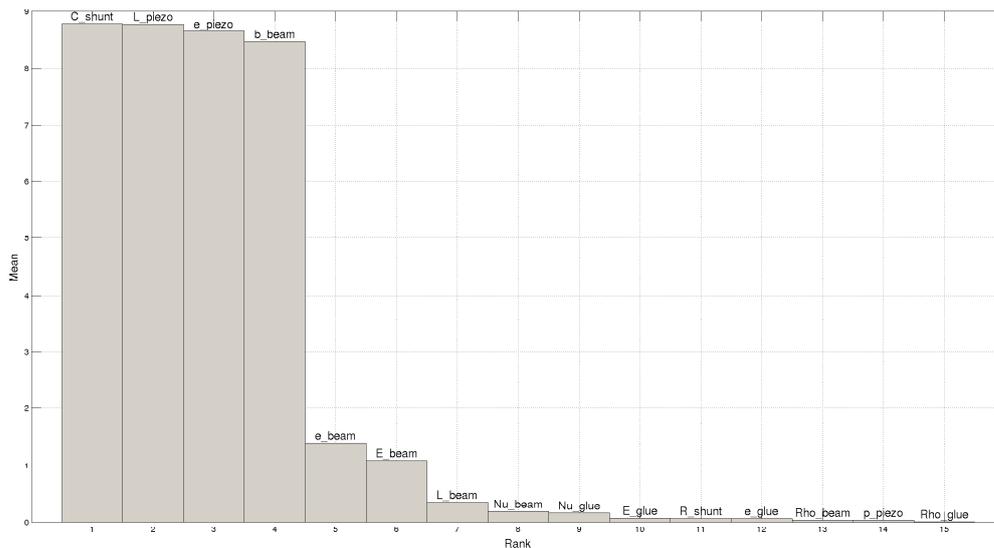


FIG. 4.11: Classement des paramètres au regard de leur influence sur l'amortissement du premier mode.

La valeur moyenne des effets élémentaires de chaque paramètre d'entrée permet de les classer selon leur influence sur l'amortissement du premier mode. La figure 4.11 présente ce classement. Un groupe de paramètres apparaît comme particulièrement sensible. Il s'agit de la capacité du shunt et des dimensions géométriques du patch. La valeur moyenne de leur effet élémentaire est supérieure d'un ordre de grandeur aux autres paramètres. Les paramètres matériaux, ainsi que la géométrie de la poutre ne jouent qu'un rôle secondaire. Il apparaît ainsi que l'épaisseur de la couche de colle et sa nature sont négligeables devant la géométrie du patch et les paramètres du shunt. En outre, la position précise du patch n'est pas un enjeu critique au regard des performances. La fixation des patches lors d'une mise en œuvre expérimentale peut donc être relativement sommaire.

La figure 4.10 présente l'écart-type de l'effet élémentaire de chaque paramètre en fonction de sa valeur moyenne. Des effets non-linéaires sont à l'œuvre ou certains paramètres

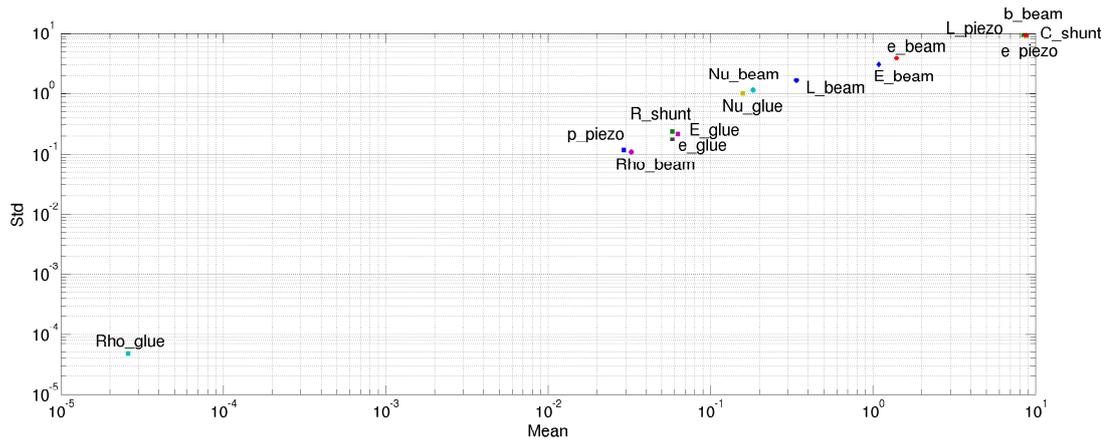


FIG. 4.12: Ecart-type et moyenne des effets élémentaires : étude de l'amortissement.

sont en interaction puisque l'écart type augmente avec la moyenne. Les paramètres matériaux et la géométrie de la poutre influent en fait sur la raideur et la masse de la structure. Le résultat de l'analyse de sensibilité pousse à réduire l'influence de ces paramètres à la seule masse et raideur de la structure. La capacité du patch dépend de la taille des électrodes (longueur et largeur) et de leur espacement. La sensibilité de la géométrie du patch peut être expliquée par la sensibilité à la capacité du patch. Il apparaît alors que le rapport de la capacité du shunt par rapport à la capacité du patch est le véritable paramètre critique à prendre en compte pour la conception du système.

**Analyse des effets élémentaires sur la stabilité** L'analyse de sensibilité de la stabilité de la première valeur propre fait apparaître les mêmes résultats que pour l'amortissement. La capacité du shunt et la géométrie sont les paramètres les plus critiques.

### 4.3.5 Conclusion partielle

Suite au criblage des paramètres par la méthode de Morris, plusieurs réponses peuvent être apportées aux questions posées précédemment. La fixation du patch sur la structure n'est pas critique vis à vis des performances du système. L'épaisseur de la couche de colle, ses propriétés élastiques et le positionnement précis du patch sur la structure ne sont pas les paramètres les plus sensibles. De même les propriétés de la structure mécanique contrôlée — la poutre — influent peu sur les performances du système relativement à d'autres paramètres. Le paramètre le plus critique est en fait le rapport entre la capacité du circuit de shunt et la capacité du patch piézoélectrique utilisé. Une évaluation quantitative de la sensibilité des paramètres les plus sensibles est nécessaire pour confirmer cette hypothèse.

## 4.4 Analyse de la variance

### 4.4.1 FAST

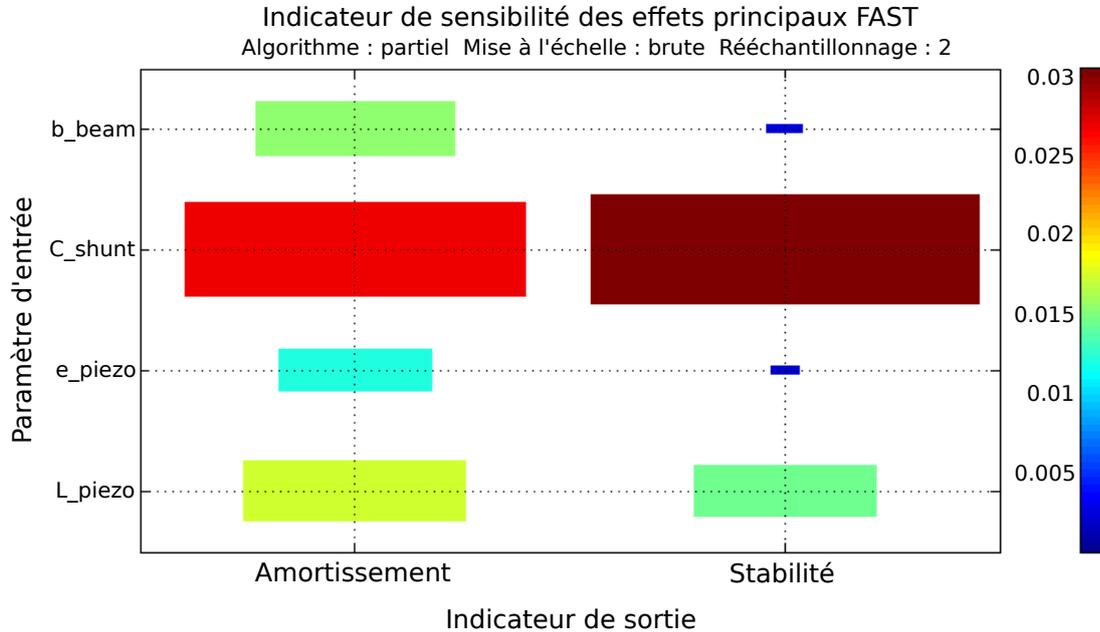


FIG. 4.13: Indicateur de sensibilité par la méthode FAST pour les critères d'amortissement et de stabilité.

La méthode FAST *Fourier Amplitude Sensitivity Test*[14] est une méthode d'analyse de sensibilité développée originellement par Cukier puis améliorée par Saltelli [46] et Sobol [48]. La méthode consiste à explorer harmoniquement l'espace des paramètres d'entrée et à décomposer la variance de sortie du système étudié sous la forme:

$$S = \Sigma S_i + \Sigma S_{1j} + \Sigma S_{ij} \quad (4.5)$$

Où le premier terme correspond aux effets de premier ordre, le deuxième à des effets du deuxième ordre et le dernier à des effets d'interactions.

Afin d'explorer l'espace des paramètres d'entrée, on écrit les paramètres sous forme harmonique  $x_i(s) = G_i(\sin(\omega_i s))$  avec  $s \in ]-\infty; +\infty[$  et  $G_i$  une fonction de transformation. Dans le cas où les paramètres d'entrée sont indépendants, le théorème de Weil garantit que tout l'espace est exploré. D'après [13], la courbe optimale d'exploration de l'espace des paramètres vérifie l'équation :

$$\pi \sqrt{(1 - x_i^2)} P_i(G_i) \frac{dG_i(x_i)}{dx_i} = 1 \quad (4.6)$$

où  $P_i$  la fonction de densité de probabilité de  $x_i$ . Dans [46], les paramètres d'entrée sont écrits sous la forme  $x_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin(\sin(\omega_i s))$ . L'espace des paramètres est ainsi exploré correctement. D'autres trajectoires d'exploration de l'espace des paramètres sont possibles mais pour un nombre d'échantillons suffisants, les résultats obtenus convergent vers la même valeur.

#### 4.4.2 Application au cas test

Il est ressorti de l'analyse de Morris du système poutre/patch que les paramètres les plus influents étaient les dimensions géométriques du patch et la capacité du shunt. Une analyse FAST menée sur ces seuls paramètres confirme cette sensibilité, que ce soit concernant l'amortissement ou concernant la stabilité. Les résultats sont présentés sur la figure 4.13. Les effets de premier ordre sur la variance de sortie sont représentés pour les fonctions objectif d'amortissement et de stabilité déjà définis pour l'analyse de Morris. L'analyse FAST met en exergue la sensibilité de la capacité du patch.

#### 4.4.3 Conclusion partielle

L'analyse de la variance FAST a affiné les résultats du criblage des paramètres influents. La capacité du patch est le paramètre critique. Lors de la conception du système, une importance significative doit être portée à l'estimation précise des variations de la capacité du shunt ainsi qu'à celle du patch. C'est en fait le rapport de capacité shunt/patch qui est déterminant. Il apparaît alors nécessaire de prendre en compte l'incertitude pouvant frapper ce ratio pour garantir un niveau de performance minimal.

### 4.5 Analyse de robustesse et optimisation robuste par la théorie info-gap

#### 4.5.1 Introduction

**Modèle info-gap** Les analyses de sensibilité menées ont mis en évidence l'influence des variations du ratio de capacité entre le shunt et le patch. Afin d'analyser et d'optimiser la performance minimale en amortissement, l'incertitude sur le ratio de capacité entre le shunt et le patch est modélisée par un modèle info-gap [4].

**Notations** Soient les notations suivantes:

- $\alpha$  : paramètre d'incertitude;
- $u$  : quantité incertaine;

- $u^0$  : point de contrôle;
- $\mathcal{U}(\alpha, u^0)$  : degré de variabilité incertaine de la quantité incertaine  $u$  autour du point de contrôle  $u^0$ ;
- $R$  : paramètre de décision ;
- $\theta$  : fonction de performance.

Le paramètre incertain  $u$  évolue dans un intervalle borné  $[u_{\min}; u_{\max}]$  centré autour de  $u^0$ . Le paramètre d'incertitude  $\alpha$ , évolue dans  $[0; 1]$ . Pour  $\alpha \in [0; 1]$ ,  $u \in [u_{\min}; u_{\max}]$ , la robustesse est la plus grande valeur du paramètre d'incertitude pour lequel la performance est acceptable. Le paramètre incertain est ici le ratio de capacité entre le shunt et le patch, exprimé comme étant la capacité du shunt normalisée par la capacité du patch. Le paramètre de décision est la résistance du shunt et la fonction de performance est l'angle d'amortissement de la première valeur propre tel que défini sur la figure 4.9. L'enjeu de l'analyse de robustesse est d'évaluer, pour un paramètre d'incertitude donné, la pire performance réalisable. Formulé autrement, l'enjeu est de quantifier l'incertitude maximale acceptable pour réaliser une performance donnée.

**Etude modale** L'analyse de robustesse est faite sur le modèle éléments finis présenté dans les sections précédentes. Tous les paramètres du modèle sont fixés à leur valeur nominale. Seuls les paramètres du shunt et la capacité du patch peuvent varier. Pour simplifier l'analyse, la capacité du patch est fixée; celle du shunt varie. C'est le ratio de capacité entre le shunt et le patch qui est étudié. Le circuit de shunt est modélisé par une capacité négative en série avec une résistance. La figure 4.14 montre l'évolution de la première valeur propre dans le plan complexe en fonction de la capacité du shunt  $C_{\text{shunt}}$  et pour trois résistances différentes. Chaque point de la figure 4.14 correspond à un couple  $(R_{\text{shunt}}, C_{\text{shunt}})$  donné. Pour chacun de ces couples, un angle d'amortissement  $\theta$  et une pulsation  $\omega$  sont associés. La fonction de performance retenue ici est l'angle d'amortissement  $\theta$ . Une infinité de couples  $(R_{\text{shunt}}, C_{\text{shunt}})$  permet d'atteindre une performance donnée. L'analyse de robustesse a pour objectif d'évaluer, pour une valeur du paramètre d'incertitude donné, l'amortissement maximal — l'angle  $\theta$  minimum — atteignable.

## 4.5.2 Modèle d'incertitude

Le modèle d'incertitude retenu est dit « symétrique intervalle ». Le paramètre incertain  $u$  évolue entre ses deux valeurs extrémales selon la valeur du paramètre d'incertitude  $\alpha$  :

$$(1 - \alpha) u^0 + \alpha u_{\min} \leq u \leq (1 - \alpha) u^0 + \alpha u_{\max} \quad (4.7)$$

La plage de variation de  $u$  correspond à une variation de  $\pm 10\%$  autour de  $u^0$ . Dans les faits, une telle variation correspond à une variation de température de  $40^\circ\text{C}$  pour une céramique

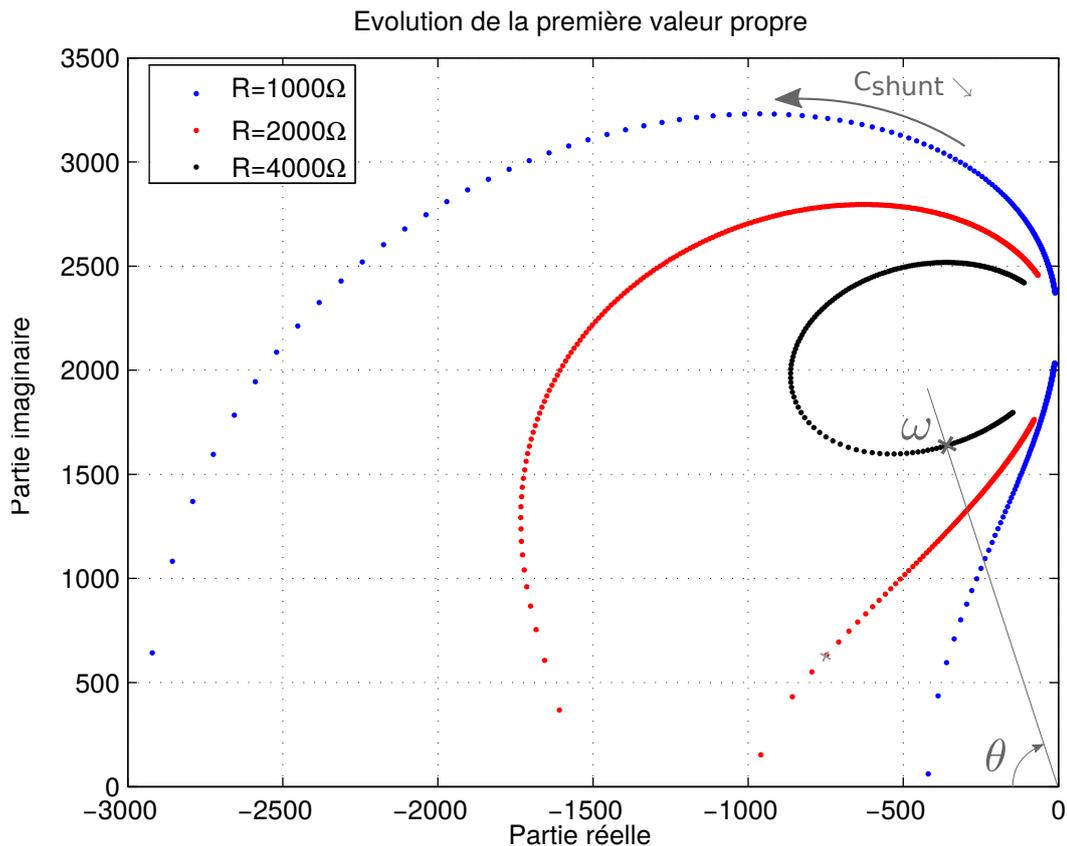


FIG. 4.14: Évolution de la première valeur propre en fonction de la capacité du shunt.

PZT telle que le PIC255.

### 4.5.3 Fonction de performance

La figure 4.15 illustre l'évolution de l'angle d'amortissement en fonction du ratio de capacité entre le shunt et le patch pour différentes résistances. L'angle d'amortissement passe par un minimum potentiellement instable. Dans le cas où la résistance est suffisamment élevée — 1000  $\Omega$  ici —, le système est toujours stable et il n'y a qu'une seule valeur du paramètre incertain qui minimise la fonction de performance<sup>5</sup>. Dans le cas où la résistance du shunt est faible, le système est instable pour certaines valeurs de la capacité du patch pour lesquelles la raideur structurelle est négative. Il y a alors deux optimums obtenus pour une capacité correspondant à la branche raidissante et à la branche assouplissante de la figure 4.6.

La question à laquelle on souhaite répondre ici est « Sachant que la valeur de la capacité

5. L'amortissement est d'autant plus élevé que la valeur de la fonction de performance est faible. C'est généralement le choix retenu lors des analyses de robustesse. L'expression consacrée est *smaller is better*.

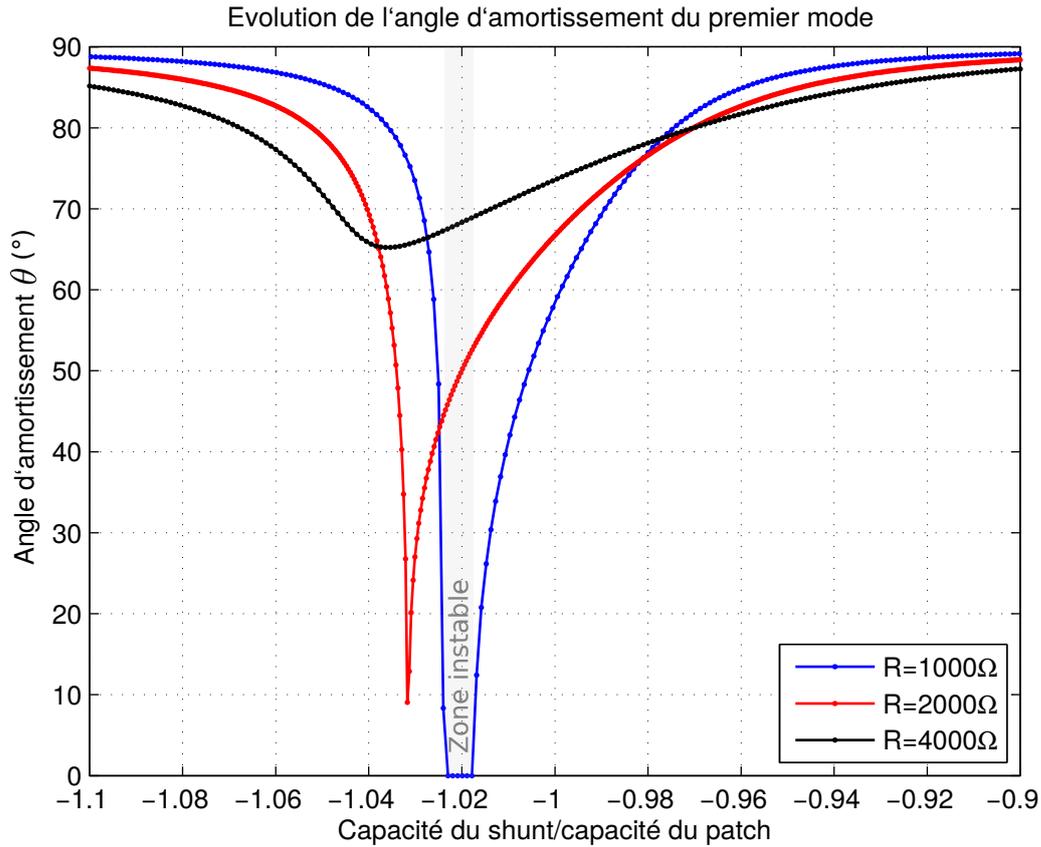


FIG. 4.15: Évolution de l'angle d'amortissement en fonction du ratio capacité shunt/shunt.

du patch est incertaine et pour une résistance donnée quelle est la meilleure performance minimale atteignable? »

Pour une valeur nominale  $u_0$  donnée, pour une valeur du paramètre d'incertitude  $\alpha$ , l'amortissement minimum réalisable dans tous les cas, c'est-à-dire l'angle  $\theta$  minimum atteignable s'écrit :

$$\max_{u \in \mathcal{U}(\alpha, u^0)} \theta \quad (4.8)$$

Or on note sur la figure 4.15 que la valeur qui minimise l'angle  $\theta$  change en fonction de la résistance du shunt. Pour un niveau d'incertitude donné, il y a un point nominal  $u^0$  optimal qui maximise l'amortissement minimal atteignable. Soit  $\theta^c$ , la valeur de l'angle  $\theta$  correspondant à ce point nominal optimal,  $\theta^c$  s'écrit :

$$\theta^c(R, \alpha) = \min_{u_0} \left( \max_{u \in \mathcal{U}(\alpha, u^0)} \theta \right) \quad (4.9)$$

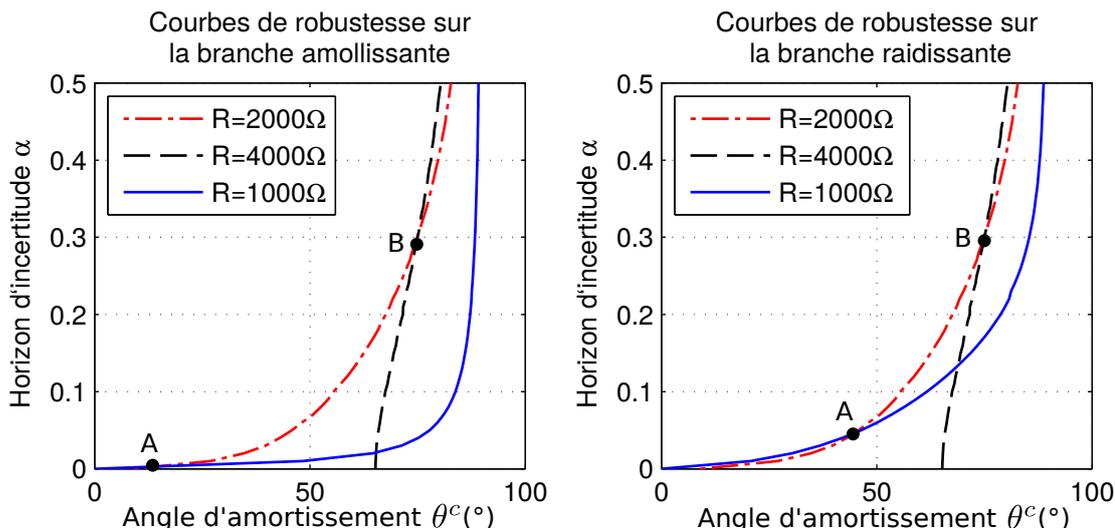


FIG. 4.16: Courbes de robustesse de l'angle minimal d'amortissement vis à vis de l'incertitude sur la capacité du patch.

#### 4.5.4 Courbes de robustesse

La figure 4.16 présente les courbes de robustesse, c'est-à-dire l'évolution de l'horizon d'incertitude  $\alpha$  maximum admissible permettant de garantir un angle d'amortissement  $\theta^c$  maximal. Trois courbes sont tracées pour trois valeurs de résistance différentes. Deux cas sont traités. Le premier concerne le cas où l'on se place sur la branche amollissante du système (figure de gauche), l'autre où l'on se place sur la courbe raidissante<sup>6</sup>. Pour de faibles niveaux d'incertitude, la résistance de 1000 $\Omega$  garantit le plus petit angle d'amortissement. Mais plus l'incertitude — la valeur de  $\alpha$  — augmente, plus les performances amortissantes garanties se dégradent. Au point A, la résistance de 2000 $\Omega$  est celle qui donne la meilleure robustesse aux variations du paramètre incertain. De même, au point B, la résistance de 4000 $\Omega$  assure la meilleure performance. Pourtant, pour une incertitude nulle, ses performances sont très inférieures à la résistance de 1000 $\Omega$ .

**Optimisation robuste** Pour un horizon d'incertitude donné, il existe une valeur de résistance qui garantit le meilleur niveau d'amortissement malgré les variations possibles du paramètre incertain. Elle est appelée résistance robuste et correspond à la résistance qui minimise la fonction  $\theta^c$  :

$$R^R(\alpha) = \underset{R}{\operatorname{argmax}}(\theta^c(\alpha, R)) \quad (4.10)$$

6. Cela revient à se placer d'un côté ou de l'autre de l'instabilité présentée sur la figure 4.15.

$$R^R(\alpha) = \operatorname{argmax}_R \left( \min_{u^0} \left( \max_{u \in \mathcal{U}(\alpha, u^0)} \theta \right) \right) \quad (4.11)$$

### 4.5.5 Discussion

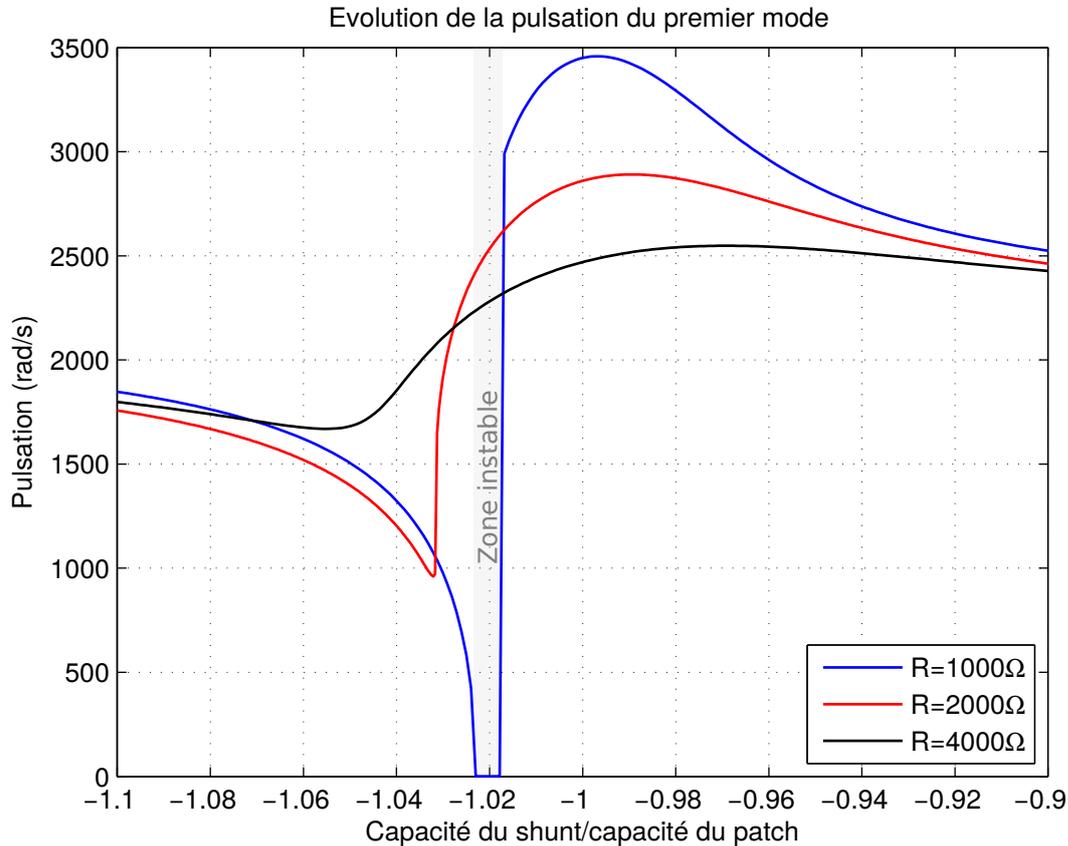


FIG. 4.17: Évolution de la pulsation du mode en fonction du ratio capacité shunt/shunt.

**Raideur du système** La figure 4.17 illustre l'évolution de la pulsation de la première valeur propre de la poutre en fonction du ratio de capacité shunt/patch pour différentes résistances. Associé à la courbe d'amortissement de la figure 4.15, on peut en déduire que pour une performance en amortissement donnée, il existe deux valeurs du ratio de capacité. Chacune de ces solutions correspond à une pulsation différente et donc à une raideur de structure différente. Il s'avère que la branche présentant les pulsations les plus élevées — susmentionnée sous l'appellation de branche raidissante — est plus robuste aux variations du ratio de capacité shunt/patch. Cependant, il peut être intéressant d'assouplir la structure au lieu de la raidir, pour des questions de rayonnement acoustique par exemple. Un choix entre la robustesse et la fréquence du système doit alors être fait.

**Choix de la capacité du shunt** Les résultats d'analyse et d'optimisation robuste permettent de choisir la résistance du shunt la plus robuste aux variations de la capacité du patch. Cette résistance robuste est celle qui donne la meilleure opportunité de performances en amortissement sous réserve de choisir la bonne capacité nominale du circuit de shunt. En cela, la résistance du shunt peut être vue comme un paramètre robustifiant du circuit de shunt à capacité négative. Là où le circuit à capacité négative est intéressant théoriquement mais inutilisable en milieu incertain, l'ajout de la résistance permet de prendre en compte *a priori* les incertitudes pesant sur la capacité du patch et due, entre autre à la température de l'environnement du système. Le chapitre 3 a présenté un circuit de shunt programmable. Une mise en œuvre robuste du contrôle des vibrations par des patchs shuntés par des capacités négatives consiste alors à fixer la valeur optimale de la résistance en fonction des incertitudes pesant sur les paramètres du système.

**Limitations** Tous les résultats présentés supposent que la tension entre les électrodes du patch est atteignable. En pratique, tous les niveaux d'amortissement ne sont pas réalisables du fait de la saturation en tension du circuit de shunt. Prendre en compte la tension aux bornes du patch dans les critères est l'étape suivante des travaux présentés ici. Une analyse de la robustesse des performances en amortissement en fonction de la tension maximum tolérable par le circuit de shunt serait donc utile. Son corollaire serait l'étude de l'incertitude du niveau d'excitation mécanique sur la tension maximum gérée par le circuit de shunt.

## 4.6 Conclusions

### 4.6.1 De la démarche de conception robuste

Une démarche de conception robuste basée sur un modèle du système étudié a été présentée. Elle consiste à déterminer les paramètres les plus influents du système au regard de critères de performance choisis par le biais de méthodes de criblage. Une étude plus fine mais plus coûteuse en temps de calcul par l'analyse de la variance de sortie du système permet d'affiner la connaissance du système face à des variations de ces paramètres les plus influents. Suite à cela, une analyse de robustesse par la théorie info-gap permet de quantifier le niveau d'incertitude maximum qui garantit un niveau de performance donné. Enfin une optimisation robuste permet de dimensionner les paramètres critiques du système pour maximiser leurs robustesse aux incertitudes. La démarche présentée est générique et peut être appliquée à tout type de modèle et pour la conception de tout type de système.

### 4.6.2 Cas de la poutre encastree-libre

Le système étudié dans ce chapitre est une poutre encastree-libre munie d'un patch piézoélectrique shunté par un circuit à capacité négative en série avec une résistance. L'analyse de sensibilité fait émerger des règles de conception. Par exemple, la fixation et le positionnement précis du patch piézoélectrique sur la structure n'est pas critique. La couche de colle a une influence négligeable sur les performances du système. La démarche de conception robuste a permis de proposer un choix des paramètres du circuit de shunt qui garantit un niveau minimum d'amortissement même en présence d'incertitudes sur la capacité du patch ou du shunt. Une résistance suffisamment élevée rend le système toujours stable. La tension maximale admissible par le circuit de shunt a été pointée comme étant problématique mais n'a pas été prise en compte lors de l'analyse de robustesse. La prise en compte du niveau d'excitation maximal acceptable pour ne pas dépasser cette tension reste encore à établir.

### 4.6.3 Contrôle de raideur

L'étude présentée dans ce chapitre a eu pour objectif de maximiser l'amortissement du système. Il a été mis en évidence que le shunt à capacité négative a la propriété de modifier la raideur de la structure. L'étude aux valeurs propres a montré que pour un réglage — capacité et résistance — donné, le système présente une raideur et un amortissement donnés. Il serait intéressant d'étudier la robustesse du système en prenant comme fonction de performance la raideur de la structure. Notamment, l'analyse de robustesse pour les cas potentiellement instables — les cas les moins amortis — prend tout son sens puisqu'elle permet *a priori* de déterminer si un couple raideur/amortissement est réalisable en présence des incertitudes inhérentes à l'environnement. En particulier, la dépendance en température de la capacité du patch est un phénomène critique<sup>7</sup>.

### 4.6.4 Optimisation robuste expérimentale

La mise au point d'un circuit de shunt numérique programmable ouvre de larges perspectives sur au moins deux plans. D'abord, l'analyse de robustesse et l'optimisation robuste expérimentales sont techniquement possibles. L'ajout aléatoire d'une capacité parasite dans le patch donne l'opportunité de tracer les courbes de robustesse expérimentales et un algorithme d'optimisation peut piloter les paramètres du circuit de shunt. D'autre part, l'ajout de capteurs supplémentaires tels qu'un capteur de température participe à la robustification du système face aux incertitudes environnementales.

---

7. L'ajout d'un capteur de température au circuit de shunt développé peut réduire en partie l'impact des variations de température.

### 4.6.5 Extension à des systèmes plus complexes

L'étude menée ici concerne un système mono-patch. L'étude de systèmes multi-patches ou de systèmes distribués est pertinente. La démarche proposée dans ce chapitre peut s'appliquer à la cellule élémentaire d'un réseau de patch périodiques par exemple. Une étude de robustesse expérimentale basée sur une distribution de circuits de shunt est désormais possible. De plus la prise en compte de non-linéarités ou de phénomènes d'interaction entre plusieurs patch est accessible.

## 4.7 Extension aux systèmes distribués

### 4.7.1 Introduction

Un des objectifs du travail de thèse initialement défini concernait l'étude de la robustesse de réseaux distribués afin d'évaluer dans quelle mesure les résultats obtenus à l'échelle d'une cellule unique pouvait se généraliser à l'échelle d'un réseau. La prise en compte d'un système distribué introduit par ailleurs de nouvelles questions en termes d'incertitudes sur les défauts de périodicité par exemple ou sur l'impact du nombre de cellules utilisées. Deux stratégies d'étude du réseau sont alors possibles : soit considérer le réseau dans son intégralité et mener un calcul numérique sur le système complet, soit considérer une cellule élémentaire du réseau et s'appuyer sur des conditions de périodicité de Bloch-Floquet. Chaque stratégie présente ses avantages et inconvénients, l'approche complète conduit à des temps de calcul potentiellement conséquents en présence d'un grand nombre de cellules, et l'approche périodique ne permet pas d'évaluer l'effet des conditions aux limites sur la propagation des ondes. Le développement du circuit de shunt numérique présenté en chapitre 3 de ce manuscrit permet d'envisager l'extension des travaux menés sur le shunt capacitif au niveau d'un réseau distribué par la miniaturisation, l'adaptabilité et l'intégrabilité qu'il permet. La démarche d'analyse de sensibilité et de robustesse à mettre en œuvre est similaire à celle présentée dans le chapitre 3 : cette démarche peut être menée sur le modèle complet ou sur une cellule élémentaire. Le travail complet n'a pas pu être mené en raison de contraintes temporelles de mise en œuvre et suite aux difficultés rencontrées pour obtenir un circuit numérique opérationnel. Pour autant, des démarches ont été initiées et sont décrites dans ce chapitre. L'enjeu de cette dernière partie du manuscrit est donc de présenter l'extension du travail mené au chapitre 3 à un réseau distribué et de présenter des pistes d'exploitation du circuit numérique développé dans un contexte distribué.

### 4.7.2 Vers une analyse de sensibilité et de robustesse pour un réseau distribué

**Analyse de stabilité via un calcul des valeurs propres par la théorie de Floquet** Comme indiqué en introduction le réseau distribué considéré peut faire l'objet d'une modélisation complète ou seule une cellule unitaire peut être considérée dans le cas d'une configuration périodique. Au regard des temps de calcul réduits permis par cette approche les travaux ont été initiés dans cette configuration. L'implémentation numérique s'appuie sur un modèle éléments finis de la cellule de sorte qu'un problème aux valeurs propres généralisé peut être écrit sous la forme [10]:

$$\left[ (K(Z(i\omega_n(\lambda, \phi)) - \omega_n^2(\lambda, \phi)M) + \lambda L(\phi, Z(i\omega_n(\lambda, \phi))) - \lambda^2 H(\phi, Z(i\omega_n(\lambda, \phi))) \right] w_{n,k}(\phi) = 0 \quad (4.12)$$

où  $M$  et  $K$  sont respectivement les matrices de masse et de raideur,  $L$  est une matrice antisymétrique et  $H$  une matrice symétrique issues de la discrétisation de la formulation faible du problème. Lors de l'utilisation de patchs piézoélectriques shuntés  $K$ ,  $L$  et  $H$  dépendent de  $\omega$  et le problème à résoudre est un problème aux valeurs propres non linéaire et quadratique en  $\omega$ . Afin de se ramener à un problème quadratique la pulsation  $\omega$  et l'angle de propagation sont fixés. Les nombres d'onde sont  $\lambda_n = ik_n$  et vecteurs propres de floquet  $w_{n,k}$  sont calculés en résolvant le problème quadratique aux valeurs propres ainsi établi. Ces valeurs propres servent d'indicateurs de stabilité, un exemple d'analyse de sensibilité peut ainsi porter sur l'impact des incertitudes sur la stabilité d'un réseau distribué.

**Analyse de sensibilité** Une analyse de sensibilité peut alors être menée sur les parties réelle et imaginaire des longueurs d'onde calculées pour évaluer la robustesse du réseau en terme de stabilité. Pour cela un lot de variables du problème est à définir, dans un souci de cohérence avec le chapitre 4 les variables de capacité, épaisseur du patch piézoélectrique, largeur de celui-ci et longueur sont retenues dans un premier temps et une analyse de sensibilité peut être conduite pour chacune d'entre elles. Pour chaque jeu de paramètres un nouveau modèle éléments finis est défini, les matrices  $K$ ,  $L$ ,  $H$  et  $M$  sont obtenues à l'aide d'une mise en données dans le logiciel Comsol et un nouveau calcul aux valeurs propres est mené. Il est alors possible d'évaluer l'impact des incertitudes sur ces variables sur la stabilité globale du réseau. Comme indiqué précédemment les calculs n'ont pas pu être menés mais la démarche a ainsi pu être établie en guise de perspective à ce travail. Le réseau distribué stable et robuste ainsi défini constituera une interface active.

**Analyse de sensibilité expérimentale** Le pilotage en temps réel que permet le circuit numérique laisse entrevoir des perspectives originales dans un contexte incertain. Le pilotage

des paramètres de la loi de commande tels que la résistance ou la capacité, directement sur le circuit expérimental et non sur un modèle numérique ouvre la porte à une analyse de sensibilité et de robustesse menées en parallèle sur le modèle numérique et sur le modèle physique de la structure. Un point de fonctionnement expérimentalement optimal et robuste pourrait ainsi être défini.

**Analyse de robustesse** Il y a deux approches possibles dans le cas des systèmes distribués. La première consiste à modéliser uniformément l'incertitude dans le système et en la réduisant à la cellule élémentaire. Dans ce cas, l'incertitude est la même sur toutes les cellules du réseau de patches. Le temps de calcul est ainsi fortement réduit, mais suppose une parfaite périodicité du réseau. Une autre approche, consiste à utiliser un modèle complet de la structure périodique et à faire varier la position de chacun des patches afin d'évaluer l'impact d'une perte de périodicité du réseau sur les performances vibratoires. Le temps de calcul est plus élevé, mais cette approche permettrait de valider l'hypothèse qui est faite de considérer le réseau périodique infini alors qu'il est en réalité fini. Cela mettrait en évidence des phénomènes de bord et validerait l'utilisation des théories de systèmes distribués. L'impact de la périodicité sur la robustesse d'un réseau de patches shuntés par des circuits à capacité négative serait alors établi.

#### 4.7.3 **Vers la synthèse d'une interface active à partir de patches piézoélectriques shuntés**

**Réalisation de l'impédance optimale** Le patch piézoélectrique a un comportement capacitif, il est couplé à la structure mécanique. La dynamique de la structure se répercute sur la relation entre la charge électrique et la tension aux bornes du patch. L'impédance optimale qu'il faut appliquer à ce patch pour réduire les vibrations est le complexe conjugué de l'impédance électrique apparente du patch. Les shunts résonnants permettent d'approcher localement cette impédance optimale. Les shunts à capacité négative constante, permettent d'approcher cette impédance optimale sur une large bande de fréquences bien que l'impédance réalisée ne soit pas optimale autour des fréquences de résonance. Le circuit numérique de shunt développé dans cette thèse donne la possibilité d'implémenter toute équation dynamique qui est stable et causale. Il est alors possible d'approcher au plus près l'impédance optimale qui contrôle les patches telle que défini dans [9].

**Optimisation expérimentale** Une perspective intéressante de l'utilisation du circuit développé réside dans la possibilité d'optimiser expérimentalement l'impédance électrique appliquée aux patches. Le circuit étant programmable en temps réel, des algorithmes d'optimisation peuvent être interfacés avec les circuits et converger vers une solution optimale expé-

rimentale. Des interactions entre les différents circuits de shunt sont également possibles, soit directement entre un patch et son voisin immédiat, soit par l'intermédiaire d'un circuit superviseur de plus haut niveau qui communique séparément avec chacun des patches et donne la possibilité de réaliser des gradients de performances, ou de modifier l'intégralité des circuits de shunt en même temps.

**Vers le non-linéaire** Même si les circuits de shunt implémentés pendant la thèse sont linéaires, il est technologiquement possible et aisé de mettre en œuvre des lois de commandes continues mais non linéaires. La loi de commande doit être causale et stable et la seule limite à la dynamique réalisable est le temps de calcul, qui va influencer sur la bande passante du système.

## Conclusion générale et perspectives

**Environnement incertain** Lors de la conception d'un système, les sources d'incertitude et de méconnaissances sont nombreuses. Qu'il s'agisse des propriétés d'un matériau, de l'impact de la variation de température ambiante, ou des propriétés piézoélectriques d'un actionneur utilisé, toutes ces variations peuvent avoir un impact significatif sur les performances du système. En particulier, les systèmes de contrôle de vibrations basés sur l'utilisation de patches piézoélectriques shuntés électriquement par des circuits à capacités négatives voient leurs performances significativement affectées par les variations de la capacité du patch utilisé. Les matériaux piézoélectriques sont sensibles à la température et dans le cadre d'une utilisation dans un environnement industriel ou au fil des saisons, la température peut varier de -20 à 40 degrés Celcius. Il apparaît nécessaire de disposer d'outils de conception et d'analyse des systèmes pour garantir un niveau de performances donné malgré un milieu incertain.

**Méta-matériaux** Les travaux présentés dans cette thèse, s'intègrent dans le contexte du développement des méta-matériaux. Ces nouveaux matériaux, auxquels on ajoute des fonctionnalités de façon artificielle, sont en plein essor. Un matériau présentant des inclusions de patches piézoélectriques, shuntés et distribués de façon périodique, constitue un méta-matériau. Il présente des propriétés intéressantes de filtrage de la propagation de certaines ondes. Les systèmes basés sur des transducteurs piézoélectriques nécessitent la mise en place d'une électronique volumineuse et non intégrée à la structure. Parmi les travaux présentés dans cette thèse, un circuit de shunt qui permet de réaliser une impédance électrique synthétique programmable a été développé. L'objectif étant d'intégrer complètement l'électronique de contrôle dans le matériau, la maîtrise de la technologie devient indispensable. Une première étape a été franchie avec la réalisation d'un prototype fonctionnel permettant d'implémenter une capacité négative d'encombrement réduit et pouvant être intégré à la structure. Ce circuit programmable en temps réel présente l'avantage de pouvoir être réglé

---

à distance. L'utilisation sur de larges réseaux constitués de nombreux actionneurs permet un réglage collectif et simultané des circuits contrôlant tous les patchs. Jusqu'ici, les circuits utilisés étaient complètement analogiques et nécessitaient une intervention manuelle pour être réglés. Cette approche n'était pas viable dans le cas de larges réseaux, le temps de réglage étant rédhibitoire. Une variation même modeste de la température de l'environnement mène en effet à l'inefficacité voire à l'instabilité du contrôle. Le circuit présenté dans cette thèse, a été validé pour l'implémentation de capacités négatives de l'ordre de 50 nF et sur une bande de fréquences allant de 10 à 10 000 Hz.

**Analyse de sensibilité** La maîtrise des incertitudes du système nécessite l'utilisation d'outils d'analyse de sensibilité et de robustesse appropriés. Une démarche générique de conception robuste a été présentée dans cette thèse et repose sur le cheminement suivant : analyse des paramètres les plus influents, quantification précise de cette sensibilité, analyse des performances du système au regard des incertitudes : c'est l'analyse de robustesse. Enfin une optimisation des paramètres du système en prenant en compte ces incertitudes et en garantissant un niveau minimum de performance constitue une optimisation robuste. Une mise en œuvre de cette démarche a été proposée sur un système poutre encastree-libre équipée d'un patch et a permis de mettre en avant, dans le cas des shunts à capacité négative, une stratégie d'utilisation et de réglage du circuit. La mise en série d'une résistance avec la capacité négative rend plus robuste les performances du système malgré une incertitude pouvant peser sur la capacité du patch ou sur la capacité du shunt. Il a été mis en évidence que c'est le rapport entre ces deux capacités qui est critique au regard des performances du système. Une démarche de dimensionnement de la résistance a permis de maîtriser l'incertitude associée et de garantir un minimum de performance pour un niveau d'incertitude donné.

**Intérêt des méthodes de criblage** L'utilisation des méthodes d'analyse de sensibilité et en particulier les méthodes de criblage, qui permettent de discriminer des groupes de paramètres influents, a mis en évidence le fait que la fixation du patch sur la structure n'est pas critique. Son positionnement précis ou l'épaisseur de la couche de colle utilisée n'a que peu d'influence sur les performances vibratoires du système. En revanche, les niveaux de tension appliqués sur le circuit de shunt peuvent mener à des saturations de celui-ci. Il est donc nécessaire de dimensionner correctement le niveau de performances attendu au regard du niveau d'excitation de la structure.

**Vers des systèmes adaptatifs** Le circuit de shunt développé est programmable en temps réel. La mise en place de stratégies d'adaptation est, dès lors, technologiquement possible. Par exemple l'utilisation d'un capteur de température associé à une connaissance du matériau piézoélectrique dont sont constitués les patchs, permet de réduire l'incertitude associée

## 5. *Conclusion générale et perspectives*

---

à la capacité et due aux variations de température. L'implémentation de différents types de shunt en fonction, par exemple, du spectre de l'excitation de la structure est aussi possible. En fonction des contextes, de la nature de l'excitation, le circuit de shunt peut s'adapter et mettre en œuvre la stratégie de contrôle la plus adaptée, la plus optimisée et/ou la plus robuste. Cela constitue un réseau intelligent de circuits de contrôle distribués. Ils peuvent interagir entre eux ou être supervisés par un automate de plus haut niveau, qui peut par exemple mettre en œuvre des gradients de propriétés dans la structure afin d'obtenir des performances vibratoires ou acoustiques données.

**Vers le non linéaire** Toute équation stable continue et causale peut être implémentée dans le circuit développé. Ainsi, des lois de commande, même fortement non linéaires, sont implémentables, ce qui n'est pas le cas des circuits analogiques qui réalisent, par une combinaison de circuits existants, une dynamique donnée.

---

---

---

# Bibliographie

- [1] A. ANTONIOU : Floating negative-impedance converters. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 19(2):209–212, mar 1972. (cité p. 16)
- [2] B. S. BECK : *Negative capacitance shunting of periodic arrays for vibration control of continuous systems*. Thèse de doctorat, Georgia Institute of Technology, 2012. (cité p. 16)
- [3] S. BEHRENS, S. O. R. MOHEIMANI et A. J. FLEMING : Multiple mode current flowing passive piezoelectric shunt controller. *Journal of Sound and Vibration*, 266(5):929–942, oct 2003. (cité p. 10)
- [4] Y. BEN-HAIM : Info-Gap Value of Information in Model Updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15(3):457–474, may 2001. (cité p. 63)
- [5] F. BLOCH : Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. *Zeitschrift für Physik*, 52(7-8):555–600, jul 1929. (cité p. 19)
- [6] CNRS : Rapport de conjoncture 2014. page 475, 2014. (cité p. 18)
- [7] M. COLLET et K. A. CUNEFARE : Modal Synthesis and Dynamical Condensation Methods for Accurate Piezoelectric Systems Impedance Computation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19(11):1251–1269, apr 2008. (cité p. 22)
- [8] M. COLLET, K. A. CUNEFARE et M. N. ICHCHOU : Wave Motion Optimization in Periodically Distributed Shunted Piezocomposite Beam Structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20(7):787–808, 2008. (cité p. 15)
- [9] M. COLLET, M. OUISSE, M. N. ICHCHOU et R. OHAYON : Semi-active optimization of 2D wave dispersion into shunted piezo-composite systems for controlling acoustic interaction. *Smart Materials and Structures*, 21(9):94002, sep 2012. (cité p. 73)
- [10] M. COLLET, M. OUISSE, M. RUZZENE et M. N. ICHCHOU : Floquet–Bloch decomposition for the computation of dispersion of two-dimensional periodic, damped mechanical systems. *International Journal of Solids and Structures*, 48(20):2837–2848, oct 2011. (cité p. 19 et 72)

- 
- [11] G. COLONNA, S. LONGO, F. ESPOSITO et M. CAPITELLI : Fourier-transform sensitivity analysis. *Applied Physics B Laser and Optics*, 59(1):61–72, jul 1994. (cité p. 12)
- [12] L. R. CORR et W. CLARK : Comparison of low-frequency piezoelectric switching shunt techniques for structural damping. *Smart Materials and Structures*, 11(3):370–376, jun 2002. (cité p. 10)
- [13] R. CUKIER, K. LEVINE et H. SHULER : Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems. *Journal of Computational Physics*, 26:1–42, 1978. (cité p. 62)
- [14] R. I. CUKIER, C. M. FORTUIN, K. E. SHULER, A. G. PETSCHKE et J. H. SCHAIBLY : Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. I Theory. *The Journal of Chemical Physics*, 59(8):3873–3878, sep 1973. (cité p. 11, 12 et 62)
- [15] J. CURIE et P. CURIE : Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 91:294–383, 1880. (cité p. 6)
- [16] J. CURIE et P. CURIE : Contractions et dilatations produites par des tensions électriques dans les cristaux hémihédres à faces inclinées. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 93:1137–1140, 1881. (cité p. 6)
- [17] J. DUCARNE, O. THOMAS et J.-F. DEU : Structural Vibration Reduction by Switch Shunting of Piezoelectric Elements: Modeling and Optimization. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(May):797–816, may 2010. (cité p. 51)
- [18] A. J. FLEMING, S. BEHRENS et S. O. R. MOHEIMANI : Synthetic impedance for implementation of piezoelectric shunt-damping circuits. *Electronics Letters*, (18):1525–1526, 2000. (cité p. 17 et 18)
- [19] A. J. FLEMING et S. O. R. MOHEIMANI : Control orientated synthesis of high-performance piezoelectric shunt impedances for structural vibration control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(1):98–112, 2005. (cité p. 10)
- [20] G. FLOQUET : Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 12:47–88, 1883. (cité p. 19)
- [21] R. L. FORWARD : Electromechanical transducer-coupled mechanical structure with negative Capacitance compensation circuit. *US Patent 4,158,787*, 1979. (cité p. 16)
- [22] C. FULLER, S. ELLIOTT et P. NELSON : Active Control of Vibration, 1996. (cité p. 6)
- [23] M. GOLDFARB et N. CELANOVIC : A Lumped Parameter Electromechanical Model for Describing the Nonlinear Behavior of Piezoelectric Actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 119(3):478, sep 1997. (cité p. 27)
- [24] D. GUYOMAR et A. BADEL : Nonlinear semi-passive multimodal vibration damping: An efficient probabilistic approach. *Journal of Sound and Vibration*, 294(1):249–268, 2006. (cité p. 10)
-

- [25] M. P. R. HAAKER et P. J. T. VERHEIJEN : Local and Global Sensitivity Analysis for a Reactor Design with Parameter Uncertainty. *Chemical Engineering Research and Design*, 82(5): 591–598, may 2004. (cité p. 11)
- [26] N. W. HAGOOD et A. VON FLOTOW : Damping of structural vibration with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 146:243–268, 1991. (cité p. 21)
- [27] I. HOROWITZ : Negative-Impedance Converters. *IRE Transactions on Component Parts*, 9(1):33–38, mar 1962. (cité p. 16)
- [28] P. HOROWITZ, W. HILL et T. C. HAYES : *The art of electronics*. 1989. (cité p. 26)
- [29] A. LARKY : Negative-Impedance Converters. *IRE Transactions on Circuit Theory*, 4(3): 124–131, sep 1957. (cité p. 16)
- [30] E. LEFEUVRE, A. BADEL, L. PETIT, C. RICHARD et D. GUYOMAR : Semi-passive Piezoelectric Structural Damping by Synchronized Switching on Voltage Sources. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17(8-9):653–660, may 2006. (cité p. 10)
- [31] G. J. LIPPMANN : Principe de la conservation de l’électricité ou second principe de la théorie des phénomènes électriques. *Annales de chimie et de physique*, 24:145–177, 1881. (cité p. 6)
- [32] S. LIVET, M. COLLET, M. BERTHILLIER, P. JEAN et J.-M. COTE : Structural multi-modal damping by optimizing shunted piezoelectric transducers. *Revue européenne de mécanique numérique*, 20(1-4):73–102, may 2011. (cité p. 49)
- [33] J. A. MAIN, E. GARCIA et D. V. NEWTON : Precision position control of piezoelectric actuators using charge feedback. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 18(5):1068–1073, sep 1995. (cité p. 27)
- [34] M. MARSEGUERRA, R. MASINI, E. ZIO et G. COJAZZI : Variance decomposition-based sensitivity analysis via neural networks. *Reliability Engineering & System Safety*, 79(2): 229–238, feb 2003. (cité p. 12)
- [35] S. O. R. MOHEIMANI : A survey of recent innovations in vibration damping and control using shunted piezoelectric transducers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(4):482–494, 2003. (cité p. 6)
- [36] S. O. R. MOHEIMANI et A. J. FLEMING : *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*. Springer, 2006. (cité p. xi, 6, 7 et 10)
- [37] M. D. MORRIS : Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, 33(2):161–174, 1991. (cité p. 12, 48 et 57)
- [38] C. V. NEWCOMB et I. FLINN : Improving the linearity of piezoelectric ceramic actuators. *Electronics Letters*, 18(11):442, may 1982. (cité p. 27)
- [39] C.-H. PARK : Dynamics modelling of beams with shunted piezoelectric elements. *Journal of Sound and Vibration*, 268:115–129, 2003. (cité p. 10)

- 
- [40] A. S. ROSS, G. J. SAULNIER, J. C. NEWELL et D. ISAACSON : Current source design for electrical impedance tomography. *Physiological measurement*, 24(2):509–516, may 2003. (cité p. 26)
- [41] A. SALTELLI et R. BOLADO : An alternative way to compute Fourier amplitude sensitivity test (FAST). *Computational Statistics & Data Analysis*, 26(4):445–460, feb 1998. (cité p. 12)
- [42] A. SALTELLI, F. CAMPOLONGO et J. CARIBONI : Screening important inputs in models with strong interaction properties. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(7):1149–1155, jul 2009. (cité p. 12)
- [43] A. SALTELLI, M. RATTO, T. ANDRES, F. CAMPOLONGO, J. CARIBONI, D. GATELLI, M. SAISANA et S. TARANTOLA : *Global sensitivity analysis. The primer*. 2008. (cité p. 57)
- [44] A. SALTELLI, M. RATTO, S. TARANTOLA et F. CAMPOLONGO : Sensitivity analysis for chemical models. *Chemical reviews*, 105(7):2811–28, jul 2005. (cité p. 11)
- [45] A. SALTELLI, S. TARANTOLA, F. CAMPOLONGO et M. RATTO : *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. Wiley, 2004. (cité p. 11 et 57)
- [46] A. SALTELLI, S. TARANTOLA et K. P.-S. CHAN : A Quantitative Model-Independent Method for Global Sensitivity Analysis of Model Output. *Technometrics*, 41(1):39–56, mar 1999. (cité p. 62 et 63)
- [47] G. I. SCHUËLLER : On the treatment of uncertainties in structural mechanics and analysis. *Computers & Structures*, 85(5-6):235–243, mar 2007. (cité p. 11)
- [48] I. M. SOBOL : Theorems and examples on high dimensional model representation. *Reliability Engineering & System Safety*, 79(2):187–193, feb 2003. (cité p. 12 et 62)
- [49] National STANDARD : IEEE Standard on Piezoelectricity. *East*, page 74, 1988. (cité p. 6, 7 et 8)
- [50] A. SÉNÉCHAL : *Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques - application aux turbomachines*. Thèse de doctorat, 2011. (cité p. 6)
- [51] TEXAS INSTRUMENTS : AN-1515 A Comprehensive Study of the Howland Current Pump. *Application Note*, SMPA474A(April):1–17, 2013. (cité p. 26)

# Détails techniques de dimensionnement du shunt

## A.1 Introduction

On souhaite réaliser un système numérique permettant l'implémentation d'un circuit à capacitance négative. Ce système doit être installé aux bornes d'un transducteur piézo-électrique. Ce dernier, modélisé par une source de tension en série avec un condensateur est actuellement implémenté de façon complètement analogique. On souhaite le rendre numérique pour lui conférer des capacités de réglage et de flexibilité. Pour se faire, le circuit analogique va être remplacé par un circuit numérique architecturé autour d'un microcontrôleur permettant, pour une tension mesurée aux bornes du transducteur, de calculer le courant qui serait débité par le circuit analogique à capacitance négative. Naturellement, il est nécessaire de disposer d'une source de courant pilotable et d'adapter les tensions et les courants, la différence de potentiel aux bornes du transducteur pouvant atteindre plusieurs dizaines de Volts et les courants circulant plusieurs centaines de milliampères.

Le microcontrôleur utilisé sera le STM32F103RCT6, dont les performances conviennent et dont la programmation et l'utilisation sont maîtrisées.

L'objectif est de commander un réseau de transducteur piézoélectriques shuntés. L'architecture du système est présentée sur la figure [A.1](#). Chaque transducteur est commandé séparément par un circuit dont le comportement est modifiable en tant réel par un superviseur.

Pour des raisons d'ordre pratiques et financières, nous limiterons volontairement les tensions dans le circuit à +/- 30V. Dans ce cas, le courant circulant dans le circuit est donné par la formule :  $|i| = \frac{|U|}{|Z|}$ , où  $U$  est la tension aux bornes du transducteur et  $Z$  l'impédance de shunt. Prenons le cas d'un circuit à capacitance négative  $C$  avec une résistance  $R$  en

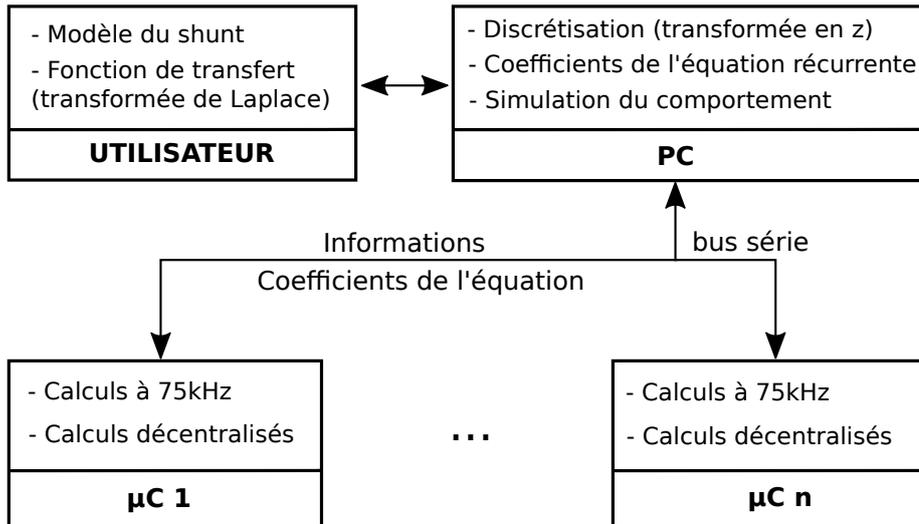


FIG. A.1: Architecture globale.

série. Le courant circulant dans le circuit à une pulsation  $\omega$  est alors  $|i| = \frac{|jC\omega U|}{|1+jRC\omega|}$ . Dans le cas le plus extrême,  $|i| < |C\omega U|$ . En se basant sur une capacitance négative d'au moins 50nF Dans ce cas, le courant maximum, pour une fréquence maximum de 20kHz est  $i_{max} = 50 \times 10^{-9} \times 2\pi \times 20 \times 10^3 \times 30 = 188\text{mA}$ .

## A.2 Description du système

Un schéma général du système est présenté sur la figure A.2 et un schéma détaillé sur la figure A.3.

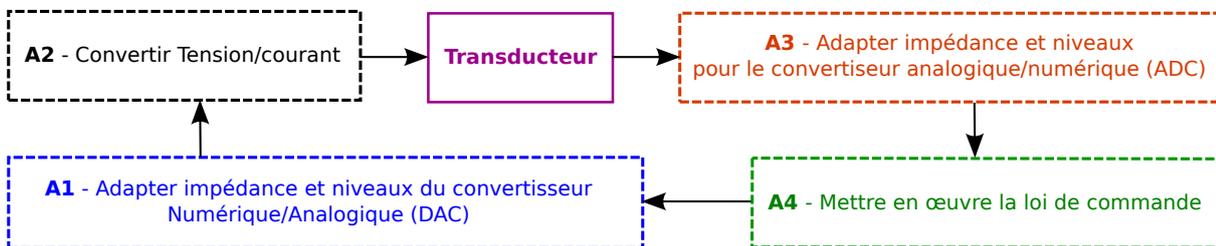


FIG. A.2: Architecture du système de niveau 0.

## A. Détails techniques de dimensionnement du shunt

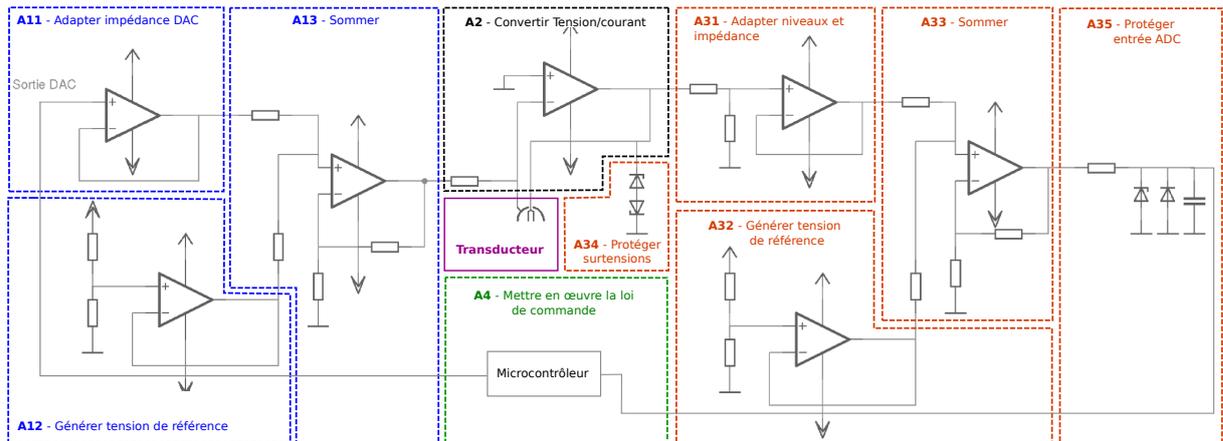


FIG. A.3: Architecture du système de niveau 1.

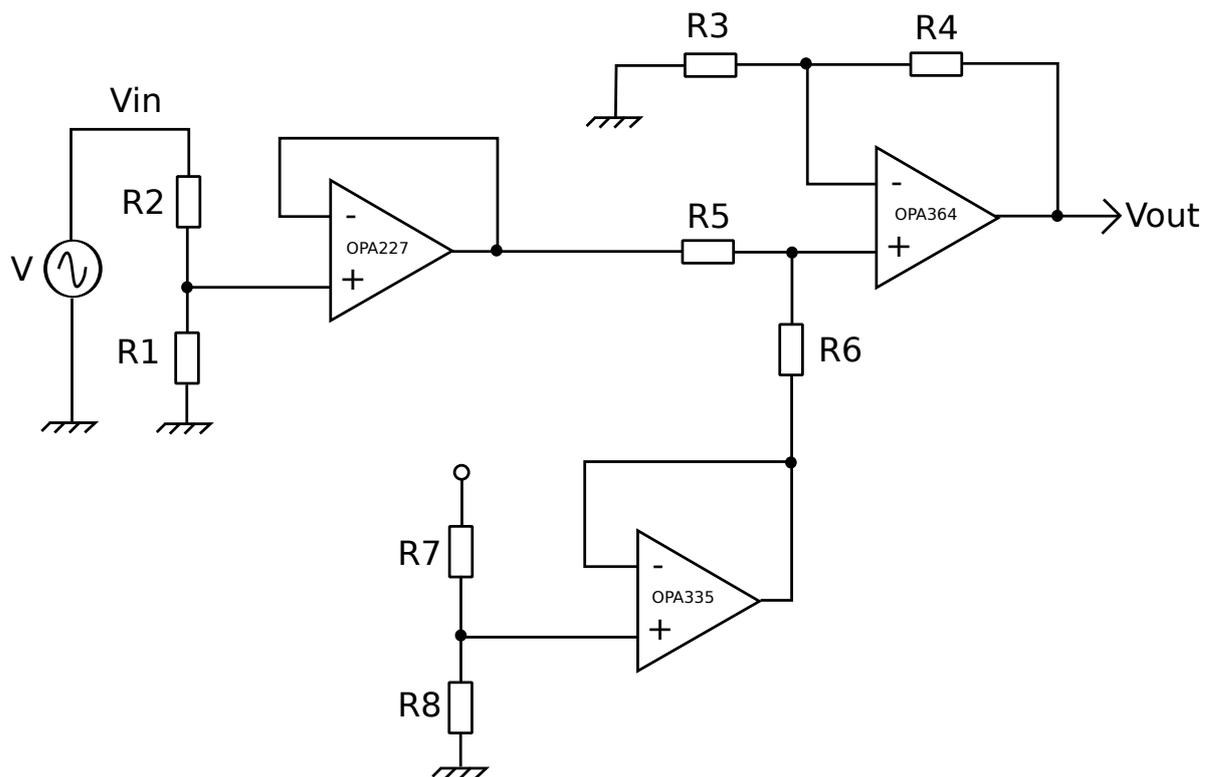


FIG. A.4: Conditionnement du signal.

## A.2.1 Dimensionnement des AOP

### Slew rate

Le *slew rate* (temps de montée) est la vitesse de variation de la tension dans l'amplificateur. Il caractérise sa dynamique. Si la bande passante permet de connaître les performances en fréquence pour des signaux de faible amplitude, le *slewrates* rend compte de l'évolution réelle des signaux dans l'amplificateur pour des amplitudes élevées.

Dans notre cas, les signaux sont sinusoïdaux. Soit  $V$  un signal sinusoïdal de fréquence  $f$  et d'amplitude  $V_0$ . L'évolution temporelle de  $V$  s'écrit :  $V = V_0 \sin(2\pi f t)$ , où  $t$  est l'instant considéré.

Le *slew rate* s'écrit comme la dérivée temporelle du signal, c'est-à-dire  $V_0 2\pi f \cos(2\pi f t)$ . Lors du choix d'un amplificateur, le *slew rate* doit être choisi en fonction des signaux les plus rapides de fréquence  $f_{\max}$  et d'amplitude  $V_{\max}$ . Pour que les signaux soient restitués correctement, *slewrates* de l'amplificateur doit être supérieur à  $2\pi V_{\max} f_{\max}$ .

### Bande passante

On souhaite travailler avec des signaux de fréquence maximale 20kHz. Le théorème de Shannon impose donc d'avoir une fréquence d'échantillonnage d'au moins 40kHz. Or dans les fait le signal est déjà atténué la coupure en fréquence. Il est alors prudent de prendre une décade de marge, c'est à dire une bande passante de 200kHz.

## A.2.2 Adapter impédance et niveaux du convertisseur Numérique/Analogique (A1)

### Génération du courant

Le microcontrôleur possède un convertisseur numérique/analogique d'une résolution de 12 bits permettant de générer des tensions allant de 0 à 3.6V. Or il est nécessaire d'atteindre des tensions négatives pour piloter le courant circulant dans le transducteur. La tension est décalée vers la bas avec un soustracteur dont la tension de référence est réglable, comme c'est le cas pour le conditionnement du signal de mesure du transducteur (voir A.4).

### Adapter l'impédance DAC (A11)

Cet amplificateur ne doit pas fournir de puissance. Il doit supporter des tensions entre -3.6V et 3.6V. L'amplitude totale du signal de sortie ne dépassera pas 3.6V (le signal est généré par le convertisseur numérique/analogique). Pour une fréquence maximale de 20kHz, le *slew rate* minimum doit donc être de  $3.6 \times 4 \times \pi \times 20000 = 0.9V/\mu s$

### Générer la tension de référence (A12)

L'amplificateur ne doit pas fournir de puissance mais seulement servir d'adaptateur d'impédance pour le sommateur en aval. Il doit supporter des tensions entre -3.6V et 3.6V. La tension de référence est constante dans le temps. Il n'y a pas de contrainte sur la dynamique de l'AOP.

Le DAC peut générer une tension minimum de 0.2V. Pour générer un courant négatif et positif centré autour de 0, la tension image de ce courant, générée par le DAC doit être translatée de 1.8V ajouté à la tension minimum. Prenons une tension minimum de 0.3V. Il faut créer un potentiel de référence de -2.1V pour le sommateur. La tension de sortie du pont est  $\frac{R_2}{R_1+R_2} Vref$ . En prenant  $Vref=-3.6V$  (alimentation), les résistances vérifient l'équation:  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{Vref-V_s}{V_s} = 0.71$ . Afin de limiter les courants circulant à moins de 1mA, des valeurs de l'ordre du k $\Omega$  sont choisies. C'est pourquoi le jeu de valeurs :  $R_1 = 7.5k\Omega$  et  $R_2 = 10k\Omega$  est choisi. Pour une tension de référence du pont de -3.6V, la tension de sortie est donc  $V_s = -3.6 \frac{10}{17.5} = -2.06V$ . Il suffit alors de réaliser un décalage de 2.06V qui sera réalisé logicielle-ment.

Les résistances ne dissipant que quelques mW, les séries classiques grand public seront choisies.

### Sommer (A13)

Le montage proposé est un sommateur. Les quatre résistances ont une valeur de 10k $\Omega$ . Les quatre résistances dissipent peu de puissance ( $\frac{U^2}{R} = \frac{4^2}{10000} = 1.6mW$ ). Par contre l'amplificateur doit pouvoir fournir un courant de 500mA et supporter une alimentation symétrique de 3.6V au moins.

### A.2.3 Convertir tension-courant (A2)

Une solution de conversion tension/courant active est utilisée. Le montage à base d'Amplificateurs Opérationnels présenté sur la figure A.5 permet de réaliser une telle fonction.

**Le convertisseur présenté ici ne fonctionne pas correctement avec des transducteurs piézoélectriques car il n'y a pas de rétroaction DC sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur. Ce défaut va être corrigé par l'utilisation d'une source de courant de Howland mais n'a pas été pris en compte pour ce qui est présenté dans ce document**

**Résistance de charge** La tension en sortie du sommateur varie entre -1.8 et 1.8V. Le cahier des charges fixé impose de supporter des courants de 500mA. La puissance dissipée est donc d'environ 0.9W. Prenons une marge en fixant la puissance dissipée à 1,5W. La loi d'Ohm donne alors la valeur de la résistance de charge :  $R_{charge} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$ . La tension générée

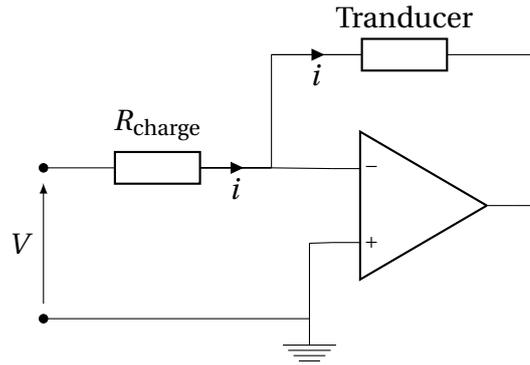


FIG. A.5: Convertisseur Tension/Courant actif

par les étages précédents du montage (A1) est proportionnelle au courant qui doit être imposé dans le circuit. De plus, le convertisseur numérique analogique a une résolution de 12bits. Le pas de tension est donc  $\frac{3.6}{2^{12}} = 8.8 \times 10^{-4} V$ . En conséquence, plus le courant maximum est important, plus la résolution est faible. C'est pourquoi plusieurs cas sont prévus:

- $I_{\max} = 500 mA$ :  $R_{\text{charge}} = 3.6 \Omega$  et  $P = 900 mW$ ;
- $I_{\max} = 200 mA$ :  $R_{\text{charge}} = 9 \Omega$  et  $P = 360 mW$ ;
- $I_{\max} = 50 mA$ :  $R_{\text{charge}} = 36 \Omega$  et  $P = 90 mW$ .

**AOP** L'amplificateur associé est connecté directement au transducteur et doit supporter une tension fixée technologiquement à  $\pm 30V$ . Il doit en outre supporter des courant de 500mA. La bande passante doit être supérieure à 200 kHz. Le *slewrate* doit être supérieur à  $V_0 \times 4 \times \pi \times f = 30 \times 4 \times \pi \times 2 \times 10^4 = 7.4 V/\mu s$ .

#### A.2.4 Adapter impédance et niveaux pour le convertisseur analogique/-numérique (A3)

Le convertisseur analogique/numérique du microcontrôleur ne supporte que des tensions entre 0 et 3.6V. Or la tension entre les deux électrodes du transducteur dépendant de la déformation de ce dernier, elle peut dépasser plusieurs dizaines de Volts. Il est donc nécessaire de :

- a) Limiter les niveaux maximum et minimum de la tension;
- b) Réduire l'amplitude pour attendre 3.6V;
- c) Décaler la tension dans le quadrant positif.

Ces fonctions sont assurées par le montage de la figure A.4 (les valeurs et les références des composants ne correspondent pas au cahier des charges fixé ci-avant). Le schéma est

## A. Détails techniques de dimensionnement du shunt

tiré de la note technique SBOA097 de Juin 2004 de Texas Instruments : *High-Voltage Signal Conditioning for Low-Voltage ADCs*.  $R_1$  et  $R_2$  réalisent un pont diviseur de tension dont la sortie ne débite pas de courant du fait de l'amplificateur OPA277 (fonction b). L'amplificateur OPA335 permet de générer une tension de référence pour le sommateur réalisé par l'amplificateur OPA364 (fonction c). Enfin la fonction a) est réalisée par deux diodes Zéner en têtes bêche ajoutée aux bornes de  $R_1$ . Ce montage permettant d'écarter le signal est présenté sur la figure A.6.

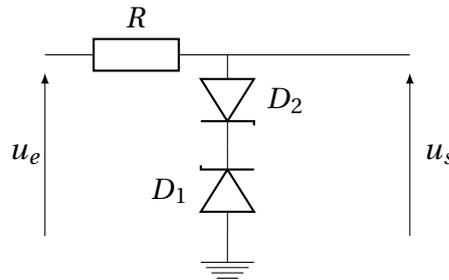


FIG. A.6: Montage écrêteur.

### Adapter l'impédance (A31)

**Pont diviseur** Le pont diviseur sert à diminuer l'amplitude de la tension aux bornes du transducteur. La tension en sortie du pont doit avoir une amplitude compatible avec le microcontrôleur, c'est à dire au maximum 3.6V. Afin d'éviter les saturations, une amplitude de 3.3V est choisie. Le rapport de réduction doit donc être d'au moins 18.2. Comme il a été montré ci avant, le pont de résistance vérifie l'équation  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_{\text{piezo}} - V_s}{V_s} = \frac{60 - 3.3}{3.3} = 17$ , où  $V_{\text{piezo}}$  est la tension aux bornes du transducteur. Afin de ne pas perturber le fonctionnement du correcteur, la résolution en courant étant de l'ordre de  $100\mu\text{A}$ , le courant circulant dans le pont ne doit excéder  $10\mu\text{A}$ . Le pont étant soumis à des tension allant jusqu'à 30 V, les résistances vérifient l'équation :  $R_1 + R_2 = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{max}}} = \frac{30}{10^{-5}} = 3.10^6$ . La résolution du système d'équation donne alors :  $R_1 = 2.83\text{M}\Omega$  et  $R_2 = 167\text{k}\Omega$ . En prenant les valeurs normalisée des résistances immédiatement inférieure pour  $R_2$  et immédiatement supérieure pour  $R_1$  afin d'assurer de façon certaine le rapport de réduction, on trouve :  $R_1 = 2.87\text{M}\Omega$  et  $R_2 = 165\text{k}\Omega$ . Ces résistances dissipent peu de puissance.

**AOP** Cet amplificateur doit supporter des tensions positives et négatives variant de -1.8 à 1.8V. Comme expliqué précédemment, sa bande passante doit dépasser les 200 kHz. Le *slewrate* doit être supérieur à  $V_0 \cdot 4 \cdot \pi \cdot f = 3.6 \times 4 \times \pi \times 2.10^4 = 0.9\text{V}/\mu\text{s}$ .

**Générer la tension de référence (A32)**

L'amplificateur ne doit pas fournir de puissance mais seulement servir d'adaptateur d'impédance pour le sommateur en aval. Il doit supporter des tensions entre -1.8V et 1.8V. La tension de référence est constante dans le temps. Il n'y a pas de contrainte sur la dynamique de l'amplificateur. Au vu du pont diviseur de la fonction A31, les tensions réelles varient entre -1.6 et 1.6V.

Ce signal doit être décalé afin d'être toujours positif. Pour cela, une tension de 1.8V doit être ajoutée.

En prenant la tension d'alimentation du microcontrôleur en référence et avec  $R_1 = R_2 = 10k\Omega$ , le rapport de réduction du pont est assuré. La puissance dissipée étant très faible, les résistances standard (125mW) suffisent.

**Sommer (A33)**

Le montage proposé est un classique sommateur. Les quatre résistances ont une valeur de 10k $\Omega$ . Les quatre résistances dissipent peu de puissance ( $\frac{U^2}{R} = \frac{4^2}{10000} = 1.6mW$ ) et seront choisies dans les séries standard 125mW. Le courant débité par la sortie ne dépasse pas quelques mA. Un AOP standard réalise cette fonction.

Cet amplificateur doit supporter des tensions positives et négatives variant de -1.8 à 1.8V. Comme expliqué précédemment, sa bande passante doit dépasser les 200kHz. Le *slewrate* doit être supérieur à  $V_0 \times 4 \times \pi \times f = 3.6 \times 4 \times \pi \times 2.10^4 = 0.9V/\mu s$ .

**Protéger des surtensions (A34)**

Les diodes Zéners en tête bêche permettent d'écrêter la tension aux bornes du transducteur. En pratique, cette tension peut atteindre plusieurs centaines de Volts, en fonction de la déformation appliquée. On a fixé la tension du signal à  $\pm 30V$ . Il faut donc que les diodes aient une tension Zéner  $V_z$  de 30V. Lors d'une surtension, le transducteur se trouve mis en court-circuit par les diodes Zéner. Dans ce cas, avec un modèle de transducteur piézoélectrique classique (source de tension en série avec une capacité  $C_{piezo}$ ), le courant circulant est imposé par la capacité du transducteur selon la relation  $i = C_{piezo} \frac{du_C}{dt}$ , avec  $u_C$  la tension aux bornes de la capacité. Dans le cas d'un transducteur de capacité 100nF (ordre de grandeur observé) et pour des signaux de fréquence maximum 20kHz (donc de pulsation  $\omega = 1.25 \times 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$ ), le courant  $i$  circulant vaut  $i = C\omega = 10^{-7} \times 1.25 \times 10^5 = 12.5mA$ . La puissance dissipée  $P$  dans les diodes vaut donc  $P = V_z i = 375mW$ . Il faut donc choisir des diodes d'au moins 400mW.

### Protéger l'entrée de l'ADC (A35)

Pour protéger l'entrée du microcontrôleur des tensions négatives et des surtensions, une diode zéner (3.6V) et une diode classique sont ajoutées en parallèle à l'entrée du microcontrôleur.

La documentation technique du microcontrôleur préconise d'utiliser une résistance de charge  $R$  et un condensateur  $C$  de filtrage à l'entrée de l'ADC (filtre anti-repliement). La fréquence de coupure est fixée à 20 kHz. La conversion Analogique/Numérique sera configurée à 1MHz. Pour cette fréquence d'échantillonnage, la résistance de charge ne doit pas excéder  $10k\Omega$  (d'après la documentation du constructeur). Pour une fréquence de coupure  $f_c$ , l'équation suivante est vérifiée :  $RC = \frac{1}{2\pi f_c}$ , Avec  $R = 10k\Omega$  et  $f_c = 20kHz$ , il vient  $C = 0.8nF$ .

### A.2.5 A4 - Mettre en œuvre la loi de commande

Le microcontrôleur choisi est un STM32F103RCT6, dont la programmation est maîtrisée, disposant d'un ADC 1MHz, d'un DAC et d'une horloge cadencée à 72 MHz.

Le bus série (protocole RS-232) permet de transmettre les coefficients de l'équation récurrente que calcule le microcontrôleur. Une interface permettant de calculer ces coefficients en fonction du comportement désiré a été développée avec le logiciel Scilab.

## A.3 Validation de la partie calcul

### A.3.1 Calcul

Les calculs à effectuer sont une equation récurrente dont les coefficients peuvent varier dans le temps. Le microcontrôleur utilisé ne comporte pas d'unité de calcul en virgule flottante (*fpu*: *floating point unit* en anglais). Il est cependant possible de calculer en virgule flottante par émulation logicielle, au prix d'un facteur dix sur le temps de calcul par rapport au calcul en virgule fixe.

### A.3.2 Bande passante

La bande passante du système dépend de la façon dont sont implémentés les calculs (virgule fixe ou virgule flottante). Dans le cas du calcul à virgule flottante, la bande passante à -3 dB et de 10 kHz (échantillonnage à 20 kHz). Elle peut atteindre 100kHz dans le cas du calcul en virgule fixe. Les mesures de bande passante sont données sur la figure A.7. La fréquence de coupure à lieu à -3dB d'atténuation.

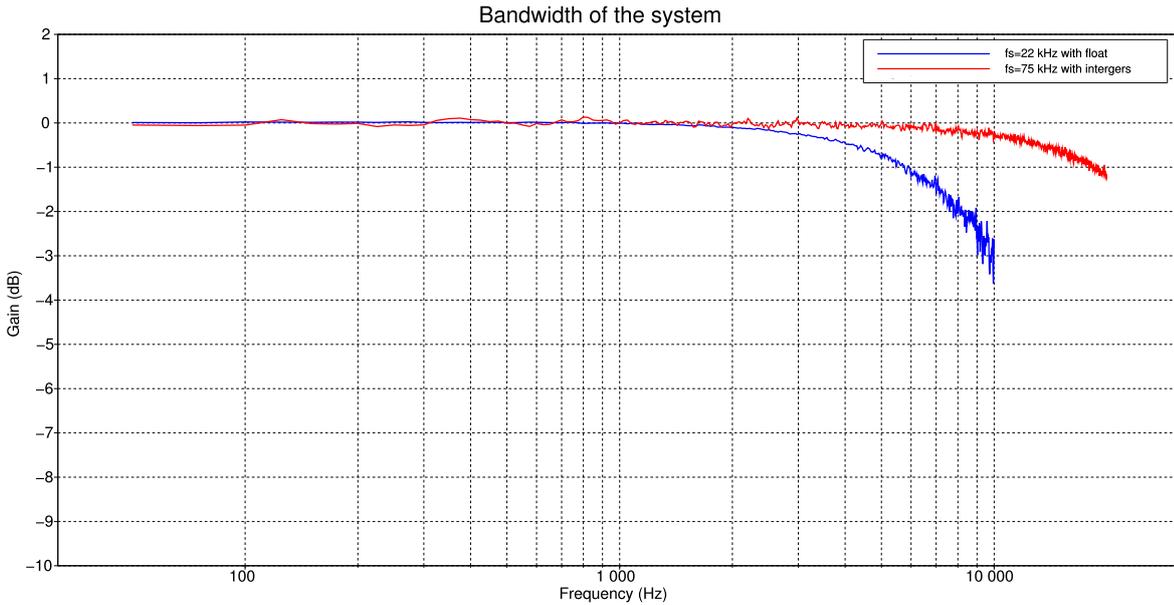


FIG. A.7: Mesure de la bande passante.

### A.3.3 Filtre passe-bas

La fonction de transfert en transformée de Laplace entre une sortie  $o$  et une entrée  $i$  s'écrit :

$$\frac{o}{i}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\pi f_c} p} \quad (\text{A.1})$$

Où  $p$  est la variable de Laplace et  $f_c$  est la fréquence de coupure. La discrétisation du système à l'aide de la transformée en  $z$  donne :

$$\frac{o}{i}(z) = \frac{az^{-1}}{bz^{-1} + c} \quad (\text{A.2})$$

Comme  $z^{-1}$  est un retard pur d'une période, on a l'équation récurrente à l'instant  $k$  :

$$o_k = \frac{a}{c} \cdot i_{k-1} - \frac{b}{c} \cdot o_{k-1} \quad (\text{A.3})$$

Un filtre passe-bas de fréquence de coupure 1kHz est présenté sur la figure A.8. La courbe noire est le comportement idéal, la courbe bleue correspond à l'implémentation en virgule flottante et la courbe rouge en virgule fixe. Mise à part un décalage de 0.2 dB, le fonctionnement du filtre est conforme aux attentes. Le décalage de la courbe rouge peut potentiellement s'expliquer par les pertes de précisions dues aux troncatures effectuées pendant le calcul.

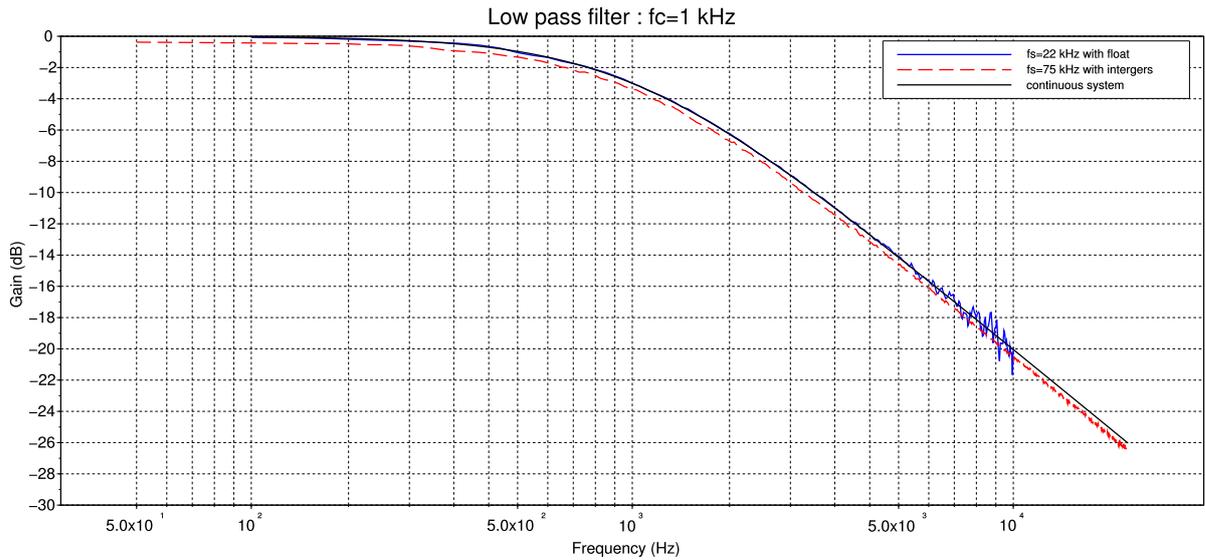


FIG. A.8: Filtre passe-bas d'ordre 1

### A.3.4 Filtre passe-haut

Comme pour le filtre passe-bas, la fonction de transfert du système continu est

$$\frac{o}{i}(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p} \quad (\text{A.4})$$

Où  $\tau = \frac{1}{2\pi f_c}$  et  $f_c$  est la fréquence de coupure La transformée en z de la fonction de transfert est alors :

$$\frac{o}{i}(z) = \frac{az^{-1} + b}{cz^{-1} + d} \quad (\text{A.5})$$

D'où l'équation récurrente à l'instant  $k$ :

$$o_k = \frac{a}{d} \cdot i_{k-1} + \frac{b}{d} \cdot i_k - \frac{c}{d} \cdot o_{k-1} \quad (\text{A.6})$$

Afin de valider le comportement du filtre, la réponse en fréquence de la partie calcul (bruit blanc sur l'ADC et mesure du DAC) a été mesurée (voir figure A.9). Les conclusions sont les mêmes que pour le filtre passe-bas.

### A.3.5 Implémentation de tous les shunt

L'implémentation de ces filtres de base permet de simuler tous les types de shunt:

- Shunt résistif : retour proportionnel;
- Shunt à capacitance négative : filtre passe-haut d'ordre un + inverseur;
- Shunt résonnant : filtre passe-bas d'ordre un.

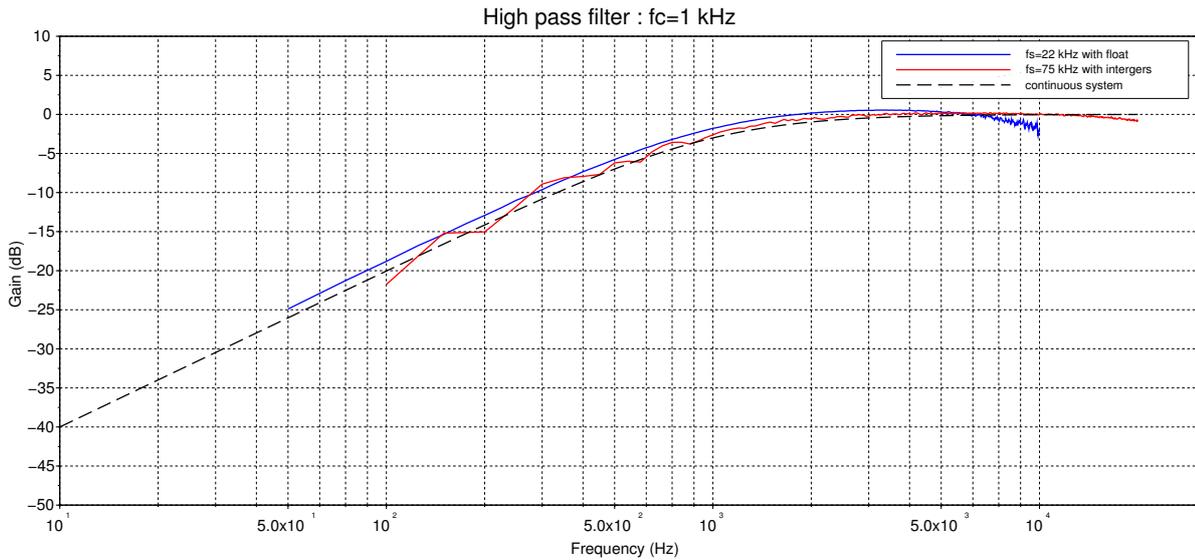


FIG. A.9: Filtre passe-haut d'ordre 1

## A.4 Validation expérimentale

Afin de valider le comportement du shunt numérique ainsi établi, une plaque en aluminium munie d'un patch piézoélectrique de 5x5cm a été soumise à une excitation mécanique aléatoire (bruit blanc) en bordure. La réponse en vitesse a été observée à l'autre extrémité à l'aide d'un vibromètre laser. Le convertisseur tension/courant utilisé étant incorrect (pas de rétroaction DC sur l'entrée inverseuse), seul le shunt résistif a pu être testé avec succès (voir figure A.11). La courbe rouge correspond au patch en court-circuit. La courbe bleu correspond au shunt ouvert. Enfin la courbe noire correspond à un shunt résistif de 2 k $\Omega$ . Le mode à 1350 Hz est particulièrement atténué (16dB).

## A.5 Conclusion

L'implémentation d'un circuit numérique de shunt a été réalisé. Le comportement de la partie calcul, entièrement reprogrammable en temps réel a été validé et permet la mise en œuvre de filtres et de shunt classiques. Un défaut technologique temporaire n'a pas permis de mettre expérimentalement en évidence l'efficacité du shunt à capacitance négative mais le shunt résistif a été testé avec succès.

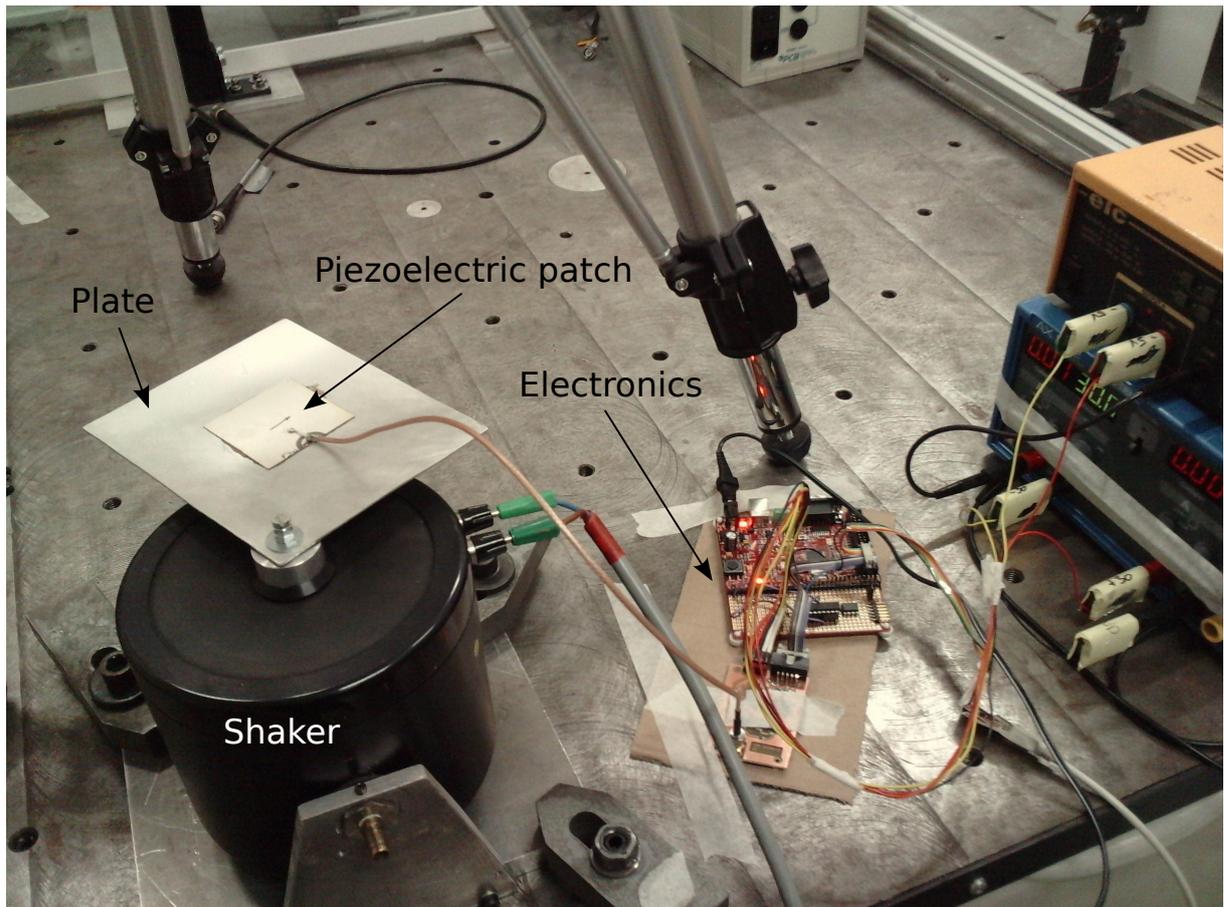


FIG. A.10: Montage expérimental

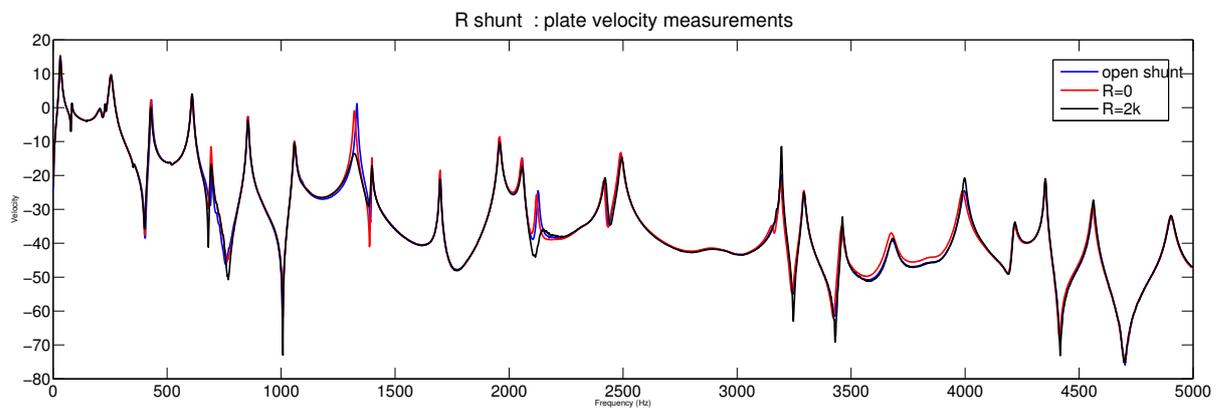


FIG. A.11: Réponse en vitesse d'une plaque contrôlée par un patch piézoélectrique shunté par un circuit purement résistif

## Code de l'interface scilab

```
//Cortex :
```

---

```
//0 : raw ADC measure
//1 : shift ADC raw
//2 : scale ADC (raw+shift)
//3 : physical measured voltage step k
//4 : physical measured voltage step k-1
//5 : physical measured voltage step k-2
// i= a0*u + a1*u_old - a2*i_old
//6 : a0
//7 : a1
//8 : a2
//9 : current to be driven in A step k
//10: current to be driven in A step k-1
//11: scale DAC (raw + shift)
//12: shift DAC
//13: raw DAC
//14: maximum current
//15: saturation indicator

//scilab : indices +1!!!

//for i=0:15
//  memoire(i+1)=ReadFloat(h,i);
//end
//

//
//*****
//***** Calcul des coefficients de la loi de commande *****
//*****
//Definition des polynomes en continu (s) et discret(z)
s=poly(0,'s');
z=poly(0,'z');

//Definition des paramètres
Te=1/22000;//periode d'échantillonnage
C=-80e-9;//capacitance du shunt (F)
```

---

## ***Détails techniques de dimensionnement du shunt***

---

```
R=3000;//resistance du shunt (ohm)
L=10e-6;//inductance of the shunt
Freq=500;
tau=1/(2*%pi*Freq);
Choix="PH"
K=0.002

//Calibration piezo
SendData(h,1,-2372);//shift ADC
SendData(h,2,0.0147);//scale ADC
SendData(h,11,123600)//sac1 DAC
SendData(h,12,2600);
//

if Choix=="RCneg" then

    //***** RCNeg Capacitance negative *****/

    //Definition de la fonction de transfert du systeme linéaire a implémenter
    //sl=syslin('c',-C*s/(1+R*C*s));//capa neg
    sl=syslin('c',C*s/(1+0.001*s));//capa neg

    //mise sous forme d'état
    slss=tf2ss(sl);

    //discretisation du systeme sous forme de fonction de transfert
    sd=ss2tf(dscr(slss,Te));
    num=coeff( numer(sd)); //coefficients du numérateur
    den=coeff( denom(sd)); //coefficients du dénominateur

    //i= a0*u + a1*u_old - a2*i_old
    a0=num(2)/den(2);
    a1=num(1)/den(2);
    a2=den(1)/den(2);
```

```
SendData(h,6,a0);//envoi des coefficients de l'equation au uC
SendData(h,7,a1);
SendData(h,8,a2);

elseif Choix=="R" then
    //***** R *****/

    a0=1/R;//num(1);
    a1=0;
    a2=0;
    SendData(h,6,a0);//envoi des coefficients de l'equation au uC
    SendData(h,7,a1);
    SendData(h,8,a2);

elseif Choix=="RL" then
    //***** RL *****/

    sl=syslin('c',(R+s*L/(1+0.0000000001*s)))
    //mise sous forme d'état
    slss=tf2ss(sl);

    //discretisation du systeme sous forme de fonction de transfert
    sd=ss2tf(dscr(slss,Te));
    num=coeff(numer(sd));//coefficients du numérateur
    den=coeff(denom(sd));//coefficients du dénominateur

    //i= a0*u + a1*u_old - a2*i_old
    a0=num(2)/den(2);
    a1=num(1)/den(2);
    a2=den(1)/den(2);

    SendData(h,6,a0);//envoi des coefficients de l'equation au uC
    SendData(h,7,a1);
```

```
SendData(h,8,a2);

elseif Choix=="PH" then
  /******* Passe haut *****/

  sl=syslin('c',K*tau*s/(1+tau*s))
  //mise sous forme d'état
  slss=tf2ss(sl);

  //discretisation du systeme sous forme de fonction de transfert
  sd=ss2tf(dscr(slss,Te));
  num=coeff(numer(sd));//coefficients du numérateur
  den=coeff(denom(sd));//coefficients du dénominateur

  //i= a0*u + a1*u_old - a2*i_old
  a0=num(2)/den(2);
  a1=num(1)/den(2);
  a2=den(1)/den(2);

  //a0=1;a1=0;a2=0;

  SendData(h,6,a0);//envoi des coefficients de l'équation au uC
  sleep(100)
  SendData(h,7,a1);
  sleep(100)
  SendData(h,8,a2);

elseif Choix=="PB" then
  /******* Passe bas *****/

  sl=syslin('c',K/(1+tau*s))
  //mise sous forme d'état
  slss=tf2ss(sl);

  //discretisation du systeme sous forme de fonction de transfert
  sd=ss2tf(dscr(slss,Te));
```

```
num=coeff(numer(sd));//coefficients du numerateur
den=coeff(denom(sd));//coefficients du denominateur

//i= a0*u + a1*u_old - a2*i_old
a0=0;
a1=num(1)/den(2);
a2=den(1)/den(2);

//a0=1;a1=0;a2=0;

SendData(h,6,a0);//envoi des coefficients de l'equation au uC
sleep(100)
SendData(h,7,a1);
sleep(100)
SendData(h,8,a2);

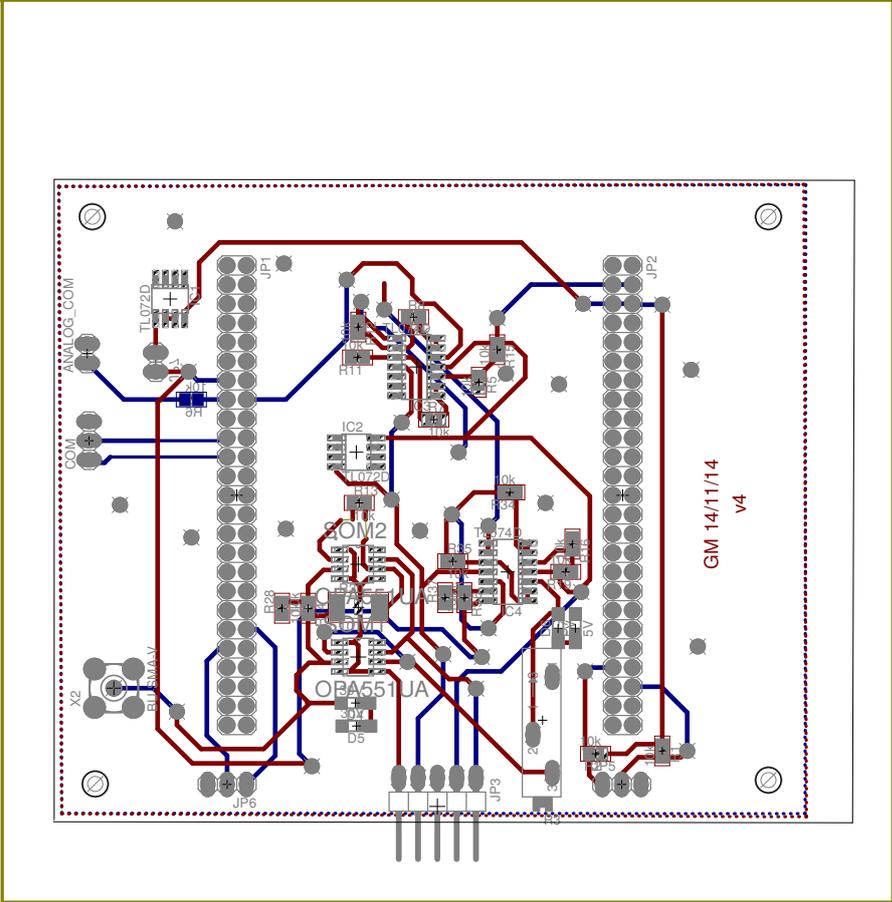
end
```

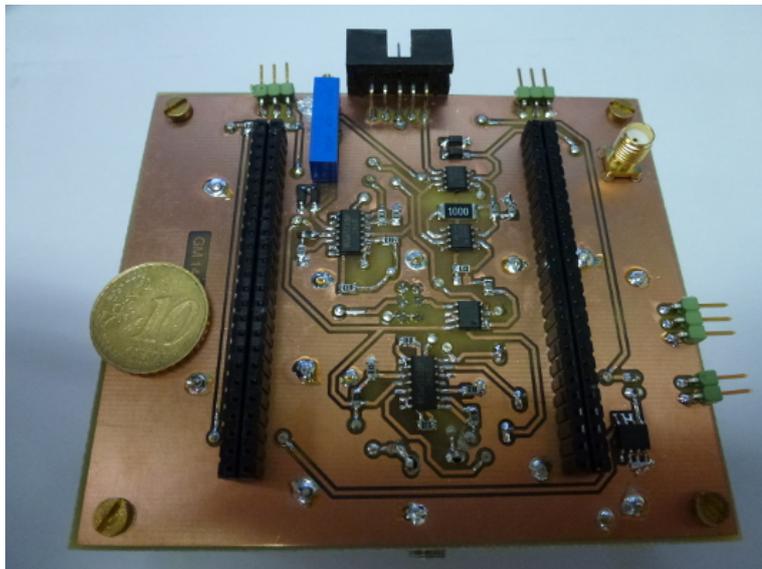
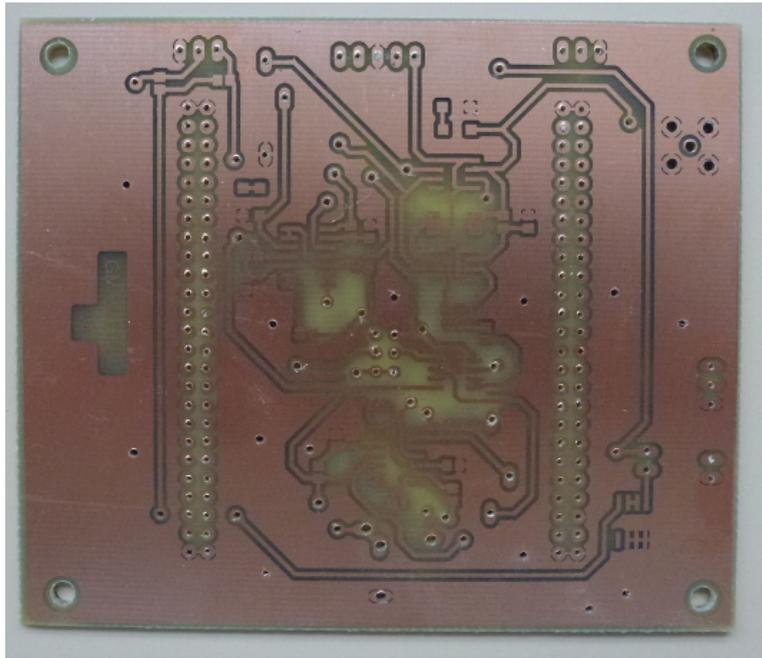
---

Annexe **A**

---

# PCB de la carte analogique





## Résumé :

Cette thèse concerne le développement d'outils de conception nécessaires à la réalisation de matériaux composites hybrides intégrant des patches piézoélectriques shuntés électriquement par des circuits à capacité négative. L'impact des incertitudes sur les performances de ces systèmes hybrides innovants est à ce jour inconnu ou mal maîtrisé, ce qui peut compromettre leur fiabilité et nuire à leur applicabilité industrielle. La première contribution du travail de thèse a ainsi porté sur le développement et la caractérisation d'un circuit de shunt numérique adapté à un contrôle adaptatif pour une structure équipée d'un grand nombre de patches. Les étapes de dimensionnement et de conception électronique du dispositif sont présentées et ont conduit à un prototype qui a montré expérimentalement sa capacité à générer un shunt de type capacité négative. La deuxième contribution du travail de thèse porte sur l'analyse de la robustesse de ces dispositifs en considérant le système dans sa globalité, depuis les paramètres géométriques (dimensions) ou matériaux jusqu'aux paramètres électriques. Une analyse des paramètres les plus influents est proposée et conduit à une mise en évidence des plages d'incertitudes tolérables pour une efficacité donnée. Enfin l'association des dispositifs considérés en un réseau distribué permet d'envisager une meilleure réduction des vibrations ou ondes acoustiques par un accroissement notamment de la largeur de bande fréquentielle dans laquelle le système est efficace. Le circuit numérique développé dans la thèse permet d'envisager cette extension au caractère distribué par sa miniaturisation, son adaptabilité et son intégrabilité. La dernière contribution du travail de thèse porte donc sur des perspectives d'extension du travail développé à un système distribué pour la génération d'une interface active intégrée à la structure.

**Mots-clés :** Conception robuste, Contrôle actif, Sensibilité, Métamatériau.

## Abstract:

This thesis deals with the development of design tools needed for the realization of hybrid composite materials incorporating piezoelectric patches electrically shunted by negative capacitance circuits. The impact of uncertainty on the performance of these innovative hybrid systems is yet unknown or poorly controlled, which can compromise their reliability and harm their industrial applicability. The first thesis contribution has focused on the development and characterization of a digital shunt circuit adapted to an adaptive control for a structure equipped with a large number of patches. The design steps and electronic device design are presented and led to a prototype that has shown experimentally its ability to implement a negative capacitance shunt. The second contribution of the thesis is the analysis of the robustness of these devices by considering the whole system, from geometric to materials parameters, including the electrical parameters. An analysis of the most significant parameters is proposed and has highlighted the tolerable uncertainty ranges for a given efficiency. Finally, the combination of the developed digital devices inside a distributed network provides a better reduction of acoustic waves or vibrations by increasing the efficiency bandwidth. The use of the developed digital circuit in such distributed systems has been made possible by its miniaturization, adaptability and integrability. The last contribution of the thesis therefore focuses on prospects in fully integrated active interfaces.

**Keywords:** Robust design, Active control, Sensitivity, Metamaterial.

The logo for SPIM (École doctorale SPIM) features a stylized white 'S' on a yellow horizontal bar, followed by the letters 'PIM' in a large, white, sans-serif font.

■ École doctorale SPIM 1 rue Claude Goudimel F - 25030 Besançon cedex  
■ tél. +33 [0]3 81 66 66 02 ■ [ed-spim@univ-fcomte.fr](mailto:ed-spim@univ-fcomte.fr) ■ [www.ed-spim.univ-fcomte.fr](http://www.ed-spim.univ-fcomte.fr)

The logo for the University of Franche-Comté (UFC) consists of the letters 'UFC' in a large, bold, black font, with 'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ' written in a smaller font below it. A vertical yellow bar is positioned to the left of the 'UFC' letters.

