# Estimation des pertes par courants de Foucault dans des parties massives conductrices à partir de mesures thermiques.

# Eddy-current loss estimation in massive conductive parts through thermal measurements.

# Antony PLAIT<sup>\*</sup>, Frédéric DUBAS

FEMTO-ST Institute, Univ. Bourgogne Franche Comté, CNRS, 90000 Belfort, France. \*(auteur correspondant : antony.plait@gmail.com)

**Résumé** – Les courants de Foucault, générés par une variation spatio-temporelle du champ magnétique, impliquent des pertes volumiques et par conséquent des échauffements thermiques. Un modèle analytique bidimensionnel (2-D) a été conçu afin de déterminer de manière exacte la distribution des courants de Foucault, ainsi que des pertes engendrées. Une validation expérimentale par mesure de l'évolution thermique des échauffements des parties massives conductrices a été réalisée. Le but est d'aboutir à la détermination des pertes expérimentalement. La comparaison des résultats est effectuée en étudiant l'influence de la segmentation des parties massives conductrices.

**Mots-clés :** Pertes par courants de Foucault ; Modèle analytique ; Échauffements ; Transferts thermiques ; Validation expérimentale.

**Abstract** – The eddy-current, generated from a spatio-temporal magnetic field variation, involve volumic losses, and consequently overheating. A two-dimensional (2-D) analytical model has been developed to determine precisely the eddy-current distribution as well as losses. An experimental validation by thermal evolution measurements and an overheating of the massive conductive parts is realized. Consequently, the eddy-current losses could be determined experimentally. A comparison of the results is realized with a study on the segmentation influence of the massive conductive parts.

**Keywords:** Eddy-current losses; Analytical model; Overheating; Heat transfer; Experimental validation.

# 1. Introduction

Le champ magnétique est l'une des grandeurs qui influence le plus la distribution des pertes par courants de Foucault. Ces pertes sont générées dans des parties massives conductrices (électriquement et thermiquement) par la variation spatio-temporelle du champ magnétique qui leur est appliqué. Cela peut engendrer des conséquences irréversibles, telle que la démagnétisation des aimants permanents dans les machines électriques. Dans la littérature, de nombreux modèles sont développés afin d'estimer et de localiser les pertes générées. Plusieurs états de l'art répertorient ces modèles [1]-[2].

Cependant, peu de méthodes existent afin de mesurer et de déterminer les pertes par courants de Foucault de manière expérimentale. Nous pouvons citer la méthode de séparation des puissances à partir du théorème de Boucherot permettant d'en extraire les pertes [3]-[5]. Une autre méthode consiste à calculer les pertes à partir de la fréquence et de mesures magnétiques [6]-[7]. Enfin, des mesures de l'évolution thermique des parties massives conductrices permettent de déterminer les pertes par courants de Foucault [8]-[9].

Dans ce papier, des mesures d'évolution thermique de parties massives conductrices en aluminium vont permettre de déterminer les pertes et de valider un modèle analytique en 2-D. Pour finir, une étude sur la distribution des courants de Foucault et l'influence de la segmentation a été réalisée.

### 2. Modèle analytique en 2-D

Dans cette section, le modèle analytique en 2-D permettant de déterminer les pertes par courants de Foucault est brièvement présenté. Pour plus de détails, celui-ci a été publié dans [3].

#### 2.1. Hypothèses simplificatrices

Dans un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le modèle analytique en 2-D, basé sur la méthode Maxwell-Fourier, repose sur les hypothèses simplificatrices suivantes [10] :

- Les parties massives conductrices sont excitées par un champ magnétique extérieur uniforme spatialement et normal aux parties massives (Figure 1), i.e., *H<sub>o</sub>* = {*H<sub>ox</sub>*;0;0} avec *H<sub>ox</sub>* = *h<sub>ox</sub>* · *x*;
- La densité de courant résultante a deux composantes, i.e.,  $J_{\sigma} = \{0; J_{\sigma y}; J_{\sigma z}\}$  où  $J_{\sigma y} = j_{\sigma y} \cdot y$  et  $J_{\sigma z} = j_{\sigma z} \cdot z$ ;
- En régime sinusoïdal, si le dispositif électromagnétique n'est pas saturé, le champ  $h_{ox}$  ainsi que les composantes de  $J_{\sigma}$  sont de forme sinusoïdale, i.e.,  $g = \Re e \left\{ \overline{G} \cdot e^{j \cdot \theta_{rs}} \right\}$  où  $\theta_{rs} = \omega \cdot t$  avec  $\omega = 2\pi \cdot f$  où f est la fréquence d'alimentation ;
- Les parties massives conductrices sont supposées isotropes ( $\mu_{pm}$  et  $\sigma_{pm}$  constantes).

#### 2.2. Calcul des pertes par courants de Foucault

En approximation quasi-stationnaire selon les hypothèses simplificatrices dans un matériau (non-)magnétique conducteur, l'équation différentielle partielle interne au matériau en termes de  $H_i = \{H_{ix}; 0; 0\} = [h_{ix}, 0, 0]$  est définie par :

$$\nabla^2 h_{ix} = \sigma_{pm} \cdot \mu_{pm} \cdot \omega \cdot \frac{\partial h_{ix}}{\partial \theta_{rs}} \quad (Equation \ de \ diffusion). \tag{1}$$

En supposant  $h_{ix} = \Re e \left\{ \overline{H_{ix}} \cdot e^{j \cdot \theta_{rs}} \right\}$  de même forme que  $h_{ox}$ , (1) devient :

$$\frac{\partial^2 \overline{H_{ix}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{H_{ix}}}{\partial z^2} = \alpha^2 \cdot \overline{H_{ix}} \text{ avec } \alpha^2 = j \cdot \mu_{pm} \cdot \sigma_{pm} \cdot \omega \quad (Equation \ d'Helmholtz).$$
(2)

En utilisant la méthode de séparation des variables ainsi que les notions de série de Fourier, avec des conditions limites homogènes et égales à  $\overline{H_{ox}}$  sur les bords des parties massives conductrices, l'amplitude  $\overline{H_{ix}}$  s'exprime par :

$$\overline{H_{ix}} = \overline{H_{ox}} \cdot \left\{ \frac{ch(\alpha \cdot z)}{ch(\alpha \cdot b)} + \sum_{n} 2 \cdot sinc(\xi_n \cdot b) \cdot \left[ 1 - \left(\frac{\xi_n}{\xi_n'}\right)^2 \right] \cdot \frac{ch(\xi_n' \cdot y)}{ch(\xi_n' \cdot a)} \cdot cos(\xi_n \cdot z) \right\}, \quad (3)$$

avec  $\xi_n = n \cdot \pi/(2 \cdot b)$ ,  $\xi'_n = \sqrt{\alpha^2 + \xi_n^2}$ , et  $\{n \in \mathbb{N}^* \mid n \text{ impair}\}$ .

Selon  $J_{\sigma} = \nabla \times H$ , les amplitudes  $\overline{J_{\sigma y}}$  et  $\overline{J_{\sigma z}}$  des composantes de  $J_{\sigma}$  sont définies par :

$$\overline{J_{\sigma y}} = \overline{H_{ox}} \cdot \left\{ -\alpha \cdot \frac{sh(\alpha \cdot z)}{ch(\alpha \cdot b)} + \sum_{n} 2 \cdot \xi_{n} \cdot sinc(\xi_{n} \cdot b) \cdot \left[ 1 - \left(\frac{\xi_{n}}{\xi_{n}'}\right)^{2} \right] \cdot \frac{ch(\xi_{n}' \cdot y)}{ch(\xi_{n}' \cdot a)} \cdot sin(\xi_{n} \cdot z) \right\}, \quad (4)$$

et

$$\overline{J_{\sigma z}} = 2 \cdot \overline{H_{ox}} \cdot \sum_{n} \xi_{n}' \cdot \operatorname{sinc}\left(\xi_{n} \cdot b\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{\xi_{n}}{\xi_{n}'}\right)^{2}\right] \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\xi_{n}' \cdot y\right)}{\operatorname{ch}\left(\xi_{n}' \cdot a\right)} \cdot \cos\left(\xi_{n} \cdot z\right).$$
(5)

L'expression des pertes par courants de Foucault dans les parties massives est donnée par :

$$\overline{S} = P + j \cdot Q = 2 \cdot \frac{h_{pm} \cdot \overline{H_{ox}}^2}{\sigma_{pm}} \cdot \left\{ a \cdot \alpha \cdot \frac{sh(\alpha \cdot b)}{ch(\alpha \cdot b)} + \sum_n 2 \cdot \frac{\xi_n'}{b \cdot \xi_n^2} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{\xi_n}{\xi_n'}\right)^2 \right]^2 \cdot \frac{sh(\xi_n' \cdot a)}{ch(\xi_n' \cdot a)} \right\}.$$
 (6)

À noter que *P* indique la puissance active et *Q* la puissance réactive, seulement  $P = \Re e \left\{ \overline{S} \right\}$  représente les pertes par courants de Foucault.

# 3. Dispositif expérimental

Notre objectif est d'évaluer de manière expérimentale l'évolution de la température T dans des parties massives conductrices (électriquement et thermiquement) afin de déterminer les pertes par courant de Foucault dues à une variation temporelle du champ magnétique.

#### 3.1. Source de champ magnétique

Pour cela, un électroaimant à armature plate et à entrefer variable, permettant ainsi d'insérer des parties massives conductrices de différentes hauteurs, est utilisé. Deux bobines identiques sont placées au niveau du circuit ferromagnétique comme exposé en Figure 1.

Le courant instantané *i* injecté dans les bobines, couplées en parallèle, est de forme sinusoïdale à une fréquence f = 50 Hz et, pour cette étude, sera fixé à une valeur efficace  $I_{RMS} = 3 A$ . Le champ magnétique  $h_{ox}$  non-uniforme temporellement généré est donc lui aussi de forme sinusoïdale et de même fréquence. En l'appliquant sur les parties massives conductrices introduites dans l'entrefer, celles-ci vont s'échauffer sous l'influence des courants de Foucault.



Figure 1 : Description de la partie massive conductrice et de l'électroaimant à armature plate

# 3.2. Parties massives conductrices

### 3.2.1. Caractéristiques et segmentations

Dans notre étude, des parties massives en aluminium (Type : A-S5U3G) sont considérés. Les dimensions sont : une longueur  $2 \cdot b$  et une largeur  $2 \cdot a$  identique de 40 mm et une épaisseur  $h_{nm}$  de 10 mm (Figure 1). Les propriétés de l'aluminium sont répertoriées dans le Tableau 1.

Capacité thermique	Conductivité	Conductivité	Masse	Volume V <sub>pm</sub>
massique $C_{pm}$	électrique $\sigma_{pm}$	thermique $\lambda_{pm}$	volumique $ ho_{pm}$	
J.K <sup>-1</sup> .kg <sup>-1</sup>	$S.m^{-1}$	$W.m^{-1}.K^{-1}$	kg.m <sup>-3</sup>	$m^3$
897	$20.10^{6}$	120	2750	1,6.10 <sup>-5</sup>

Tableau 1 : Caractéristiques physique de l'aluminium (Type : A-S5U3G)

Dans ce papier, l'influence de la segmentation sur les pertes par courants de Foucault est étudiée. Les différentes segmentations (selon l'axe y) sont présentées en Figure 2.



Figure 2 : Différentes segmentations étudiées

# 3.2.2. Instrumentations

Afin de déterminer l'amplitude de  $h_{ox}$  appliquée aux parties massives conductrices, il est proposé de cartographier le champ magnétique au niveau de l'entrefer et aux extrémités. Dans un premier temps, les parties massives conductrices sont remplacées par des éléments nonmagnétiques et non-conducteurs. Ces éléments ont été développés à l'aide d'une imprimante 3-D et réalisés en PolyLactic Acid (PLA), qui est un polymère biodégradable. Pour la mesure du champ magnétique  $h_{ox}$ , des sondes à effet Hall HE144 de la marque Asensor Technology [11] sont utilisés. Celles-ci sont de faible épaisseur (0,5 mm) et introduites au sein de différentes encoches réalisées dans le support en PLA. Avec une épaisseur de 10 mm équivalente à  $h_{om}$ , il a été possible de réaliser 3 couches de 12 encoches chacune (Figure 3).



Figure 3 : Support PLA pour la mesure du champ hox généré par l'électroaimant

Par la suite, le PLA sera remplacé par les parties massives conductrices en aluminium. L'évolution temporelle de la température T due à la variation temporelle du champ magnétique dans les parties massives conductrices est alors mesurée. Celles-ci sont percées (sans être perforés) afin d'introduire des thermocouples et de mesurer la température T à différents niveaux. Des thermocouples de type E (insensible aux variations du champ magnétique), avec un diamètre de 1 mm sont utilisés (Figure 4). Par exemple, pour un unique segment, 3 thermocouples sont placés :  $T_1$  au milieu du segment (L/2),  $T_2$  au quart de plaque (L/4) et  $T_3$  en surface (L) comme exposé en Figure 4.



Figure 4 : Insertion de thermocouples pour l'estimation de la température T

Sur la Figure 5, l'emplacement des perçages a été adapté à chaque segmentation.



Figure 5 : Perçage et emplacement des thermocouples selon la segmentation

### 4. Mesures, résultats et comparaisons

Dans cette partie, les différentes mesures expérimentales, électriques, magnétiques et thermiques sont présentées. Par la suite, la méthode de détermination des pertes par courants de Foucault est exposée. Pour finir, les résultats issus de notre modélisation analytique sont comparés aux résultats expérimentaux.

#### 4.1. Évolution temporelle du champ magnétique

La Figure 6 représente l'évolution temporelle sur une période de la tension d'alimentation u et du courant i pour  $I_{RMS} = 3 A$ . Sur la Figure 7, l'évolution temporelle de i et du champ  $h_{ox}$  (mesures uniformes spatialement sur tout l'entrefer) est présentée. Les courbes permettent d'observer que u et i sont déphasés de  $\pi/2$ , alors que i et  $h_{ox}$  sont bien en phase (i.e., le champ magnétique est donc l'image du courant). Ces affirmations sont confirmées par :

$$u = \omega \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta_{rs}} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot N^2 \cdot i/\Re \quad (Loi Hopkinson)$$
(7)

$$\int \boldsymbol{H}_{ox} \cdot \boldsymbol{dl} = h_{pm} \cdot h_{ox} = N \cdot i \quad (Théorème \ d'Ampère)$$
(8)

avec N le nombre de spires et  $\Re$  la réluctance magnétique.



Figure 6 : Évolution temporelle de la tension u et du courant i



Figure 7 : Évolution temporelle du courant i et du champ magnétique h<sub>ox</sub>

#### 4.2. Évolution thermique temporelle

L'évolution thermique des parties massives conductrices est relevée à l'aide des thermocouples pour  $I_{RMS} = 3 A$ . Les mesures sont transférées sur ordinateur à l'aide d'une carte d'acquisition National Instruments pilotée sous LabVIEW©. Les mesures ont été réalisées sur 600 s et filtrées afin d'obtenir les résultats de la Figure 8(a).



Figure 8 : Évolution thermique dans la partie massive conductrice avec (a) un seul segment (3 points de mesure), et (b) en fonction de la segmentation

Les thermocouples mesurent une augmentation assez brusque de la température T en début d'expérimentation. Ensuite, la température T augmente mais avec une pente réduite. Afin d'obtenir la valeur des pertes, il faut utiliser les pentes dT/dt mesurées au début de l'expérimentation. Le thermocouple central  $T_1$  mesure la plus grosse augmentation avec 13,9 K en 60 s ( $T_i \approx 292$  K -  $T_f \approx 305,9$  K). Ceci est dû à la distribution des courants de Foucault au sein de la partie massive conductrice et donc à l'effet de peau.

La Figure 8(b) représente l'évolution thermique du thermocouple au centre de la partie massive conductrice pour chaque segmentation. La température maximale est mesurée pour une partie massive conductrice d'un seul segment. En segmentant, on observe une diminution de cette température maximale. En effet, lorsque la segmentation augmente, nous observons un dT/dt moins important sur l'évolution thermique.

#### 4.3. Calcul des pertes et comparaisons

À partir de la mesure de l'évolution thermique des parties massives conductrices précédemment exposé dans la partie 4.2 et des caractéristiques du matériau des parties massives conductrices, les pertes sont déterminées par :

$$P = C_{pm} \cdot V_{pm} \cdot \rho_{pm} \cdot \frac{dT}{dt}$$
<sup>(9)</sup>

La Figure 9 permet de comparer les pertes par courants de Foucault obtenues avec le modèle analytique en 2-D et celles obtenues à partir des mesures expérimentales. L'influence de la segmentation est également reportée.



Figure 9 : Comparaison des pertes théorique/expérimentale en fonction de la segmentation

Nous obtenons des pertes maximales d'environ 9,6 W pour une partie massive composée d'un seul segment. Les pertes engendrées diminuent en fonction de la segmentation, à savoir, 2 segments : 5,1 W, 3 segments : 2,73 W, 4 segments : 1,64 W, et 5 segments : 1,1 W. En analysant les résultats, nous pouvons observer une similitude entre les résultats obtenus par le modèle analytique en 2-D et les résultats expérimentaux. La différence entre les résultats expérimentaux et analytiques ne dépasse pas 5 %, provenant majoritairement des incertitudes expérimentales. Nous pouvons affirmer que dans ces conditions d'essais (i.e., aluminium avec  $I_{RMS} = 3 A$  et f = 50 Hz), les pertes ne peuvent que diminuer avec une augmentation de la segmentation.

# 5. Conclusion

Dans ce papier, une méthode expérimentale pour l'estimation des pertes par courants de Foucault a été présentée. À partir de la mesure des échauffements des parties massives conductrices dues à une variation temporelle du champ magnétique, les pertes ont pu être évaluées. Les résultats expérimentaux ont été comparés aux résultats issus de notre modèle, basé sur la méthode Maxwell-Fourier. Les résultats présentant une bonne concordance, le modèle a ainsi pu être validé. L'influence de la segmentation sur les pertes a été étudiée. Il a été montré que les pertes diminuent avec l'augmentation du nombre de segments pour des mesures sur de l'aluminium avec une fréquence de fonctionnement f = 50 Hz.

Par la suite, des mesures pour un champ magnétique non sinusoïdal et non-uniforme spatialement seront réalisées. Il est envisageable d'étudier de manière expérimentale, qu'en fonction du matériau utilisé et de la fréquence de fonctionnement (conductivité électrique et/ou fréquence plus élevées), les pertes peuvent augmenter avec la segmentation.

#### Références

- D. Ouamara and F. Dubas, "Permanent Magnet Eddy-Current Losses: A Global Revision of Calculation and Analysis," Math. Comput. Appl, vol. 24, no. 67, Jul. 2019, doi: 10.3390/mca24030067.
- [2] A. Tessarolo, "A survey of state-of-the-art methods to compute rotor eddy-current losses in synchronous permanent magnet machines," In proceedings of the 2017 IEEE workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis, pp. 12-19, Nottingham, UK, 20-21 Apr 2017.
- [3] A. Plait and F. Dubas, "Volumic Eddy-Current Losses in Massive Parts with Spatially Uniform Applied Magnetic Field Part.2: Losses Validation," IEEE Trans. Ind. Elect., *In reviewing*, 2021.
- [4] R. Fratila, A. Benabou, A. Tounzi and J.C. Mipo, "A Combined Experimental and Finite Element Analysis Method for the Estimation of Eddy-Current Loss in NdFeB Magnets", Sensors, vol. 14, pp. 8505-8512, May 2014, doi: 10.3390/s140508505.
- [5] N. Takahashi, H. Shinagawa, D. Miyagi, Y. Doi and K. Miyata, "Analysis of Eddy Current Losses of Segmented Nd–Fe–B Sintered Magnets Considering Contact Resistance," IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 3, pp. 1234-1237, Mar 2009, doi: 10.1109/TMAG.2009.2012576.
- [6] S. Kanazawa, N. Takahashi and T. Kubo, "Measurement and Analysis of AC Loss of NdFeB Sintered Magnet," Electrical Engineering in Japan, vol. 154, no. 4, pp. 8-15, 2006, doi: 10.1002/eej.20213.
- [7] Y. Li, B. Jiang, C. Zhang, Y. Liu and X. Gong, "Eddy-Current Loss Measurement of Permanent Magnetic Material at different frequency," International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 61, no. S1, pp. S13-S22, Jul. 2019, doi: 10.3233/JAE-191145.
- [8] Y. Aoyama, K. Miyata, and K. Ohashi, "Simulations and Experiments on Eddy Current in Nd– Fe–B Magnet," IEEE Trans. Magn., vol. 41, no. 10, pp. 3790-3792, Oct. 2005, doi: 10.1109/TMAG.2005.854698.
- [9] K. Yamazaki, M. Shina, M. Miwa, and J. Hagiwara, "Investigation of Eddy Current Loss in Divided Nd–Fe–B Sintered Magnets for Synchronous Motors Due to Insulation Resistance and Frequency," IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 11, pp. 4269-4272, Nov. 2008, doi: 10.1109/TMAG.2008.2001316.
- [10] R.L. Stoll, "The Analysis of Eddy Currents," Clarendon Press: Oxford, UK, 1974.
- [11] Asensor Technology AB, Linear High Precision Analog Hall Sensors. https://www.asensor.eu.

#### Remerciements

Ce travail est financé par RENAULT-SAS, Guyancourt, France. Cette étude scientifique fait partie du projet "Conception Optimale des Chaînes de Traction ELectrique" (COCTEL) soutenue par le Programme d'Investissements d'Avenir (PIA) opéré par "l'Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie" (ADEME).