

Analyse d'un cylindre à paroi mince sous pression : un support simple de montée en compétences

C. BERRIET^a, J. CHAMBERT^b

Univ. Bourgogne Franche-Comté, Institut FEMTO-ST, Département de Mécanique
Appliquée, Besançon, France

a. cecile.berriet@univ-fcomte.fr; b. jerome.chambert@univ-fcomte.fr

Résumé :

Dans le cadre de la Licence SPI (Sciences Pour l'Ingénieur) de l'UFC (université de Franche-Comté) à Besançon, les étudiants sont amenés à étudier la mécanique de solides déformables dans plusieurs unités d'enseignement. Les étudiants en deuxième année de Licence SPI suivent des cours de dimensionnement des structures et une introduction au calcul des structures par éléments finis. Les étudiants en troisième année de Licence SPI parcours Mécanique suivent des cours de mécanique des milieux continus et d'élasticité linéaire. Afin de proposer une offre de formation cohérente, l'équipe enseignante en mécanique a mis en œuvre une démarche par compétences.

L'objectif de ce papier est de présenter l'application de la démarche par compétences dans le cadre de travaux pratiques de 2^e et 3^e année de Licence SPI en mécanique des solides déformables. Ce papier met l'accent sur les apports pédagogiques pour l'étudiant des travaux pratiques présentés. Le dispositif expérimental utilisé est un cylindre à paroi mince sous pression interne, ouvert ou fermé à ses extrémités. Il permet aux étudiants d'aborder de façon simple les états de contrainte uniaxial et biaxial. La présentation vise à montrer comment les travaux pratiques, proposant mise en évidence expérimentale, calculs et simulations, permettent, au cours de ces deux ans de formation, d'atteindre le niveau de compétences attendu en début de Master à dominante Mécanique.

Abstract :

As part of the Bachelor's degree in Engineering Sciences at the UFC (University of Franche-Comté) in Besançon, students are studying the mechanics of deformable solids in several teaching units. Students in the second year of the Bachelor SPI take courses in mechanics of materials and introduction to finite element analysis. Students in the third year of Mechanical Engineering are taking courses in continuum mechanics and linear elasticity. In order to provide a coherent training offer, the teaching team in mechanics has implemented a skills-based approach.

The purpose of this paper is to present the application of this skills-based approach in the context of practical works of 2nd and 3rd years of the SPI degree in mechanics of deformable solids. This paper focuses on the pedagogical contributions for the student of the practical work presented. The experimental device used is a thin-walled cylinder under internal pressure, open or closed at its ends. It allows students to tackle, in a simple way, uniaxial and biaxial stress states. The presentation aims to show how the practical works, proposing experimental demonstration, calculations and simulations, allow to reach the level of skills expected at the beginning of the Master's degree in Mechanics.

Mots clefs : compétences disciplinaires, travaux pratiques, dimensionnement des structures, élasticité linéaire, extensométrie par jauge, méthode des éléments finis

1 Introduction

L'université de Franche-Comté (UFC) à Besançon propose une Licence SPI comprenant trois parcours : EA (Electronique et Automatique), GM (Génie Mécanique) et IMC (Ingénierie Mécanique et Conception). Dans le cadre de ces formations, les étudiants sont amenés à étudier la mécanique des solides déformables dans plusieurs unités d'enseignement. En deuxième année de Licence SPI, les étudiants ont des cours de dimensionnement des structures (approche technologique type « résistance des matériaux ») et une introduction au calcul des structures par éléments finis. En troisième année de Licence SPI parcours IMC et GM, les étudiants suivent des cours de mécanique des milieux continus et d'élasticité linéaire. Afin de proposer une offre de formation cohérente, l'équipe enseignante en mécanique a mis en œuvre une démarche par compétences [1] : l'étudiant doit acquérir progressivement, au cours de son cursus, des compétences disciplinaires, préprofessionnelles, transversales et linguistiques. Celles visées en Licence seront renforcées ou considérées comme des prérequis dans les Masters à dominante Mécanique et Génie Mécanique de l'UFC.

L'objectif de ce papier est de présenter l'application de la démarche par compétences dans le cadre de travaux pratiques de 2^e et 3^e année de Licence en mécanique des solides déformables. En outre, de manière identique à [2], ce papier met l'accent sur les apports pédagogiques pour l'étudiant des travaux pratiques présentés. Le dispositif expérimental utilisé est un cylindre à paroi mince sous pression interne, ouvert ou fermé à ses extrémités [3]. Il permet d'aborder de façon simple des états de contrainte uniaxial et biaxial, trop souvent mal connu des étudiants.

Ce dispositif expérimental est également utilisé dans la spécialité SAPIAA (Systèmes Automatisés de Production dans les Industries Agro-Alimentaires) du master NSA (Nutrition et Sciences des Aliments). SAPIAA est une formation ouverte depuis 1997 en apprentissage à Besançon. Les enseignements sont donc intrinsèquement liés à un référentiel de compétences métiers défini avec les professionnels du secteur industriel agro-alimentaire dont est issue la fiche RNCP [4].

En 2^e année de Licence, l'étudiant doit être capable de :

- déterminer l'état de déformations sur la surface latérale du cylindre en utilisant des jauges de déformations ;
- calculer le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau du cylindre ;
- exprimer l'état de contrainte uniaxial pour le cylindre ouvert, et biaxial pour le cylindre fermé à l'aide de la loi de Hooke et du principe de superposition.

En 3^e année de Licence, on considère le problème comme étant le cas limite d'un cylindre à paroi épaisse. L'étudiant doit alors être capable de :

- donner l'expression théorique du champ des contraintes en utilisant la mécanique des milieux continus ;
- simuler par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel RDM6 [5], d'une part le cylindre ouvert sous pression sous l'hypothèse de contrainte plane, et d'autre part le cylindre fermé sous pression en considérant un problème axisymétrique méridien ;
- comparer et analyser les résultats théoriques, numériques et expérimentaux.

La présentation vise à montrer comment les travaux pratiques, proposant mise en évidence expérimentale, calculs et simulations, permettent, au cours de ces deux ans de formation, d'atteindre le niveau de compétences attendu en Master à dominante Mécanique.

2 Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est un banc commercial de TecQuipment Ltd (SM1007) [3], présenté figure 1. Il comporte un tube en aluminium, de longueur totale $L = 359$ mm, de rayon externe $b = 43$ mm et d'épaisseur $e = 3$ mm. Un dispositif de transmission des efforts de fond permet de choisir d'avoir un tube ouvert ou fermé. Une pompe permet d'appliquer une pression interne, qui est mesurée par un manomètre. Un ensemble de 6 jauges est collé sur la paroi extérieure du tube (Fig. 2). Le pont de jauges, totalement intégré au socle, permet de mesurer puis de lire sur un écran les microdéformations.

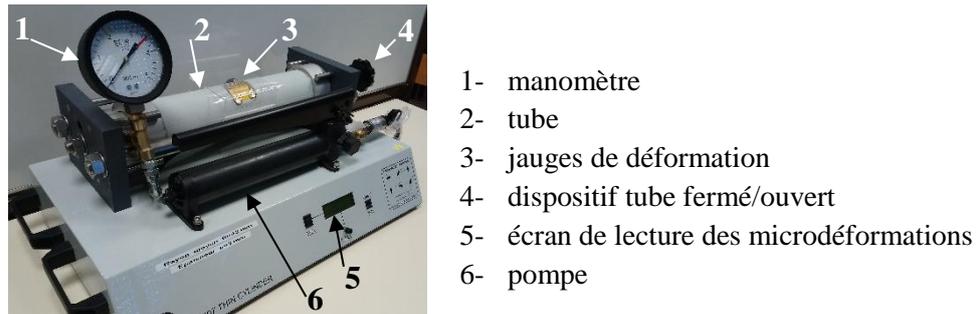


Fig. 1 : Enveloppe mince SM1007 sous pression interne [3].

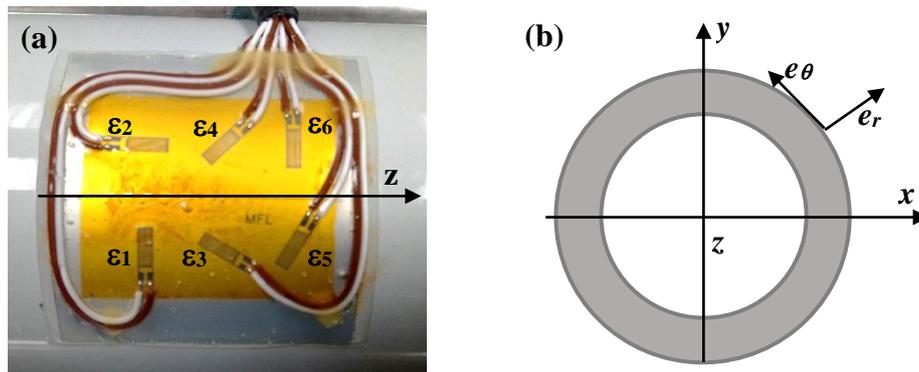


Fig. 2 : Positions des jauges de déformation (a) et définition des axes (b).

3 Compétences visées en mécanique des solides déformables

Les compétences disciplinaires en liens avec la mécanique des solides déformables visées par la Licence SPI parcours Mécanique sont les suivantes :

- Ingénierie mécanique :
 - (C1) Expliquer qualitativement les phénomènes mis en jeu dans un système mécanique et dans son environnement à partir de concepts en mécanique et dans des disciplines connexes (physique, thermodynamique).
 - (C2) Utiliser les notions de champ de force, déplacement, vitesse, déformation et contrainte pour analyser le mouvement des solides indéformables, les écoulements de fluides, la rhéologie des solides et fluides.
 - (C3) Lister les principales familles de matériaux et leurs propriétés.

- Mathématiques et méthodes numériques :
 - (C4) Résoudre avec des outils mathématiques des problèmes linéaires, 1D/2D.
 - (C5) Mettre en œuvre des techniques d'algorithmique et de programmation, notamment pour développer des applications simples d'acquisition et de traitements de données.
- Expérimentation :
 - (C6) Mesurer une grandeur physique : estimer les ordres de grandeur, manipuler correctement les unités et estimer les incertitudes.
 - (C7) Mettre en œuvre des méthodes expérimentales pour la caractérisation de matériaux linéaires, de vibrations de structures discrètes linéaires.
- Modélisation et simulation :
 - (C8) Formuler un problème de mécanique avec ses conditions limites, l'aborder de façon simple.
 - (C9) Valider un modèle par comparaison de ses prévisions aux résultats expérimentaux et apprécier ses limites de validité.
- Analyse :
 - (C10) Analyser en utilisant un outil numérique ou expérimental les performances statiques et dynamiques d'une solution technologique selon un cahier des charges donné.
 - (C11) Proposer des solutions adaptées au respect d'un cahier des charges donné.

Par la suite, nous précisons, de manière non exhaustive, les compétences mises en œuvre en Licence SPI pour des enseignements en relations avec le dispositif expérimental présenté.

4 Application de la démarche en Licence 2 SPI

4.1 Enveloppe mince sous pression interne

Sachant que le ratio entre le rayon moyen et l'épaisseur est supérieur à 10, on peut considérer que les enveloppes étudiées sont à paroi mince.

Pour une enveloppe mince à extrémités ouvertes sous pression interne, la contrainte circonférentielle σ_θ s'exprime, dans la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ (voir Fig. 2b), selon la relation suivante :

$$\sigma_\theta = \frac{p \cdot r_m}{e}, \quad (1)$$

où p est la pression appliquée ; r_m et e sont, respectivement, le rayon moyen et l'épaisseur de l'enveloppe. En négligeant la contrainte radiale, l'enveloppe mince à extrémités ouvertes est alors soumise à un état de contrainte uniaxial ayant une loi de comportement élastique linéaire isotrope de Hooke suivante :

$$\varepsilon_\theta = \frac{\sigma_\theta}{E}; \quad \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_\theta}{E}, \quad (2)$$

où ε_θ et ε_z sont, respectivement, les déformations circonférentielle et axiale ; E est le module de Young et ν le coefficient de Poisson.

Pour une enveloppe mince à extrémités fermées sous pression interne, l'état de contrainte est biaxial en négligeant toujours la contrainte radiale. Le champ de contraintes est composé d'une contrainte circonférentielle (voir Eq. (1)) et d'une contrainte axiale σ_z qui s'écrit :

$$\sigma_z = \frac{p \cdot r_m}{2e} \quad (3)$$

Pour cet état de contrainte biaxial, la loi de Hooke s'écrit :

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_z); \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_\theta + \sigma_z) \quad (4)$$

Les étudiants de Licence 2 sont amenés à retrouver les équations (1) à (4) en travaux dirigés de dimensionnement des structures (C2, C4 et C8).

4.2 Résultats

Dans un premier temps, l'étudiant de L2 SPI mesure les déformations selon plusieurs directions à l'aide de jauges de déformations collées sur la surface latérale du cylindre (compétences C1 et C6). Puis, il trace les courbes des déformations en fonction de la pression appliquée pour l'enveloppe cylindrique à extrémités ouvertes (Fig. 3a) et fermées (Fig. 3b). En combinant les résultats de la Figure 3a avec les équations (1) et (2), on obtient un module de Young $E = 69$ GPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0,33$ (C7). Après consultation de fiches sur les propriétés des matériaux, l'étudiant doit en déduire que le matériau étudié est un alliage d'aluminium (C3). Enfin, la connaissance des valeurs de E et ν , l'utilisation du principe de superposition et des équations (1) à (3), ainsi que l'analyse des résultats expérimentaux de Fig. 3b, permettent à l'étudiant de retrouver les équations (4) de la loi de Hooke en chargement biaxial (C4, C8 et C10).

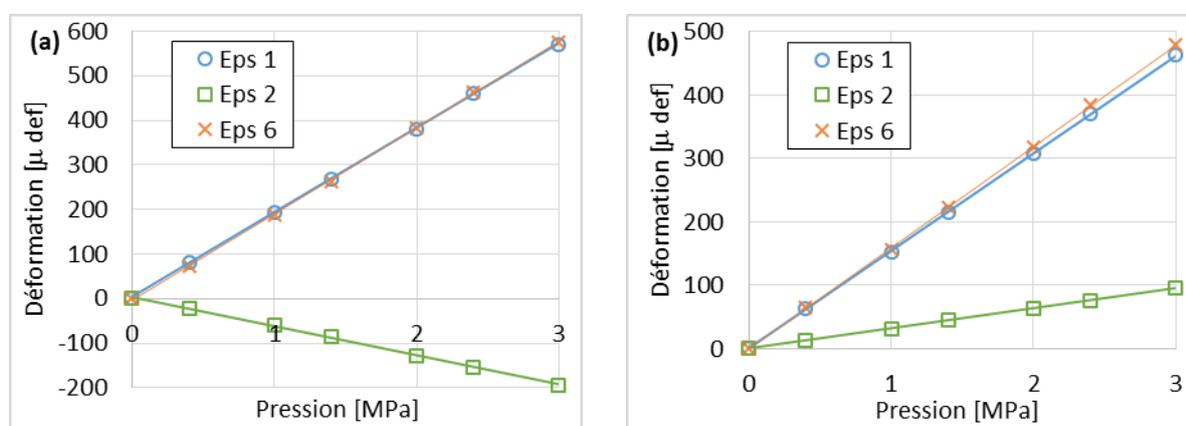


Fig. 3 : Courbes de la déformation en fonction de la pression appliquée. (a) extrémités ouvertes ; (b) extrémités fermées. Les droites en trait plein correspondent aux courbes de tendance linéaires.

5 Application de la démarche en Licence 3 SPI

5.1 Enveloppe épaisse sous pression interne

Même si les structures étudiées sont des enveloppes minces, on peut traiter le problème comme étant le cas limite d'un cylindre à paroi épaisse.

Pour une enveloppe épaisse à extrémités ouvertes (ou tube) sous pression interne, les contraintes radiale σ_r et circonférentielle σ_θ s'expriment sous l'hypothèse de contraintes planes par les relations :

$$\sigma_r = \frac{p \cdot a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right); \quad \sigma_\theta = \frac{p \cdot a^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right), \quad (5)$$

où a et b sont, respectivement, les rayons interne et externe du tube ; r est le rayon tel que $r \in [a, b]$.

Concernant une enveloppe épaisse à extrémités fermées (ou réservoir) sous pression interne, le champ des contraintes correspond à la superposition d'un état plan de contrainte (voir Eq. (5)) avec un chargement uniaxial défini par la contrainte axiale σ_z :

$$\sigma_z = \frac{p \cdot a^2}{b^2 - a^2} \quad (6)$$

L'obtention des équations (5) et (6) de ce problème d'élasticité plane est préalablement proposée aux étudiants de Licence 3 en travaux dirigés (C2, C4 et C8).

5.2 Résultats

Du fait des symétries de géométrie et de chargement, d'une part, l'enveloppe à extrémités ouvertes est modélisée par un quart de couronne sous l'hypothèse de contrainte plane (voir Fig. 4a), et d'autre part, l'enveloppe à extrémités fermées est traitée comme un problème axisymétrique de plan méridien (O, r, z) (voir Fig. 4b). La longueur L représente la hauteur totale de l'enceinte fermée à ses extrémités, et le paramètre e est l'épaisseur de l'enveloppe. Les deux maillages du quart de domaine, obtenus par triangulation de Delaunay, sont composés d'éléments triangulaires quadratiques à six nœuds. La pression p est appliquée le long du contour intérieur des deux domaines. La modélisation des conditions aux limites constitue l'une des principales difficultés rencontrées par les étudiants (C5 et C8).

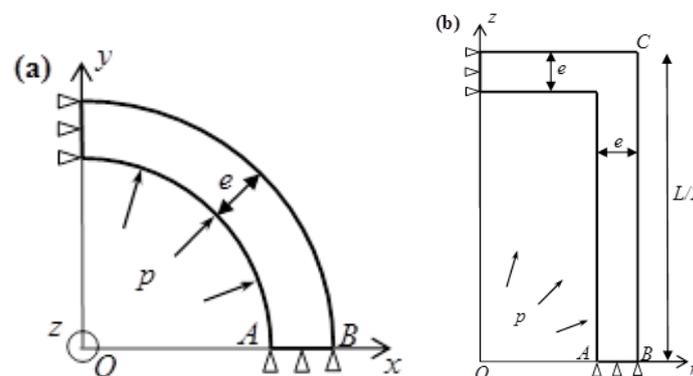


Fig. 4 : Modélisation de l'enveloppe sous pression. (a) extrémités ouvertes ; (b) extrémités fermées.

La Figure 5 représente la distribution sous forme d'arc-en-ciel de la contrainte circonférentielle σ_θ qui correspond à la contrainte principale majeure déterminée par le logiciel RDM6 pour un tube à extrémités ouvertes. Pour un rayon moyen de $r_m = 41,5$ mm, on observe une très bonne concordance $\sigma_\theta(r_m) = 39,97$ MPa entre les résultats issus de la théorie de l'élasticité (paroi épaisse, Eq. (5)) et de la simulation numérique (RDM6). Afin d'obtenir une précision équivalente par la résistance des matériaux (paroi mince, Eq. (1)), il est nécessaire d'utiliser le rayon interne, soit $\sigma_\theta(a) = 40$ MPa (C9).

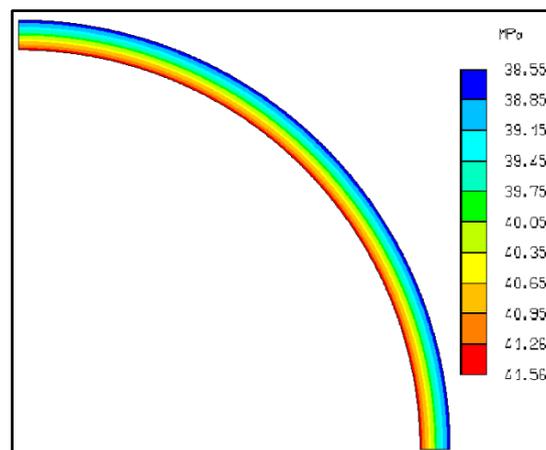


Fig. 5 : Iso-contraintes σ_θ , exprimées en MPa, obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis RDM6 [5], pour une pression de 3 MPa dans un tube à extrémités ouvertes.

Afin d'évaluer la qualité de la prédiction, nous pouvons utiliser la Somme des Carrés Résiduelle (SCR) :

$$SCR = \sum_{i=1}^n [\sigma_{\text{num}}(r_i) - \sigma_{\text{théo}}(r_i)]^2, \quad (7)$$

où n est le nombre de points provenant de la simulation numérique par éléments finis, r_i est le rayon du $i^{\text{ème}}$ point, σ_{num} est la contrainte obtenue par le logiciel RDM6, et $\sigma_{\text{théo}}$ est la contrainte issue d'un modèle théorique (élasticité linéaire ou modèle de régression linéaire).

Dans le cas de l'enveloppe à extrémités ouvertes, la Figure 6a montre les courbes d'évolution des contraintes radiale et circonférentielle σ_r et σ_θ en fonction du rayon r (voir Fig. 4a) obtenues par la théorie de l'élasticité (voir Eq. (5)) et par la méthode des éléments finis (RDM6). Quelle que soit la contrainte, on constate une très bonne adéquation entre la théorie et la simulation numérique. A première vue, il semblerait que l'ajustement des résultats numériques puisse être réalisé par une droite de régression linéaire. Pour comparer le modèle théorique issu de l'élasticité (voir Eq. (5)) et celui obtenu par une droite de régression linéaire, les calculs de SCR (voir Eq. (7)) sont reportés dans le Tableau 1 : on constate que les équations (5) fournissent un meilleur ajustement par rapport aux résultats issus de la simulation numérique (RDM6) que celui obtenu par une droite des moindres carrés (C9 et C10).

Elasticité linéaire		Droite de régression linéaire	
SCR (σ_r) [MPa ²]	SCR (σ_θ) [MPa ²]	SCR (σ_r) [MPa ²]	SCR (σ_θ) [MPa ²]
$1,20 \times 10^{-6}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$1,49 \times 10^{-2}$	$1,47 \times 10^{-2}$

Tab. 1 : Valeurs des SCR pour les contraintes σ_r et σ_θ pour les modèles théoriques d'élasticité et de régression linéaire dans le cas d'une enveloppe à extrémités ouvertes sur le segment AB (Fig. 4a).

Concernant l'enveloppe à extrémités fermées, la Figure 6b illustre les courbes d'évolution de la contrainte axiale σ_z en fonction de la hauteur z (voir Fig. 4b) obtenues par la théorie de l'élasticité (voir Eq. (6)) et par la méthode des éléments finis (RDM6). On remarque que les valeurs de σ_z obtenues par l'élasticité et par RDM6 sont très proches pour des valeurs de z comprises entre 0 et 139 mm. Au-delà de $z = 139$ mm, les résultats diffèrent de manière significative. Cet écart important s'explique par le fait que le champ des contraintes au voisinage des extrémités est relativement complexe et ne peut donc pas s'exprimer sous une forme analytique simple (C9 et C10).

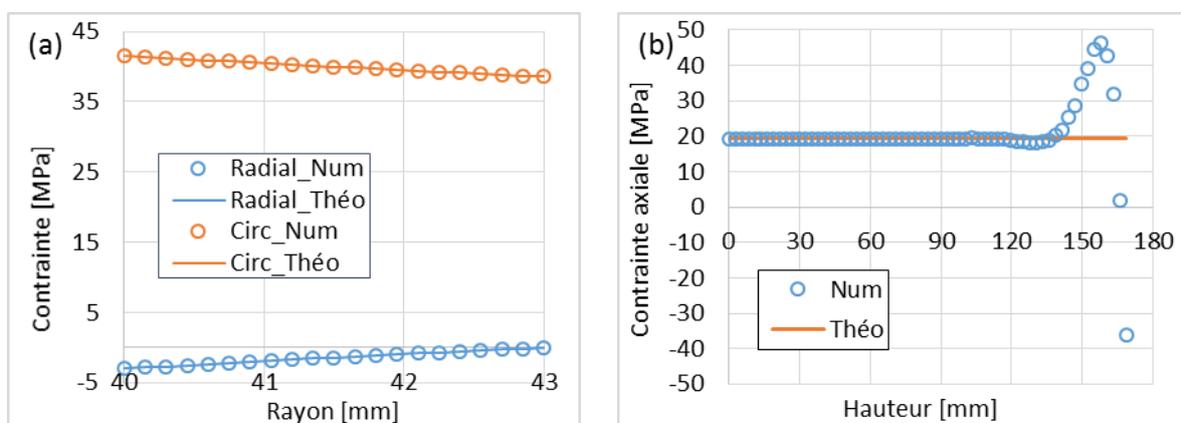


Fig. 6 : Courbes d'évolution des contraintes. (a) extrémités ouvertes : σ_r et σ_θ sur le segment AB (Fig.4a) ; (b) extrémités fermées : σ_z sur le segment BC (Fig.4b).

6 Conclusion

Lors de séances de travaux pratiques relatives à un cylindre à paroi mince sous pression, les étudiants de 2^e et 3^e années de Licence SPI parcours Mécanique mettent en œuvre des démarches expérimentales (jauges de déformation), analytiques (résistance des matériaux et élasticité linéaire) et numériques (simulations par éléments finis). L'objectif de ces travaux pratiques en mécanique des milieux déformables est de permettre aux étudiants d'acquérir progressivement des compétences disciplinaires en ingénierie mécanique, mathématiques, méthodes numériques, expérimentation, modélisation, simulation et analyse des résultats : dix des onze compétences disciplinaires concernant la mécanique des solides déformables de la licence SPI parcours Mécanique sont mises en pratique. Une exploitation de ce support en termes de méthodologie de simulation (identification des paramètres matériaux par méthode inverse) de niveau master est actuellement en développement, contribuant ainsi à l'acquisition de compétences du master de Mécanique de l'UFC. Dans la formation SAPIAA (master) également citée, les apprentis sont ainsi formés à des compétences liées aux activités du référentiel métier suivantes: « la contribution à la conduite opérationnelle de l'unité de production » et « la contribution à la conduite opérationnelle de l'unité maintenance et travaux neufs » [4].

La définition d'objectifs pédagogiques en relations avec des compétences présente plusieurs intérêts parmi lesquels une évaluation au plus proche des conditions réelles d'exercice. C'est pourquoi il serait intéressant par ailleurs de comparer une évaluation des étudiants par moyens classiques (contrôles, examens, compte rendus de TP, etc.) et une évaluation par compétences. Il serait également souhaitable de pouvoir quantifier la persistance des compétences acquises en licence, par les deux moyens d'évaluation, auprès d'étudiants de master. Actuellement, l'évaluation par compétences n'est pas assez significative mais cette démarche fera probablement l'objet d'une communication dans les années à venir.

7 Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier la formation de spécialité SAPIAA (Systèmes Automatisés de Production dans les Industries Agro-Alimentaires) du master NSA (Nutrition et Sciences des Aliments) pour l'achat de deux dispositifs expérimentaux SM1007 financés sur les fonds de l'apprentissage de la Région Bourgogne Franche-Comté.

Références

- [1] E. Sadoulet-Reboul, G. Chevallier, C. Berriet, L. Boubakar, Vers une démarche de construction d'un programme de formation en compétences: application au master mécanique de l'université de Franche-Comté, Dans : Actes du Congrès Français de Mécanique, Association Française de Mécanique, Lille, 2017
- [2] J. Chambert, H. Nouira, J. Duffaud, Analyse d'un disque en compression diamétrale, Mécanique & Industries 10 (2009) 61-65
- [3] Appareil d'étude d'une enveloppe mince SM1007, Manuel d'utilisation, TecQuipment Ltd, 2015
- [4] Fiche RNCP (Répertoire National des Certifications Professionnelles) de la formation SAPIAA, consultée en juin 2019: <http://www.rncp.cncp.gouv.fr/grand-public/visualisationFiche?format=fr&fiche=28078>
- [5] Y. Debard, RDM6 – Eléments finis, Manuel d'utilisation, Version 6.19, 2018