

# RADAR passif bistatique au moyen d'une Raspberry Pi4, une radio logicielle et du satellite Sentinel1

J.-M Friedt<sup>1</sup>, W. Feng<sup>2</sup>

<sup>1</sup> FEMTO-ST, département temps-fréquence, Besançon, France

<sup>2</sup> Early Warning and Detection Department, Air Force Engineering University, Xi'an, Chine

5 décembre 2021

Nous exploitons les signaux émis à intervalles connus et documentés sur le site Copernicus de l'ESA par les satellites Sentinel1 pour une mesure au sol de RADAR passif bi-statique. Deux antennes au sol, une antenne de référence qui observe le signal direct émis par le satellite, et une seconde antenne de surveillance qui observe les réflexions par les cibles illuminées par le satellite, sont connectées à un récepteur de radio logicielle pour collecter à 5405 MHz les signaux de Sentinel1. La détection de cibles à plusieurs kilomètres du récepteur est démontrée avec un système simple composé d'une radio logicielle Ettus Research B210 et une Raspberry Pi4 programmée efficacement. La diversité spatiale introduite par le mouvement du satellite le long de son orbite permet de cartographier les cibles en distance et en azimut.

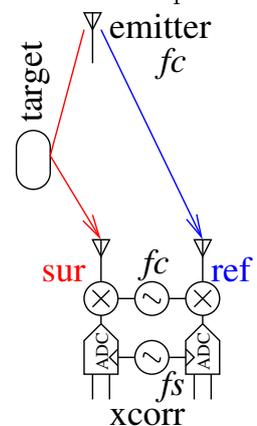
## 1 Introduction

Le détournement de signaux radiofréquences à des fins autres que ceux pour lesquels ils sont initialement prévus (un *hack* dans le sens le plus noble du terme) a récemment été diffusé dans l'“actualité” avec l'utilisation de la constellation de satellites en orbite basse Starlink pour la géolocalisation. Malheureusement cette prouesse technique est associée à deux drames pour la science : la diffusion du résultat technique au travers d'un communiqué de presse aussi concis que dénué de contenu scientifique rigoureux [1], et sa reprise par des journalistes que certains n'hésiteraient pas à qualifier d'aussi incompetents que stupides [2] puisque capables d'affubler la prouesse technique d'adjectifs tels que “piratage” et “absence de gain financier pour Starlink” alors que la constellation n'avait jamais été conçue pour la géolocalisation. On ne pourra que regretter que le compte rendu technique ne soit pas librement disponible [3] mais seul un résumé de quelques lignes qui nous donne l'envie de découvrir les techniques mises en œuvre : patientons un peu le temps que l'article soit libéré des éditeurs commerciaux [4]. Nous allons ici aborder le “piratage” – ou en termes plus nuancés l'exploitation passive de signaux radiofréquences issus de RADARs spatioportés – pour une détection de position de réflecteurs au sol en exploitant le signal brut (analogique) reçu directement du satellite et après réflexion par des cibles au sol. Cette application est surprenamment peu commune puisque nous avons trouvé une unique référence bibliographique [5] abordant ce problème.

Nous avons décrit dans ces pages la “bonne” façon de développer sur Raspberry Pi4 et en particulier des applications gourmandes en ressources telles que le traitement logiciel de signaux radiofréquences grâce à Buildroot [6] qui permet de ciseler l'exécutable aux ressources disponibles. Nous avons décrit dans ces pages comment Sentinel1 [7], RADAR spatioportés de l'ESA, observe la surface de la Terre en l'illuminant autour de 5,405 GHz et comment ces données sont mises à disposition pour en tirer le meilleur parti, éventuellement au-delà des applications initialement prévues. Nous avons déjà abordé les préceptes du RADAR bistatique passif (Fig. 1) dans lequel un émetteur non-coopératif, généralement émettant un signal bien plus puissant que ce que le civil amateur moyen aurait le droit de diffuser, est observé sur une voie dite de référence tandis qu'une seconde voie de mesure radiofréquence dite de surveillance observe les réflexions retardées dans le temps (distance) et décalées en fréquence par effet Doppler (vitesse) des cibles.

Nous allons fusionner l'ensemble de ces connaissances en exploitant une Raspberry Pi4 pour enregistrer les signaux radiofréquences d'un récepteur de radio logicielle à deux voies cohérentes (cadencées par le même oscillateur  $f_c$  pour garantir la même phase et donc fréquence) afin de traiter les signaux bruts de Sentinel1 pour une application de RADAR passif (Fig 1).

Il est en effet tout à fait fascinant de non seulement constater qu'il est relativement “simple” de capter un signal venant de l'espace de satellites à plus de 700 km de distance – nous l'avons déjà largement discuté avec les satellites météorologiques [8, 9] et d'autres auteurs dépassent les 300 millions de kilomètres dans les conditions idéales de propagation en espace libre [10] – mais en plus d'observer les réflexions de ces signaux au sol à une distance de plusieurs kilomètres du récepteur. Bien entendu l'ESA met à disposition les mesures de Sentinel1 et l'exercice peut sembler futile – pourquoi détourner des signaux radiofréquences alors que les “vraies” mesures reçues par le satellite sont librement accessibles



**Figure 1:** Architecture d'un récepteur de RADAR passif avec une voie de référence (“ref”) et une voie de mesure des signaux réfléchis par les cibles, dite de surveillance (“sur”).

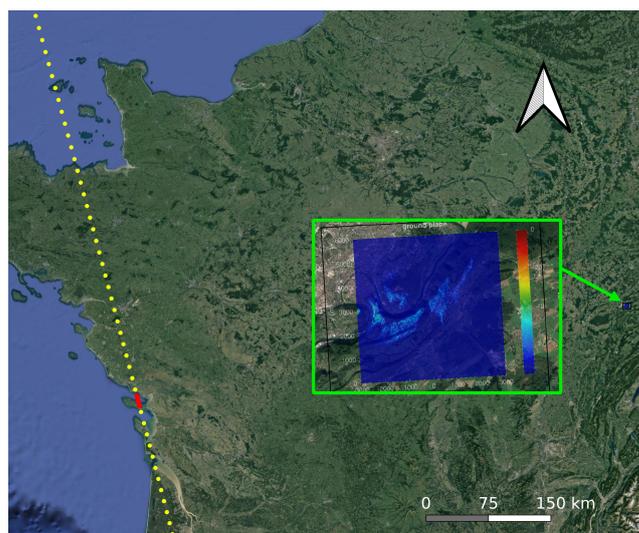


Heavens Above (<https://www.heavens-above.com>) nous informe qu'un passage de Sentinel1 d'horizon à horizon dure 9 minutes, l'observation des signaux radiofréquences démontre que Sentinel1 n'illumine un point donné de la surface de la Terre que pendant quelques secondes, et son mode de balayage de faisceau (*swath*) séquencé en impulsions successives (*burst*) ne fournira finalement que des séquences d'une fraction de seconde exploitables. Une différence majeure entre les observations systématiques de Sentinel1 et les mesures ponctuelles de RADARSAT canadien, TerraSAR-X allemand ou ALOS-2 japonais est que le lieu et date de passage sont prédictibles et se déduisent des observations publiées 12 jours auparavant. Nous pouvons donc connaître à la seconde près (Fig. 2) la date de début et de fin du passage du satellite au dessus d'une zone géographique donnée : cette information est fortement dépendante de la localisation du récepteur et doit être répétée pour chaque nouveau site d'écoute. Ainsi la nomenclature des fichiers bruts obtenus sur le site Copernicus Hub de l'ESA est de la forme S1A\_IW\_RAW\_\_OSDV\_20210519T172356\_20210519T172429\_037960\_047AF4\_8DCD pour les fichiers bruts de niveau 0 qui indique une acquisition le 19 Mai 2021 de 17 :23 :56 à 17 :24 :29 UTC donc une durée de 33 s, ou le fichier traité de niveau 1 IW SLC (*Interferometric Wide – Single Look Complex*) S1B\_IW\_SLC\_\_1SDV\_20210705T173118\_20210705T173144\_027662\_034D27\_3FBE indique une acquisition plus ciblée le 7 Mai 2021 de 17 :31 :18 à 17 :31 :44 soit une durée de 16 s. Cependant, compte tenu de l'incertitude sur l'exactitude de l'horloge locale et la durée du lancement de l'acquisition, il est prudent d'acquérir une minute de données et d'extraire les informations utiles a posteriori. Au débit de 30 Méchantillons/s complexes sur deux voies, des données sur 16 bits occupent

$$\underbrace{30}_{\text{débit}} \times \underbrace{2}_{\text{complexe}} \times \underbrace{2}_{\text{octets/échantillon}} \times \underbrace{2}_{\text{voies}} \times \underbrace{60}_s = 14,4 \text{ GB/min}$$

Ayant acquis des Raspberry Pi4 munies de 8 GB de RAM et désirant stocker les mesures en RAMdisk pour éviter d'être handicapés par le débit de communication avec la carte SD, nous choisissons de tronquer la taille des données transmises par la B210 vers la Raspberry Pi4, ayant par ailleurs constaté que le débit maximal de 30 Méchantillons/s ne pourrait être atteint en transférant 16 bits/échantillons : la bibliothèque UHD qui contrôle le transferts de données des plateformes de radio logicielle Ettus permet de définir le format de données transmises *over the wire* (otw) et de le réduire à 8 bits. De ce fait, il nous reste à stocker 7.2 GB, qui rentrent dans les 8 GB de la Raspberry Pi4 appropriée en laissant un peu de mémoire pour le système d'exploitation et les applications.

Il peut être intéressant de se demander où se trouve le satellite lorsqu'il illumine une région donnée de la Terre. En effet avec une illumination oblique à environ 45°, le satellite à une altitude de 700 km survole à une distance de 700 km à l'Est ou à l'Ouest selon que son passage soit ascendant ou descendant par rapport à la zone illuminée. À titre d'exemple lors de l'illumination de Besançon au cours d'un passage ascendant, le satellite survole l'Ouest de la France tel que nous l'indique le Ground Track Generator de <https://github.com/anoved/Ground-Track-Generator>, avec un signal électromagnétique qui aura parcouru  $700/\cos(45^\circ) = 980$  km avant d'atteindre sa cible :



### 3 Raspberry Pi4 pour acquisition “rapide”

Ettus Research propose, sur le dépôt de la bibliothèque UHD <https://github.com/EttusResearch/uhd/tree/master/host/examples>, des programmes d'exemple et notamment `rx_multi_samples.cpp`

qui ne travaille cependant que sur une voie et transfère des données sur 16 bits. Ainsi partant de cet exemple, nous dupliquons toutes les définitions des propriétés des canaux pour passer d'une à deux voies, et informations UHD de transmettre des données en format complexe 8 bits par

```
1 uhd::stream_args_t stream_args("sc8", "sc8");
2 stream_args.channels          = channel_nums;
3 uhd::rx_streamer::sptr rx_stream = usrp->get_rx_stream(stream_args);
```

ainsi que de communiquer les informations en flux tendu et non sous forme d'un unique paquet de données

```
4 uhd::stream_cmd_t stream_cmd(uhd::stream_cmd_t::STREAM_MODE_START_CONTINUOUS);
```

Ainsi, nous recevrons deux flux de données que nous stockons aussi vite que possible dans deux fichiers qui seront traités comme les deux voies d'observation synchrones puisque les convertisseurs analogique-numériques sont cadencés par la même horloge  $f_s$  (Fig. 1), l'une issue d'une antenne pointée vers le ciel qui fournit le signal de référence illuminant la scène observée à la surface de la Terre, et la seconde pointant vers cette scène pour observer les cibles réfléchissant les signaux radiofréquences. Nous gagnerons en rapport signal à bruit en nous efforçant d'isoler l'antenne de mesure du signal de référence selon le montage proposé en Fig. 3 où le plan de masse de l'antenne hélicoïdale observant le signal de référence cache autant que possible l'antenne de mesure du signal direct. L'implémentation finale est disponible à [https://github.com/jmfriedt/sentinel1\\_pbr/blob/main/b210\\_to\\_file/rx\\_multi\\_samples.cpp](https://github.com/jmfriedt/sentinel1_pbr/blob/main/b210_to_file/rx_multi_samples.cpp).

Bien que nous ayons déjà développé les principes de conception de l'antenne hélicoïdale, nous en reprenons ici les grandes lignes par soucis d'autonomie de cette présentation, selon les consignes fournies dans [16, section 10.3.1].



Haut : antenne hélicoïdale formée d'un fil de cuivre émaillé entouré sur un cylindre de teflon creux usiné d'une gorge de la forme appropriée. Bas : le cylindre de teflon est taraudé afin d'accueillir une vis en plastique pour le maintenir plaqué au plan de masse du circuit imprimé en FR4. Un connecteur SMA est soudé au plan de masse pour faire le lien entre l'antenne et le récepteur B210.

Chaque spire plaquée sur un cylindre de diamètre  $D$  doit présenter une longueur  $C = \pi D$  comprise entre  $3/4$  et  $4/3$  de la longueur d'onde, dans notre cas  $\lambda = 300/5450 \text{ m} = 5,55 \text{ cm}$  donc  $D \in [1,32 : 2,36] \text{ cm}$ . L'angle de la spirale doit être compris entre  $12$  et  $14^\circ$  : des contraintes d'usinage au tour imposent un espacement entre spires de  $1 \text{ cm}$  et en choisissant un diamètre standard de  $D = 1,5 \text{ cm}$ , une gorge de la profondeur du diamètre du fil émaillé qui fera office de conducteur ( $0,7 \text{ mm}$  dans notre cas) est usinée avec un pas de  $1 \text{ cm}$  donc un angle des spires de  $12^\circ$ . Ces caractéristiques géométriques déterminent l'impédance  $Z = 140 \times C/\lambda \simeq 140 \Omega$  et au mieux  $100 \Omega$  et nécessiterait une adaptation d'impédance par ligne de transmission se comportant comme transformateur pour correctement coupler avec l'entrée  $50 \Omega$  du récepteur B210 : nous accepterons de perdre une fraction de la puissance incidente en connectant directement une embase SMA en bout de fil pour relier l'antenne au récepteur de radio logicielle. Le connecteur SMA est soudé sur une plaque carrée de FR4 de  $16 \times 16 \text{ cm}$  faisant office de plan de masse de dimensions importantes devant la longueur d'onde. L'ouverture angulaire (moitié de la puissance rayonnée) de l'antenne est annoncée comme  $\frac{52\lambda^{3/2}}{C\sqrt{N^3}}$  degrés avec  $N$  le nombre de tours, dans notre cas  $N = 4$  pour une ouverture de  $72^\circ$ , un angle important qui est particulièrement utile pour l'antenne observant les réflexions sur la scène s'étendant devant elle et pour laquelle il est désirable de recevoir les signaux provenant de toutes les directions. <https://www.antenna-theory.com/antennas/travelling/helix.php> prédit une ouverture angulaire de  $90^\circ$  selon une formule quelque peu différente toujours inversement proportionnelle à la racine du nombre de spires, et un gain de  $3$  ou  $5 \text{ dB}$ , modeste mais nécessaire compte tenu de la large ouverture angulaire nécessaire à visualiser l'ensemble de la scène devant l'antenne de surveillance.

On pensera à passer la Raspberry Pi4 en mode performance pour fournir la puissance de calcul nécessaire à l'acquisition de données

```
echo performance > /sys/devices/system/cpu/cpu0/cpufreq/scaling_governor
```

Buildroot plaçant par défaut le processeur en économie d'énergie en le cadencant à 800 MHz au lieu des 1500 MHz du mode performance. Une fois assemblé, le système est transportable et prêt pour l'acquisition de données (Fig. 3).

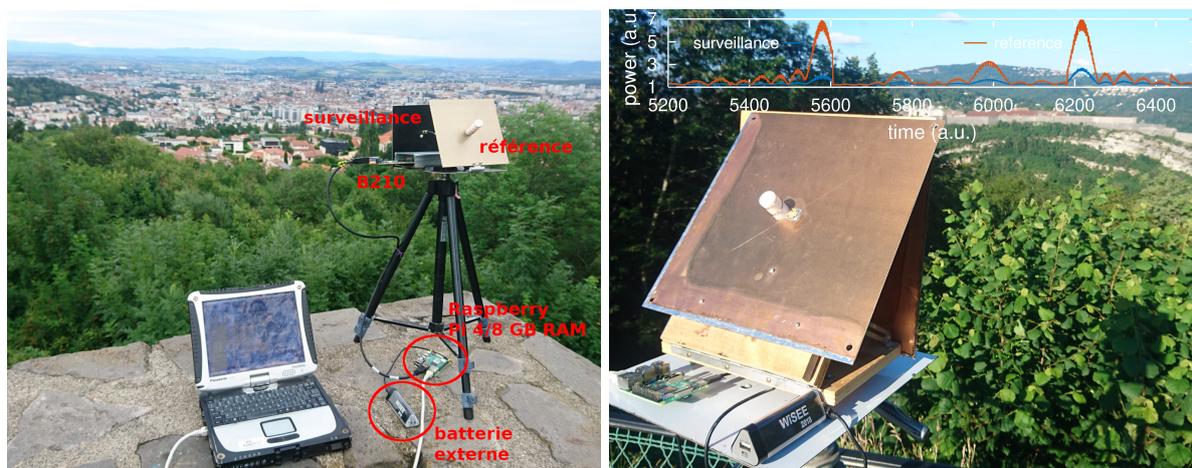


FIGURE 3 – Gauche : le système de mesure déployé au dessus de Clermont-Ferrand, sur le point de vue menant au Puy de Dôme. Le port USB de l'ordinateur CF19 fournit un courant insuffisant pour alimenter la Raspberry Pi4 et le récepteur B210 qui lui est connecté sur port USB3 : une batterie externe est utilisée pour alimenter ces deux dispositifs. Le plan de masse de l'antenne de référence s'efforce de cacher l'antenne de surveillance du signal direct. Droite : un système de mesure identique déployé devant la Citadelle de Besançon depuis le Fort Chaudanne.

## 4 Traitement sur une antenne unique : taux de répétition des impulsions

Une scène illuminée au sol peut recevoir des signaux de diverses natures puisque Sentinel1 balaye trois faisceaux (*swath*) en mode IW (Interferometric Wide) utilisé aux latitudes moyennes et cinq faisceaux en mode EW (Extra Wide) utilisé aux latitudes élevées et au dessus des océans, un cas qui nous intéresse lors de l'utilisation de ce système au Spitsberg (79°N) où les satellites en orbite polaire sont visibles deux fois chaque jour, augmentant les chances de mesures répétées (Fig. 4). Ces divers faisceaux ne sont pas caractérisés par les mêmes paramètres d'émission et en particulier le taux de répétition des impulsions radiofréquences émises par le RADAR : PRI pour *Pulse Repetition Interval*.

Alors que le décodage des signaux de niveau 0 fournis par l'ESA [20] nous informe des diverses valeurs possibles de PRI, nous ne savons pas *a priori* quel faisceau illumine l'antenne au sol à un instant donné. Soit nous testons tous les cas possibles (Fig. 5), soit une auto-corrélation du signal directement reçu depuis le satellite (dit de référence) nous fournira cette information qui sera nécessaire pour découper la séquence continue de mesure dans le temps en échos observés suite à chaque illumination. Heureusement, les PRI associés à chaque *swath* restent constants d'un survol à l'autre et il n'est pas nécessaire de systématiquement décoder tous les fichiers de niveau 0 pour trouver cette information : nous avons retrouvé les mêmes paramètres au cours de tous les survols étudiés dans ce document, avec un PRI de 22777 pour swath 14 (EW1), 19355 pour swath 15 (EW2), 22779 pour swath 16 (EW3), 19777 pour swath 17 (EW4) et 23018 pour swath 18 (EW5), ou encore 21859 pour IW1, 25857 pour IW2 et 22265 pour IW3 (ces paramètres doivent être divisés par la fréquence de référence de 37.53472224 MHz pour être convertis en intervalle temporel, par exemple 1647.9 Hz pour EW1). Ainsi, connaissant la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ , nous découperons le signal temporel acquis par chaque canal en matrice de  $M = f_s \times PRI$  points par ligne et autant de colonne que le permet la durée de la mesure. Cette matrice contiendra donc l'information temporelle selon l'abscisse qui se répète le long des colonnes alors que le satellite avance sur son orbite. Nous avons largement discuté dans ces pages que la corrélation le long de l'abscisse permettra de retrouver la distance aux cibles et se nomme la compression en distance (*range compression*) tandis que la mesure alors que le satellite avance le long de son orbite simule une antenne synthétique de dimensions égales à la longueur parcourue et l'analyse du signal le long des colonnes, qui s'avère être une transformée de Fourier inverse, se nomme la compression en azimut (*azimuth compression*). Nous reprendrons ces points dans la section suivante.

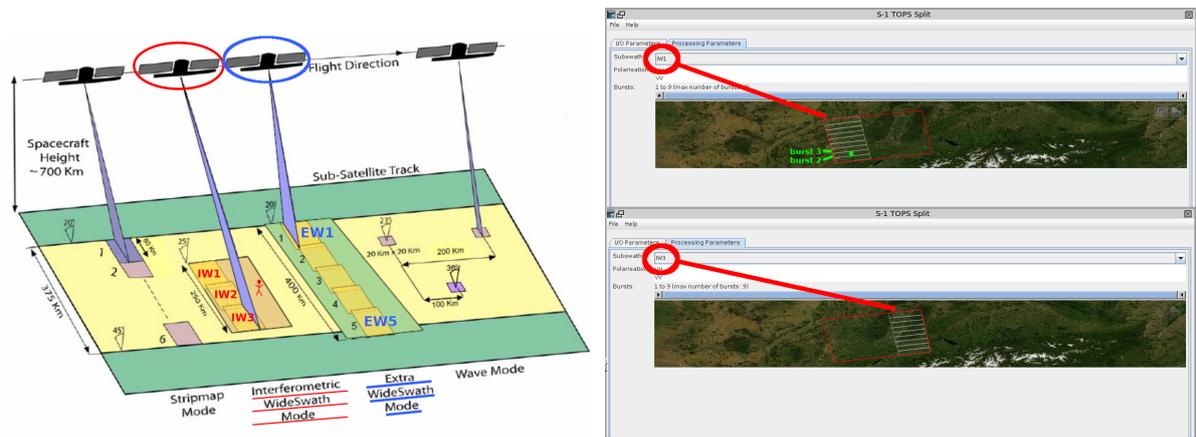


FIGURE 4 – Les divers modes de fonctionnement de Sentinel1 (gauche), avec l’illustration des IW et EW qui nous seront utiles ici. La problématique tient au fait que les divers faisceaux IW1 à IW3 ou EW1 à EW5 présentent des paramètres d’illumination différents qu’il nous faut identifier, ici par exemple si la cible matérialisée par le bonhomme rouge se trouve en IW2. Le logiciel SNAP de l’ESA (droite) peut fournir une aide pour identifier quel faisceau a illuminé quelle zone (interface graphique du traitement Split du menu TOPSAR). Illustration annotée de <https://sentinels.copernicus.eu/web/sentinel1/technical-guides/sentinel-1-sar/sar-instrument/acquisition-modes>.

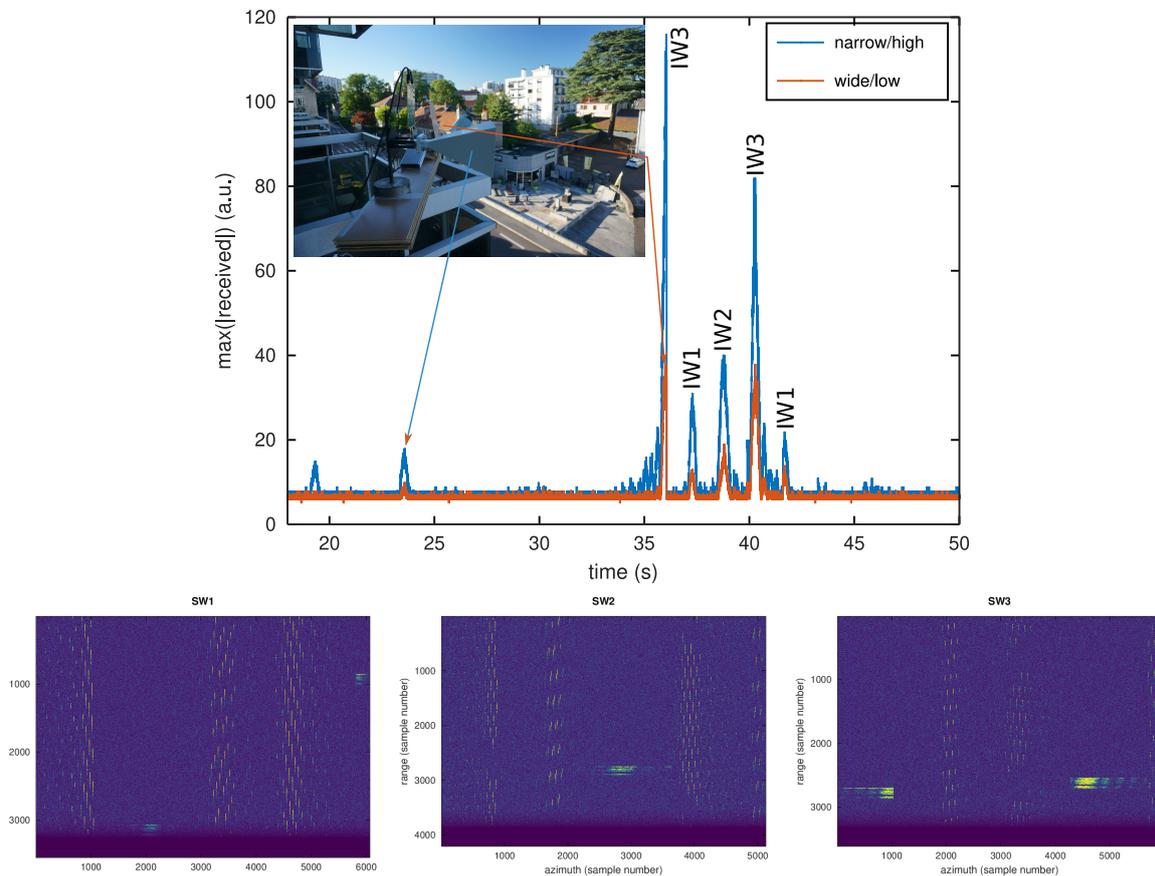


FIGURE 5 – Haut : mesure temporelle acquise depuis le sol du signal de Sentinel1 au cours d’un survol des récepteurs. Bas : analyse de ces signaux en fonction des divers PRI possibles d’après le décodage des signaux de niveau 0 fournis par l’ESA, permettant d’identifier quelle série d’impulsions suit les paramètres de quel *swath*. La “bonne” solution est obtenue lorsque les cibles les plus intenses s’alignent en distance (axe vertical) alors que le satellite avance le long de son orbite (axe horizontal) : ce résultat est ici obtenu dans le cas du milieu de SW3.

Une alternative à l’analyse le long de l’azimut des mesures alignées en distance (*range*) consiste à considérer l’autocorrélation du signal de référence. L’impulsion émise périodiquement ne se ressemble à

elle-même que sur une période égale au PRI. La Fig. 6 illustre une telle analyse et son interprétation. Ici encore, l'analyse des données de niveau 0 informant de  $PRI$  (en bits, normalisé par rapport à la fréquence de référence  $f_{ref} = 37.53472224$  MHz) que nous avons entreprise auparavant, couplée à l'acquisition à une fréquence d'échantillonnage connue de 30 MHz, nous permet de trouver la période  $T$  des pics de corrélation et donc le  $swath$ , que ce soit en mode IW ou EW. Dans cet exemple, la mesure au cours d'un passage au dessus du Spitsberg en mode EW du satellite indique une auto-corrélation tous les 18397 échantillons acquis à 30 Méchantillons/s soit par rapport à  $f_{ref}$  un PRI de 23018 qui s'avère égal à la valeur de la télémétrie du faisceau EW5 que nous avons décodé sur S1B\_EW\_RAW\_\_OSDH\_20210925T063129\_20210925T063237\_028851\_037165\_3786.SAFE du 25 Septembre 2021.

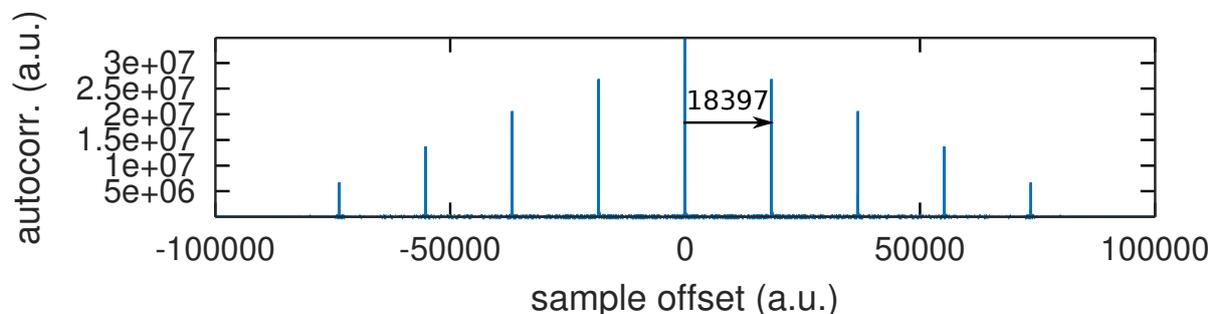


FIGURE 6 – Autocorrélation du signal de référence émis par Sentinel1 au-dessus du Spitsberg (mode EW) et acquis depuis le sol.

Nous pourrions déduire de cette analyse que connaissant les paramètres des impulsions émises par le satellite depuis l'espace tel que documenté dans les télémétries de niveau 0, nous pourrions exploiter les mesures acquises par une unique antenne visant les cibles et qu'il serait inutile de recevoir le signal de référence. Ce faisant, nous diminuerions d'un facteur deux les contraintes de bande passante, d'espace de stockage et multiplierions le nombre de plateformes de radio logicielles compatibles avec cette analyse. Malheureusement il n'en est rien : l'analyse fine des mesures acquises sur une unique voie et alignées selon le PRI théorique démontre une dérive excessive alors que le satellite avance le long de son orbite. En effet, le déplacement est tellement rapide (7,5 km/s) que pendant le temps d'acquisition, même si nous n'exploitons que 200 ms du fichier acquis, le satellite s'est déplacé de 1,5 km, loin d'être négligeable devant la distance des cibles que nous visons (Fig. 7). Il faut donc absolument acquérir sur une seconde voie le signal de référence émis par le satellite pour s'affranchir de l'impact de la distance variable entre le satellite et la cible et ainsi permettre à tous les échos réfléchis par une même cible d'être alignés sur la même ordonnée de la Fig. 7, condition nécessaire à la compression en azimuth.

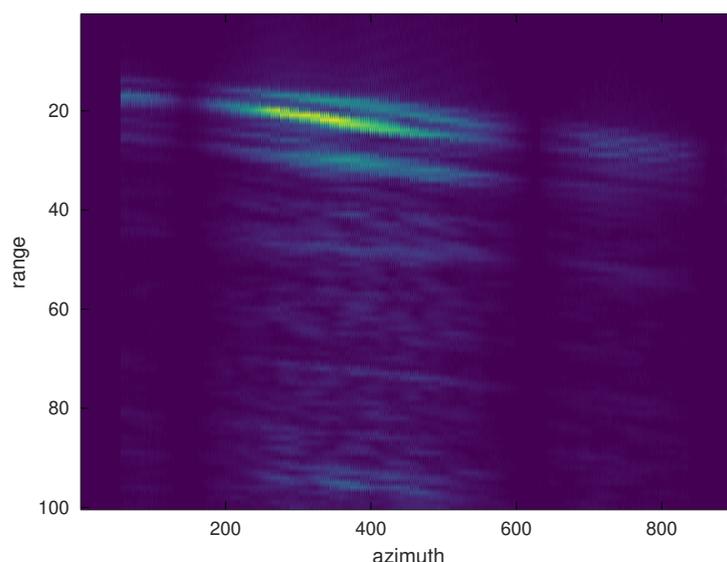


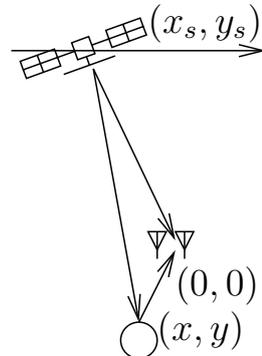
FIGURE 7 – Acquisition à 56 Méchantillons/s sur une unique voie de la B210 d'un signal de Sentinel1 aligné selon le PRI théorique du  $swath$  analysé. Ce zoom montre clairement la dérive de la distance entre le satellite et la cible intense observée qui interdit la compression en azimuth en l'absence de correction qui sera amenée par l'acquisition sur une seconde voie du signal de référence, diminuant par conséquent la vitesse d'acquisition et doublant le volume de données stockées à analyser.

L'acquisition de la seconde voie de référence abaisse le débit maximum de données que peut transmettre la B210 de 56 Méchantillons/s (simple voie) à 30 Méchantillons/s (double voies), fournissant tout de même une résolution en distance de 5 m.

## 5 Traitement des signaux acquis sur deux antennes

### 5.1 ... dans un référentiel arbitraire

Nous avons développé, avec quelques erreurs à la relecture, le modèle classique de RADAR à antenne synthétique dans lequel l'émetteur et le récepteur sont colocalisés et se déplacent tous deux linéairement, ou dans le cas qui nous avait intéressé où l'émetteur restait fixe et le récepteur se déplaçait linéairement pour simuler une antenne de dimensions égales au chemin parcouru par le récepteur et ainsi présentant une résolution angulaire nettement améliorée par rapport à l'antenne réceptrice elle-même. On rappelle en effet que l'ouverture angulaire d'une antenne de dimensions  $d$  est de l'ordre de  $\cos(\lambda/d)$  et que la résolution azimutale d'un RADAR est donc directement liée à la taille d'antenne  $d$ , dans la limite de ce qu'il est raisonnablement réalisable mécaniquement (Fig. 8). Pour  $d$  trop grand, l'antenne ne devient plus réalisable mais le concept d'ouverture synthétique consiste à considérer qu'en déplaçant l'antenne le long d'un chemin de longueur  $d$ , il est possible de recombinaison les signaux acquis successivement le long de ce parcours pour former une antenne équivalente de taille  $d$ . Dans le cas de Sentinel1 dont les paramètres orbitaux (TLE pour *Two Line Element*) diffusés par le NORAD américain indiquent qu'il parcourt 14.592 orbites autour de la Terre chaque jour à une altitude de 700 km, la vitesse linéaire est donc de  $(40000 + 700 \times 2\pi) \times 14.592/24 = 27000$  km/h en considérant la circonférence de la Terre égale à 40000 km, soit 7,5 km/s. Cette vitesse, qui pourrait sembler incroyable au sol, permet de déduire qu'entre deux impulsions émises au rythme d'environ 1900 Hz, le satellite parcourt environ 4 m. Cette source qui se déplace à 700 km d'altitude est reçue par notre montage de RADAR bistatique passif au sol pour observer des cibles à une distance que nous prendrons à environ 7 km au maximum du récepteur, donc par le théorème de Thalès le satellite se comporte comme une source mobile s'avançant de 4 cm – le rapport des 7 km à la cible aux 700 km à la source – vérifiant les contraintes de l'équivalent spatial du théorème d'échantillonnage pour ne pas présenter d'incertitude de repliement spectral lors de l'acquisition des données. Cette différence de géométrie – une source très loin des récepteurs de référence et de surveillance ainsi que des cibles illuminées – nous impose de développer un nouveau modèle de propagation des signaux qui justifiera de la transformée de Fourier inverse pour la compression en azimut, mais qui fournira les constantes nécessaires à graduer les axes en distance connue et non en unités arbitraires.



**Figure 8:** Paramètres géométriques de l'analyse permettant de séparer les directions de distance à la cible et azimutale lors du traitement des données acquises.

La démonstration se développe comme suit :

- la compression en distance se déduit d'une corrélation entre le signal de référence  $ref$  et le signal de surveillance  $sur$  le long de l'axe temporel de la matrice que nous avons formé en alignant  $f_s \times PRI$  échantillons les uns après les autres, et la corrélation  $xcorr$  se calcule dans le domaine de Fourier tel que le démontre le théorème de convolution par  $FFT(xcorr(ref, sur)) = FFT(ref) \cdot FFT^*(sur)$  avec  $FFT$  la transformée de Fourier rapide de complexité algorithmique  $N \log(N)$  lors du traitement de  $N$  points et non  $N^2$  comme le ferait une transformée de Fourier classique, avec  $*$  le complexe conjugué,
- la compression en azimut se déduit d'une transformée de Fourier inverse le long de la colonne où le signal se répète puisque nous savons [17] que la transformée de Fourier d'un signal de la forme  $\exp(j2\pi k_x \cdot x) \exp(j2\pi k_y \cdot y)$  se comprime en un Dirac en  $(x, y)$  par transformée de Fourier. Dans cette expression,  $k_x$  et  $k_y$  sont les grandeurs duales de  $x$  et  $y$  que les physiciens nomment habituellement vecteur d'onde. La question est donc de savoir si nous sommes capables d'exprimer le signal reçu et contenu dans la matrice ( $échantillon(t), position\ satellite$ ) sous une forme qui sépare explicitement  $k_x$  et  $k_y$  : si c'est le cas, alors une transformée de Fourier inverse bidimensionnelle après avoir effectué la transformée de Fourier selon l'axe du temps doit fournir l'image dans le domaine spatial  $(x, y)$  qui s'apparentera à la géographie des cibles.
- supposons (Fig. 8) le satellite en position  $(x_s, y_s)$  se déplaçant le long de l'axe  $x$ , les récepteurs à l'origine  $(0, 0)$ , et une cibles en  $(x, y)$
- nous pouvons exprimer la distance entre le satellite et les récepteurs comme  $R_1 = \sqrt{(x_s)^2 + (y_s)^2} \simeq y_s + \frac{1}{2} \frac{(x_s)^2}{y_s}$  puisque  $y_s \gg x_s$  qui permet d'exploiter le développement limité de  $\sqrt{u^2 + v^2}$  avec  $u \ll v$  qui s'écrit  $v \sqrt{1 + (u/v)^2} \simeq v (1 + \frac{1}{2}(u/v)^2) = v + u^2/(2v)$

- de la même façon, la distance entre le satellite et une cible au sol s'exprime par  $R_2 = \sqrt{(x_s - x)^2 + (y_s - y)^2} \simeq y_s - y + \frac{1}{2} \frac{(x_s - x)^2}{y_s - y} \simeq y_s - y + \frac{1}{2} \frac{(x_s - x)^2}{y_s}$  selon le même argumentaire,
- enfin, la distance entre la cible et les récepteurs est  $R_3 = \sqrt{x^2 + y^2}$  sans approximation mais qu'on notera être indépendant de  $x_s$
- un signal de bande relativement étroite est impacté lors de sa propagation par un déphasage qui s'exprime soit en fonction du temps  $\tau$  soit de la distance parcourue  $R$  à vitesse  $c$  comme  $\varphi = 2\pi f\tau = \frac{2\pi}{\lambda}R$  puisque  $\tau = R/c$
- finalement, la différence de chemin entre le signal arrivant directement au récepteur de référence et le signal qui a rebondi sur une cible avant d'atteindre le récepteur de surveillance s'exprime comme  $R_3 + R_2 - R_1$  qui induit donc un déphasage  $2\pi f \left( \underbrace{R_3}_{\text{distance cible}} / c \right) + \frac{2\pi}{\lambda} (R_2 - R_1) = 2\pi f R_3 / c +$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left( -y + \frac{1}{2y_s} \underbrace{\left( (x_s - x)^2 - (x_s)^2 \right)}_{a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)} \right) = \underbrace{2\pi f (R_3 - y) / c}_{\text{FFT en distance}} + \frac{2\pi}{\lambda} \left( -\frac{x}{2y_s} \left( \underbrace{2x_s}_{\text{FFT en azimut}} - \underbrace{x}_{\text{indépendant de } x_s} \right) \right) \text{ qui}$$

sépare bien la distance et l'azimut et justifie la compression d'impulsion par transformée de Fourier inverse le long de  $f$  et  $x_s$  avec l'expression des grandeurs duales pour retrouver une graduation quantitative.

Ce calcul ne nécessite en aucun cas la connaissance précise des paramètres orbitaux du satellite ou sa position dans l'espace : seule sa vitesse et donc l'intervalle entre deux mesures est nécessaire, qui se déduit d'une analyse simple des fichiers TLE (nombre de rotations autour de la Terre par jour) et de la connaissance de l'altitude à laquelle il survole la Terre, en plus de PRI. La seule hypothèse que nous avons faite pour autoriser le développement limité qui sépare les variables est que la distance satellite-sol est très grande devant la distance cibles-récepteur. Ainsi, le traitement se réduit à une transformée de Fourier inverse en deux dimensions, dans l'axe de la distance sur le produit des transformées de Fourier qui permet de produire une intercorrélation, et selon l'axe de l'azimut pour la compression tel que le démontre l'application de ce traitement sur le tout premier jeu de données acquis et présenté sur la Fig. 9.

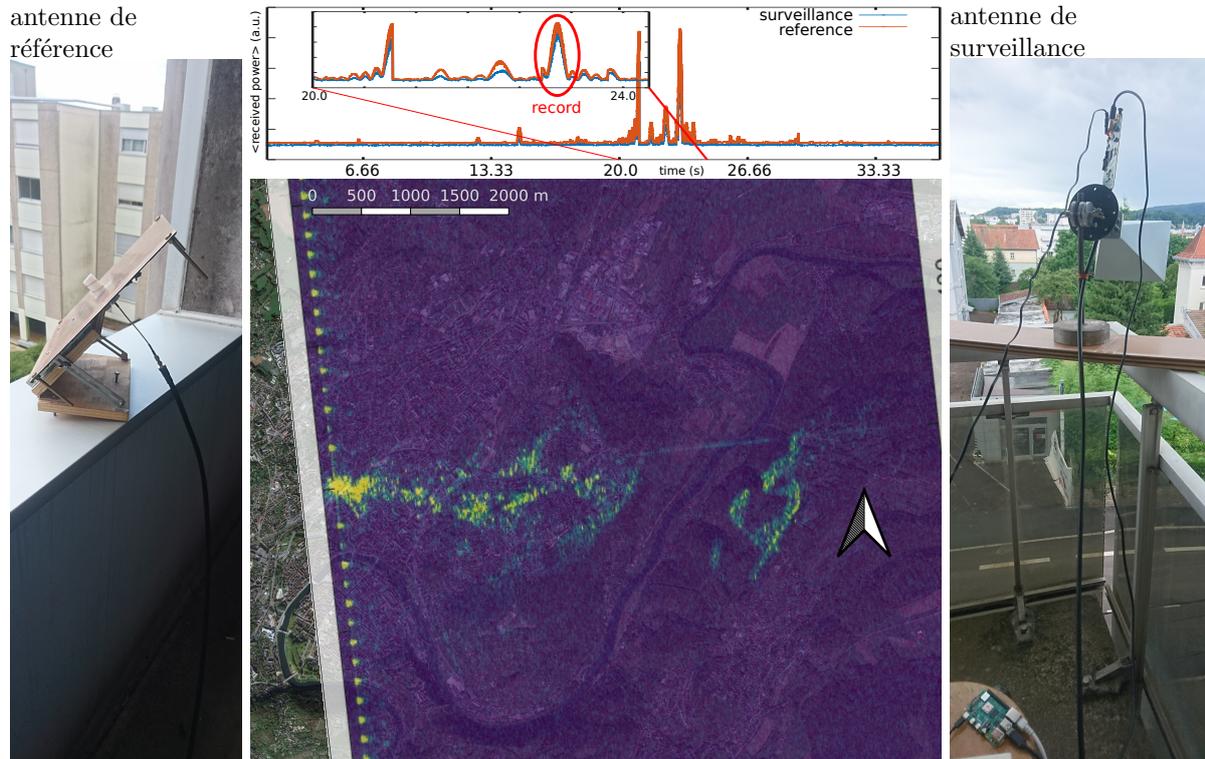


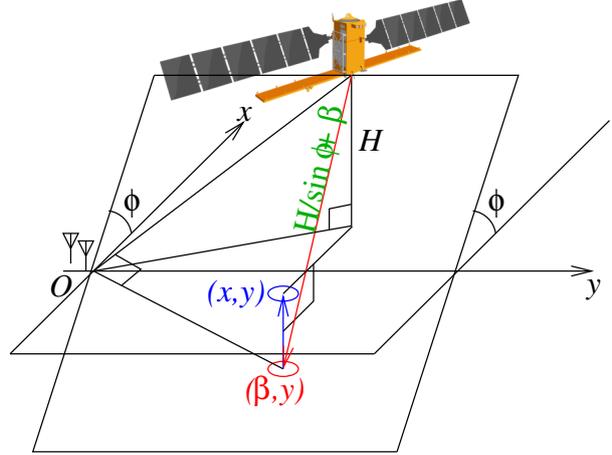
FIGURE 9 – Premiers essais avec une antenne cornet d'ouverture angulaire étroite comme antenne de surveillance et une antenne hélicoïdale de gain réduit et d'ouverture importante comme référence, un choix peu judicieux qui a pourtant permis d'obtenir une première image exploitable dans un cône d'observation relativement étroit.

Bien que la présence de motifs géométriques sur cette image soit plus qu'encourageante et prouve que nous sommes sur la bonne voie, une analyse détaillée notamment juste à gauche de la flèche qui pointe vers le nord laisse présager d'un problème lorsque nous plaquons nos mesures sur un fond de cartes : les

motifs géométriques sont proches mais ne se superposent pas avec la carte, avec un écart d'autant plus grand que l'on s'écarte de l'axe de visée de l'antenne de surveillance. Il faut donc améliorer le modèle de projection.

## 5.2 ... en coordonnées géographiques

La dernière subtilité est que ce calcul de compression en distance et azimutale se fait dans le plan contenant la trajectoire du satellite et les récepteurs au sol, alors que nous voudrions une projection dans le plan tangent à la surface de la Terre qui permettrait de se raccorder à un système de coordonnées géographiques (Fig. 10). Connaissant l'altitude de vol du satellite et l'angle d'illumination, il est possible de migrer chaque pixel du premier plan vers le second, une opération un peu longue en calcul qui nécessite de trouver une solution numérique pour chaque point mais qui permettra ci-dessous de fournir des images dans un format compatible avec un outil de Système d'Information Géographique (SIG) tel que QGis sans aucun degré de liberté autre que la rotation des images. S'agissant de géométrie en trois dimensions, la représentation graphique sur une feuille en deux dimensions n'est pas aisée et nous laisserons le lecteur se convaincre que connaissant l'altitude  $H = 693$  km du satellite et l'angle d'illumination  $\varphi \simeq 45^\circ$  dont la valeur est fournie avec précision pour chaque survol par le site web Heavens Above, alors la condition d'égalité de la somme des temps de vol satellite-cible et cible-récepteur dans le plan trajectoire-récepteur  $(\alpha, \beta)$  dans le premier cas, et le plan tangent à la surface de la Terre  $(x, y)$  dans le second membre, s'exprime par



**Figure 10:** Propriétés géométriques de la projection du plan contenant les antennes ( $O$ ) et la trajectoire du satellite ( $yO\beta$ ) vers le plan tangent à la surface de la Terre ( $xOy$ )

$$\underbrace{\sqrt{y^2 + (H/\sin \varphi + \beta)^2}}_{\text{satellite-cible}} + \underbrace{\sqrt{y^2 + \beta^2}}_{\text{cible-référence}} = \underbrace{\sqrt{(H/\tan \varphi + x)^2 + y^2 + H^2}}_{\text{satellite-cible}} + \underbrace{\sqrt{x^2 + y^2}}_{\text{cible-référence}}$$

en choisissant arbitrairement  $\alpha = y$  (ne connaissant pas la position du satellite le long de sa trajectoire, cela suppose "simplement" que l'origine de la carte que nous traçons est centrée sur les récepteurs au sol ... dont nous connaissons la position et qui impose donc l'emplacement de la carte sur un système de projection géographique) et en éliminant à droite et à gauche le terme commun de temps de vol du satellite à l'antenne de référence. Cette équation impose donc de trouver  $\beta$  du plan de départ qui vérifie pour chaque point  $(x, y)$  du plan d'arrivée l'égalité : après avoir cherché maintes approximations et solutions numériques (par exemple par méthode de Newton [21]... qui diverge ici compte tenu du très grand écart des valeurs numériques des différents termes) qui ont échoué, Wolfram Alpha (<https://www.wolframalpha.com/>) nous informe à notre plus grande surprise qu'il existe une solution analytique. En effet en réduisant l'égalité à  $\sqrt{A + (B + \beta)^2} + \sqrt{A + \beta^2} - C = 0$  avec  $A, B$  et  $C$  des termes dépendant de  $x, y, H$  et  $\varphi$  uniquement et donc de valeur numérique constante pour chaque itération, il est possible de trouver la solution  $\beta$  par une équation certes longue mais simple à implémenter dans un langage tel que GNU/Octave ou Python (Fig. 11).

solve(sqrt(A+(B+x)^2)+sqrt(A+x^2)-C=0,x)

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT EXTENDED KEYBOARD EXAMPLES UPLOAD RANDOM

Input interpretation

solve  $\sqrt{A+(B+x)^2} + \sqrt{A+x^2} - C = 0$  for  $x$

Results  Step-by-step solution

$$x = \frac{-\sqrt{4AB^2C^2 - 4AC^4 + B^4C^2 - 2B^2C^4 + C^6} - B^3 + BC^2}{2(B^2 - C^2)}$$

$$x = \frac{\sqrt{4AB^2C^2 - 4AC^4 + B^4C^2 - 2B^2C^4 + C^6} - B^3 + BC^2}{2(B^2 - C^2)}$$

FIGURE 11 – Solution fournie par Wolfram Alpha à l'équation qu'il faut résoudre pour projeter la carte des cibles sur un plan tangentiel à la surface de la Terre.

Cette étape de migration peut paraître triviale en fin de chaîne de traitement mais permet de convertir des mesures en unités arbitraires dans le plan contenant la trajectoire du satellite et le récepteur vers un plan tangent à la surface de la Terre. Le problème pourrait paraître simple puisqu'il s'agit d'une projection qui respecte le théorème de Pythagore, mais en incidence oblique l'expression est un peu ardue bien qu'une solution analytique ait été identifiée. Cette étape de projection peut ou ne pas être utile : lors de mesures sub-surfaces par RADAR de sol (GPR pour *Ground Penetrating RADAR*), il est souvent plus aisé d'analyser les hyperboles produites par une cible ponctuelle alors que l'émetteur et le récepteur se déplacent à la surface pour identifier des cavités ou interfaces sub-surfaces, au détriment de la rigueur sur la géométrie des réflecteurs. Les hyperboles du GPR sont très similaires au problème qui nous intéresse ici puisque résultant du motif solution de  $c^2 \times t^2 = (x - x_c)^2 + z_c^2$  avec  $(x_c, z_c)$  la position du réflecteur enterré,  $x$  la position du RADAR à la surface et  $t$  le temps de vol de l'onde électromagnétique se propageant à vitesse  $c$  dans le sol. Lors du mouvement du RADAR  $x$  en surface au dessus de la cible statique, le motif des échos  $t(x)$  est une hyperbole, solution de cette équation, qui peut se migrer en une cible ponctuelle selon les diverses méthodes classiques [22]. Cette problématique est d'autant plus intéressante qu'elle rend l'axe des abscisses et ordonnées (*range* et *azimuth*) dépendantes l'une de l'autre et toute erreur de formulation se traduit par une erreur dans les deux axes. De la même façon, toute erreur de paramétrage, par exemple sur  $H$  mais surtout sur  $\varphi$  qu'il faut adapter pour chaque passage, se traduit par une erreur à la fois sur la distance et sur l'azimut, la rendant facilement visible.

## 6 Résultats

Nos premiers essais avec une architecture à deux antenne sont illustrés en Figs. 9 et 12 pour mettre en évidence les erreurs de débutant. Dans ce montage, deux antennes sont utilisées, l'une visant le satellite (référence, gauche) et l'autre les cibles (surveillance, droite). Inquiet de ne pas avoir assez de gain du signal rétrodiffusé par les cibles tout en considérant le signal venant du satellite puissant, nous avons sélectionné une antenne cornet (*horn antenna*) de fort gain (20 dB) A-Infomw LB-159-20-C-SF comme antenne de surveillance et une antenne hélicoïdale comme antenne de référence. Ces deux choix sont erronés : alors que le signal direct du satellite ne sera reçu que pendant un temps très court et donc dans une ouverture angulaire étroite compatible avec l'antenne cornet – le satellite parcourt en 5 secondes une distance de 37,5 km qui à une distance de  $700/\cos(45^\circ) = 980$  km se traduit par une ouverture angulaire de  $2,2^\circ$ , bien moins que les  $16$  à  $18^\circ$  de l'antenne cornet de 20 dB de gain – il est souhaitable de recevoir les signaux réfléchis par les cibles dans une couverture angulaire aussi large que possible. Par ailleurs, la qualité du signal de référence détermine directement le rapport signal à bruit sur la détection des cibles, une autre bonne raison pour sélectionner l'antenne cornet comme antenne de référence et non de surveillance. Malgré ces erreurs, les structures géographiques des environs de Besançon illuminées par Sentinel1 restent identifiables sur l'image (Figs. 9 et 12, milieu). On notera que la distance d'une quinzaine de mètres entre le balcon qui supporte l'antenne de surveillance (droite) et la cage d'escalier dans laquelle se trouve l'antenne de référence (gauche) ne pourra être couvert à 5,405 GHz par un câble

coaxial de qualité médiocre aux fréquences micro-ondes tel que RG-58 (plus de 30 dB de pertes) mais qu'un câble de bonne qualité tel que LMR-400 (moins de 6 dB de pertes sur cette longueur) utilisé ici sera indispensable.

Dans ce premier exemple de la Fig. 9, non seulement la géométrie des antennes choisies est peu judicieuse, mais en plus l'image obtenue par transformée de Fourier inverse a "simplement" été déformée par homothétie en abscisse et ordonnées – en l'absence de coordonnées géographiques avant projection sur la plan tangent à la surface de la Terre tel que expliqué en section 5.1 – et tournée en imposant la localisation des récepteurs sur le balcon de l'appartement de l'auteur.

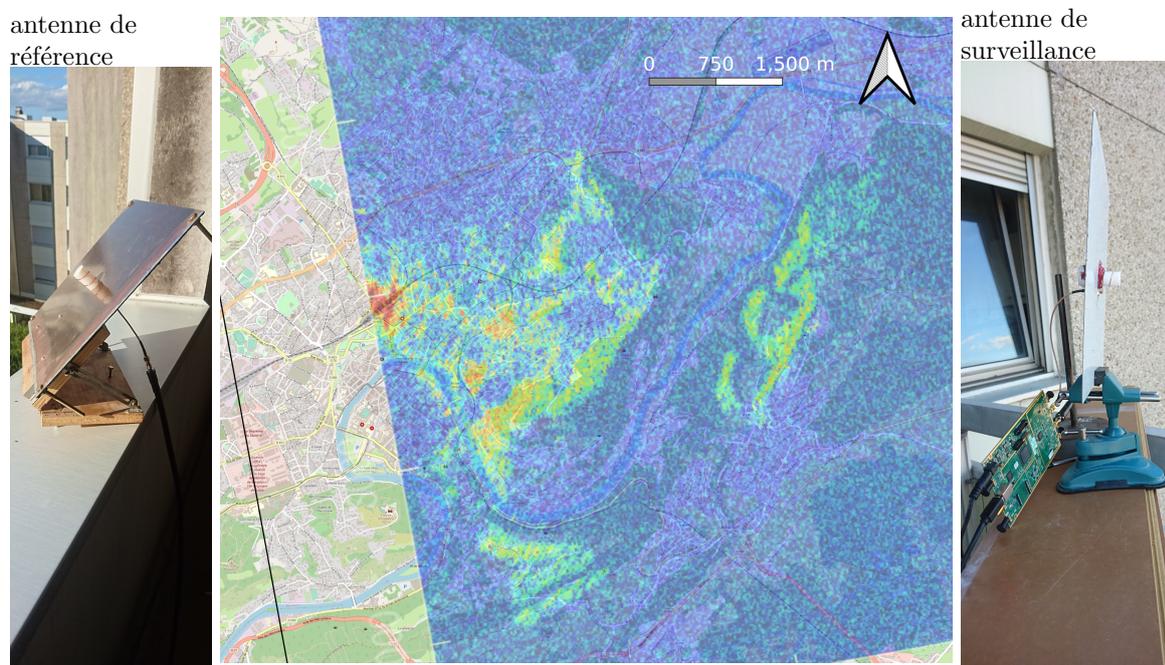


FIGURE 12 – Mesures depuis le même site – le balcon de l'appartement de l'auteur – cette fois avec une antenne hélicoïdale d'ouverture angulaire importante comme antenne de surveillance. Noter la cohérence des motifs des réflecteurs avec ceux de la Fig. 9. L'antenne de référence reste une antenne hélicoïdale plus facile à installer rapidement dans la cage d'escalier sans risquer de blesser un passant maladroit qui trébucherait sur le câble coaxial et se blesserait avec l'antenne cornet plus imposante.

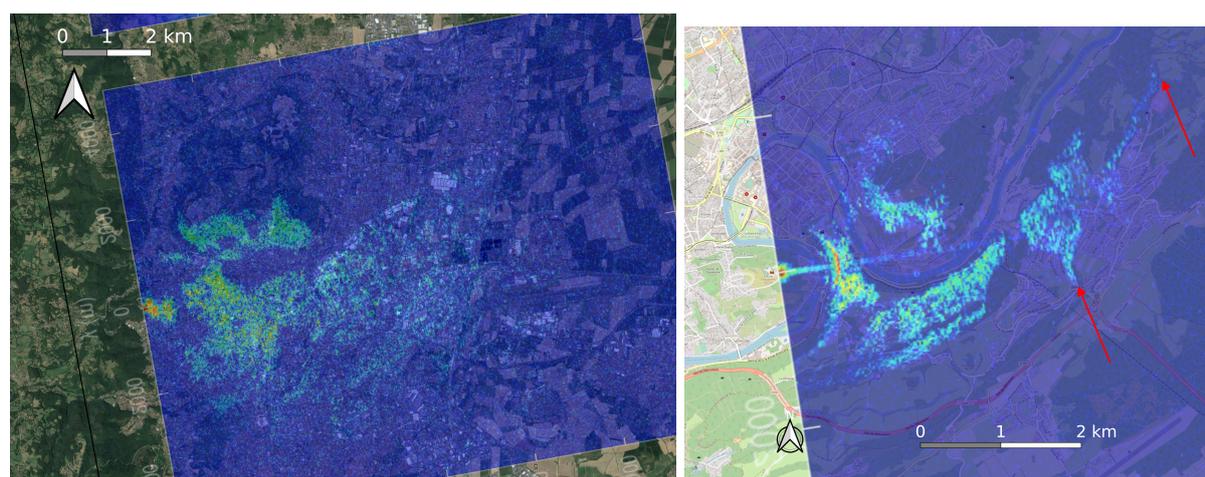


FIGURE 13 – Gauche : mesure acquise à Clermont-Ferrand depuis le point de vue de la Pierre Carrée sur la route menant au Puy de Dôme avec le montage illustré en Fig. 3 (gauche). Droite : mesure acquise à Besançon depuis le Fort de Chaudanne, face à la Citadelle et ses falaises faisant office de réflecteurs efficaces, au moyen du système de mesure illustré en Fig. 3 (droite). Les deux flèches rouges mettent en évidence l'excellent accord entre la position de Morre (bas) et les falaises de Montfaucon (haut) avec les réflecteurs observés.

Les mesures ont été répétées depuis divers sites, toujours en nous positionnant en altitude afin de limiter l'impact d'obstacles entre les cibles et le récepteur, sans pour autant tenir compte de cette

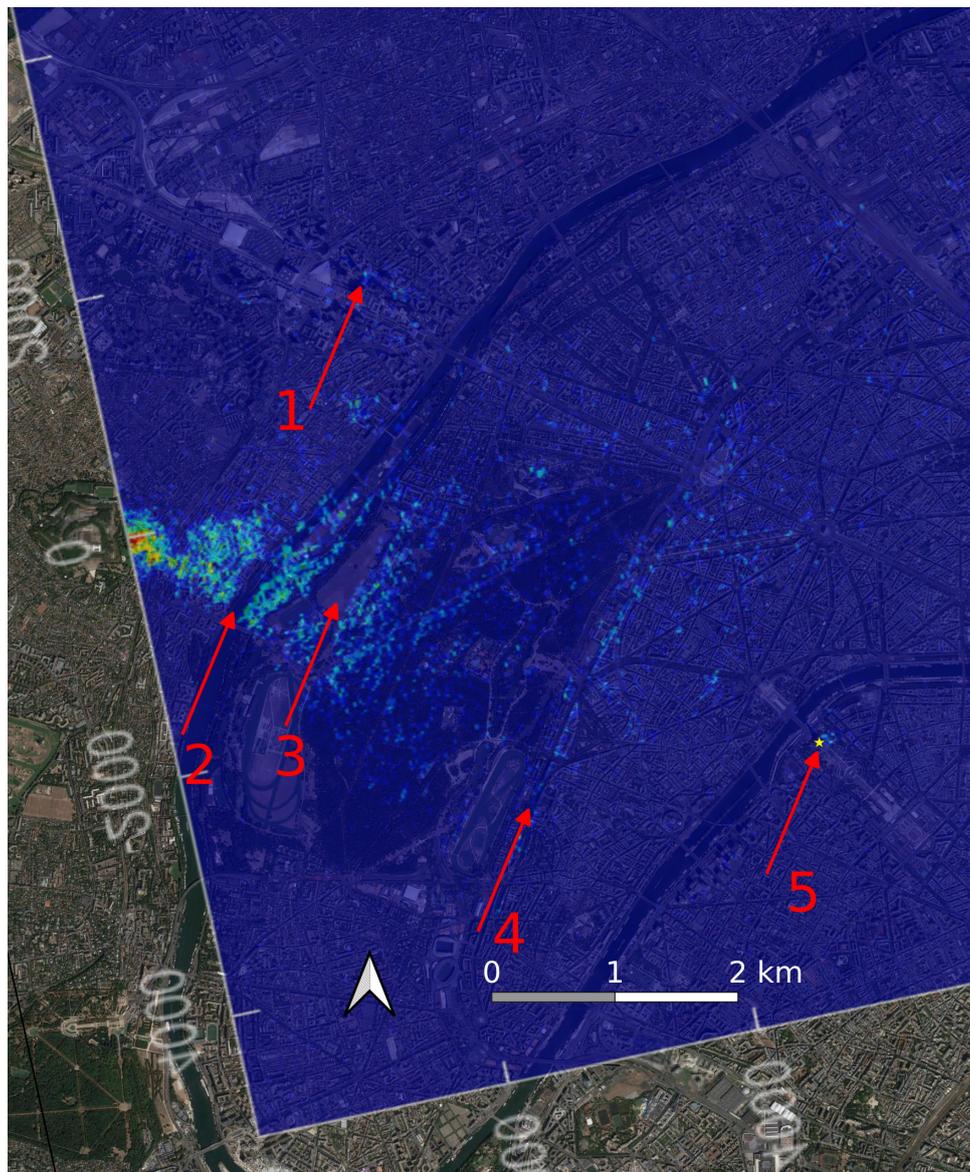


FIGURE 14 – Mesures depuis le Mont Valérien à l’Ouest de Paris au cours d’un passage ascendant de Sentinel1 qui illumine donc vers l’Est. En haut la panorama annoté pris depuis le site d’observation, et en bas à gauche le résultat du traitement : 1 représente le quartier de La Défense avec ses tours, 2 la Seine, 3 la plaine de jeu du bois de Boulogne et ses stades de football et rugby, 4 une des avenues rectilignes du Bois de Boulogne, et 5 la Tour Eiffel dont la position est marquée par une étoile.

différence d’élévation dans le modèle de projection : Fig. 13 illustre le cas de Clermont-Ferrand et le point de vue de la Pierre Carrée qui surplombe la ville, ainsi que le Fort Chaudanne qui surplombe Besançon. L’acquisition depuis le point de vue à proximité du Mont Valérien à l’Ouest de Paris (Fig. 14), au cours d’un passage ascendant pendant lequel Sentinel1 illumine vers l’Est, nous permet d’observer les réflecteurs majeurs dans une circonférence de quelques kilomètres autour des récepteurs, sans pour autant atteindre la butte de Montmartre et le Sacré Cœur, probablement trop éloignés. La Tour Eiffel, une masse imposante de métal est clairement observable, comme un réflecteur à sa position nominale, et nos hypothèses [18] sur un effet de *layover* [19] dans lequel le sommet de la tour réfléchit le signal électromagnétique avant sa base, 360 m plus bas, était erronée et uniquement attribuable à une erreur dans la calcul de la migration des données lors de la projection sur le plan tangentiel à la surface de la

Terre.

Pour conclure cette série de démonstrations expérimentales, la portabilité et l'efficacité du système sont validés au Spitsberg, dans un environnement où le poids et le volume des bagages sont contraints. Le montage tient dans un sac à dos et se déploie en quelques minutes sur site (Fig. 15, haut) pour un résultat de mesure passive par RADAR bistatique tout à fait en accord avec le signal obtenu par Sentinel1 lors de son survol du site d'observation (Fig. 15, bas). Sur cette image, l'arrière plan fournit le contexte géographique de Google Earth, l'image en tons de gris est la carte de réflectivité des cibles obtenue par Sentinel1, et la couleur indique les réflecteurs détectés par le RADAR passif. Les montagnes imposantes visibles sur Fig. 15, haut-droite, sont clairement visibles sur la mesure par RADAR passif à un emplacement en accord avec la mesure de Sentinel1.

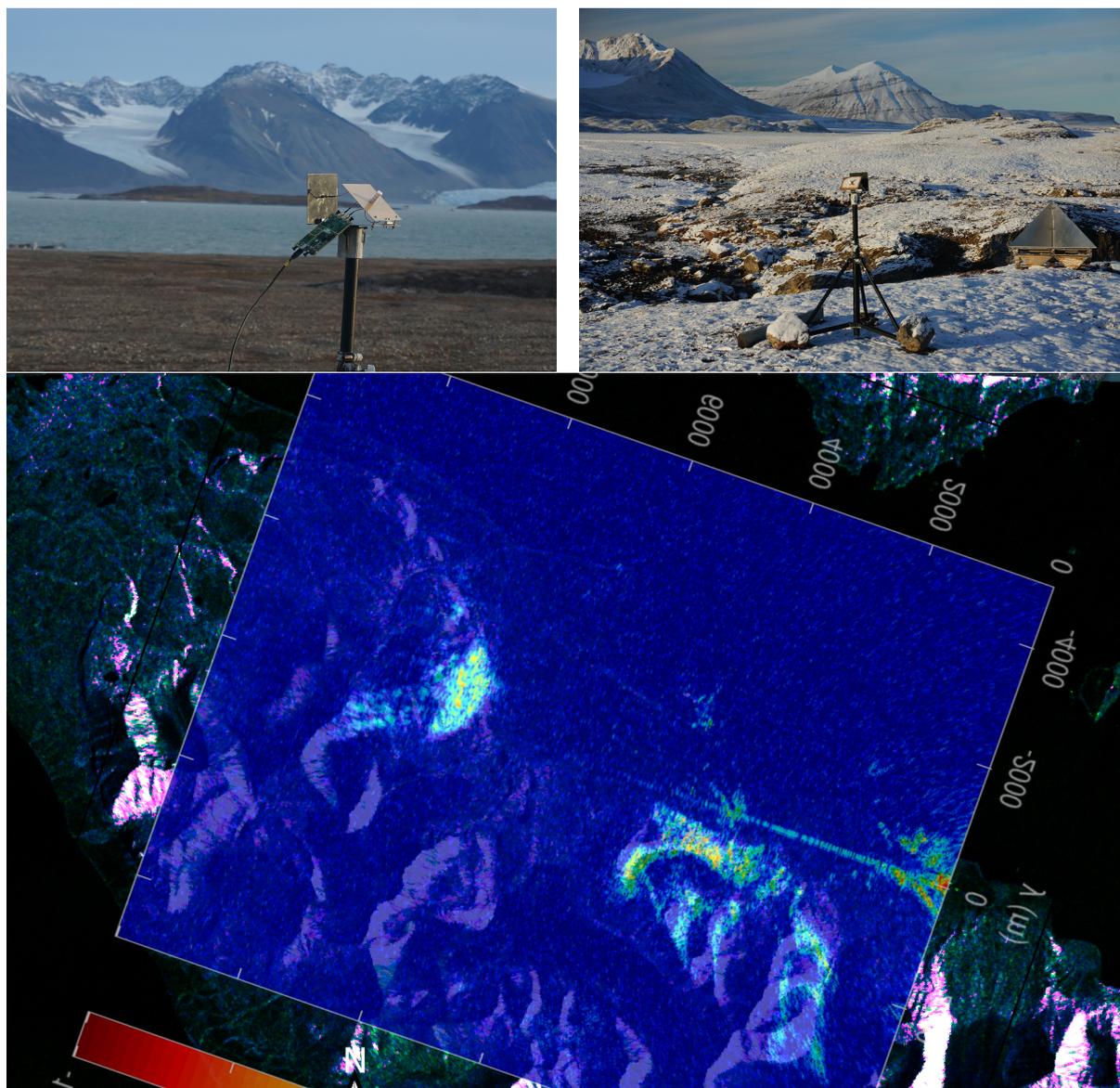
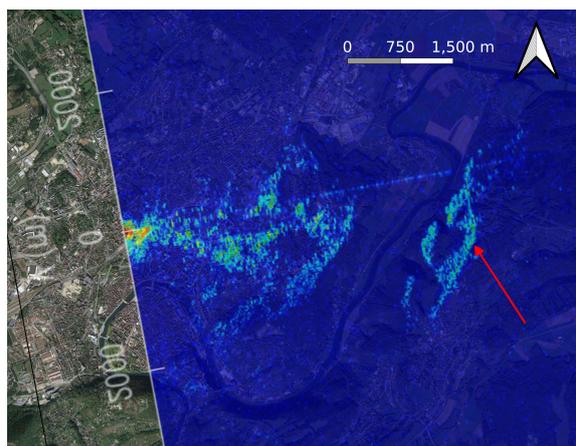


FIGURE 15 – Haut-gauche : le montage de RADAR bistatique déployé au Spitsberg, avec l'antenne de référence à droite orientée vers le ciel et l'antenne de surveillance face aux réflecteurs potentiels. La B210 est connectée aux deux antennes prête pour acquérir une minute de signal. Haut-droite : les montages de la presqu'île de Brøgger feront office de réflecteurs, au même titre que le catadioptre visible en premier plan mais dont le signal ne sera pas analysé ici. Bas : carte de la puissance du signal réfléchi, en tons de gris le signal détecté par Sentinel1 en mode IW (*Interferometric Wide*, donc "haute résolution") le 3 Octobre 2021, et en couleur la mesure par RADAR passif bistatique lors du survol du 4 Octobre. Nous *supposons* que les réflecteurs dans la mer sont des glaçons vêlés par les glaciers à front marin au fond de la baie (*fjord*), sans certitude en l'absence de photographie prise simultanément. Contexte géographique en arrière plan : Google Earth.

## 7 Conclusion

Nous nous sommes efforcés de démontrer une implémentation à coût réduit – B210 et Raspberry Pi4 avec une antenne réalisée sur un support de teflon aisément récupérable – d’un récepteur de radio logicielle exploité pour une application de RADAR passif bistatique. Le coût réduit ne retire rien à la subtilité du traitement du signal mis en œuvre, dont la validité est mise en évidence par la cohérence des cartes de réflecteurs superposées sur des images aériennes des sites observés (Fig. 16). Ainsi, l’application pédagogique est avérée sur une expérience accessible aux expérimentateurs intéressés par ce sujet. On pourra s’interroger pourquoi tous les exemples illustrant les traitements sont orientés vers l’Est : simplement les passages ascendants de Sentinel1 au-dessus de la France se déroulent en fin d’après midi, bien plus simples à acquérir depuis des sites distants que les passages descendants illuminant vers l’Ouest qui se déroulent tôt le matin.



**Figure 16:** Jeu de données de la Fig. 9 correctement projetés : la flèche rouge attire l’œil sur la zone qui portait à contestation avant projection. Comparer avec Fig. 12 pour observer la cohérence des deux mesures prises à des dates distinctes avec des antennes différentes depuis le même site.

Une zone dégagée est nécessaire pour obtenir des échos réfléchis par les cibles au sol sans avoir été atténués par des obstacles à proximité des récepteurs, d’où la recherche de points élevés (point de vue de Clermont-Ferrand, Mont Valérien à Paris, colline de Planoise ou Chaudanne à Besançon) lors de ces mesures. Le système est suffisamment léger et peu gourmand en ressources pour être emmené par drone : cette perspective n’a pas (encore) été mise en œuvre mais semble envisageable pour s’affranchir de la contrainte sur le site d’observation, le vecteur de vol ne devant rester stationnaire en altitude que quelques secondes.

L’ensemble des logiciels et scripts de traitement décrits dans ce document est disponible à [https://github.com/jmfriedt/sentinel1\\_pbr](https://github.com/jmfriedt/sentinel1_pbr).

## Remerciements

Les recherches bibliographiques pour nos activités de développement ne sauraient aboutir sans Library Genesis [4], une ressource incontournable. L’acquisition du matériel ayant permis ce projet a été en partie financée par le Centre National d’Études Spatial (CNES) au travers du projet R-S18/LN-0001-036 tandis que le voyage au Spitsberg a été financé par l’Institut polaire Paul Émile Victor (IPEV) dans le cadre du projet PRISM.

## Références

- [1] L. Arenschiold, *SpaceX satellite signals used like GPS to pinpoint location on Earth* (22/09/2021) à <https://news.osu.edu/spacex-satellite-signals-used-like-gps-to-pinpoint-location-on-earth>
- [2] C. Deluzarche, *Des chercheurs créent leur propre système de GPS en piratant des satellites* (07/10/2021) à <https://www.futura-sciences.com/tech/actualites/piratage-chercheurs-creent-leur-propre-systeme-gps-piratant-satellites-93962/>
- [3] M. Neinavaie & al., *Exploiting Starlink Signals for Navigation : First Results*, Proc. ION GNSS (2021) à <https://www.ion.org/publications/abstract.cfm?articleID=18122>
- [4] Library Genesis à [gen.lib.rus.ec](http://gen.lib.rus.ec)
- [5] A. Anghel & al., *Bistatic SAR imaging with Sentinel-1 operating in TOPSAR mode*, 2017 IEEE Radar Conference
- [6] G. Goavec-Merou, J.-M Friedt, “On ne compile jamais sur la cible embarquée” : Buildroot propose GNU Radio sur Raspberry Pi (et autres), *Hackable* **37** (Avril-Mai-Juin 2021)
- [7] J.-M Friedt, P. Abbé, *Parler à un RADAR spatioporté : traitement et analyse des données de Sentinel1*, *GNU/Linux Magazine France* 246 (Mars 2021)
- [8] S. Guinot, J.-M Friedt, *La réception d’images météorologiques issues de satellites : utilisation d’un système embarqué*, *GNU/Linux Magazine France*, Hors Série 24 (2006)

- [9] J.-M. Friedt, *Décodage d'images numériques issues de satellites météorologiques en orbite basse : le protocole LRPT de Meteor-M2*, GNU Linux Magazine France (2019), en 3 parties
- [10] D. Estevez, *Decoding Interplanetary Spacecraft*, tutoriel GNU Radio Conference (2019) à <https://www.youtube.com/watch?v=RDbS6l4rMhs>
- [11] J. Rosen, *Shifting ground*, Science **371** (6532), pp. 876-880 (2021) annonce plus de 60 RADARs spatioportés dans les années à venir
- [12] J. Blumenfeld, *Getting Ready for NISAR - and for Managing Big Data using the Commercial Cloud* (2 Oct. 2017) à <https://earthdata.nasa.gov/learn/articles/tools-and-technology-articles/getting-ready-for-nisar>
- [13] S. Prager & al., *Ultrawideband Synthesis for High-Range-Resolution Software-Defined Radar*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **69** 3789–3803 (2020)
- [14] O. Toker & al., *A Synthetic Wide-Bandwidth Radar System Using Software Defined Radios*, 7th International Electronic Conference on Sensors and Applications (15–30 November 2020)
- [15] S.T. Peters & al., *In Situ Demonstration of a Passive Radio Sounding Approach Using the Sun for Echo Detection*, IEEE Trans. Geosci. and Remote Sensing **56** (12) 7338 (Dec. 2018)
- [16] C.A. Balanis, *Antenna Theory – Analysis and design, 3rd Ed.*, Wiley Interscience (2005)
- [17] <https://hforsten.com/synthetic-aperture-radar-imaging.html>
- [18] J.-M. Friedt, W. Feng, *Passive bistatic RADAR using spaceborne Sentinel1 non-cooperative source, a B210 and a Raspberry Pi4*, GNU Radio Conference (2021) à <https://youtu.be/BaRgx5ehd0w?t=7960>
- [19] *Remote sensing and SAR radar images processing – Physics of radar*, p.40, ESA/CNES à [https://earth.esa.int/c/document\\_library/get\\_file?folderId=226458&name=DLFE-2127.pdf](https://earth.esa.int/c/document_library/get_file?folderId=226458&name=DLFE-2127.pdf)
- [20] [https://github.com/jmfriedt/sentinel1\\_level0](https://github.com/jmfriedt/sentinel1_level0)
- [21] J.-M. Friedt, *Arithmétique sur divers systèmes embarqués aux ressources contraintes : les nombres à virgule fixe*, GNU/Linux Magazine France Hors Série 113 (Mars 2021)
- [22] G. Charvat, *The Range Migration Algorithm (RMA)*, section 4.2 de *Small and Short-Range Radar Systems*, CRC Press (2014)