

Le temps et son transfert par satellite géostationnaire : réception avec une parabole de télévision et d'une radio logicielle

J.-M Friedt, FEMTO-ST département temps-fréquence, Besançon, 20 août 2022

Nous explorons la réception de signaux émis depuis les Observatoires de métrologie du temps et de fréquences européens et rediffusés par satellite géostationnaire en traitant le signal reçu sur une parabole de télévision au moyen d'une radio logicielle.

Le temps atomique international est défini par la comparaison de nombreuses horloges distribuées sur divers continents. Avec sa vitesse d'escargot de 300 m par microseconde, la lumière (ou toute autre onde électromagnétique) a bien du mal à servir de vecteur d'échange d'informations temporelles avec une exactitude sub-nanoseconde telles que l'exigent nombre d'applications technologiques actuelles sur des distances aussi grandes que quelques kilomètres à milliers de kilomètres. Tous les jours, les instituts nationaux de métrologie du temps et de fréquence échangent des informations permettant de compenser le temps de vol de l'onde électromagnétique du sol à un satellite géostationnaire et de nouveau vers le sol et d'observer la dérive de leurs horloges respectives. Pourrions nous profiter de ces liaisons pour synchroniser nos propres horloges, et ce à investissement financier raisonnable ? Nous allons démontrer comment détourner une parabole de réception de télévision par satellite, munie d'une radio logicielle, pour recevoir et décoder ce signal.

1 Introduction

Temps et fréquence sont deux grandeurs étroitement liées : la fréquence (exprimée en hertz) est l'inverse du temps (exprimée en seconde). Cette définition formelle, digne d'un dictionnaire de la langue française ainsi que le propose le Robert avec pour le temps "(Grandeur mesurable) La division du temps en années, mois, semaines, jours, heures, minutes, secondes." et pour la fréquence "(Sciences) Nombre de périodes ou de cycles complets de variations qui se succèdent en une seconde.", n'apporte aucune précision sur la complexité technologique d'échanger le temps face à la trivialité du concept de fréquence. Un point clé qui différencie ces deux grandeurs est l'encombrement spectral nécessaire à échanger une information spectrale (fréquence) ou temporelle (temps) : alors que la fréquence est caractérisée par une sinusoïde continue aussi reproductible que possible d'une période à l'autre – donc de transformée de Fourier représentée par un Dirac dans le domaine spectral – le temps implique de distinguer l'évolution du signal, et nous verrons que cette opération est intrinsèquement une opération large bande gourmande en ressources spectrales. Technologiquement, les deux opérations sont orthogonales et les préceptes pour transmettre ces deux informations sont très différents (Fig. 1).

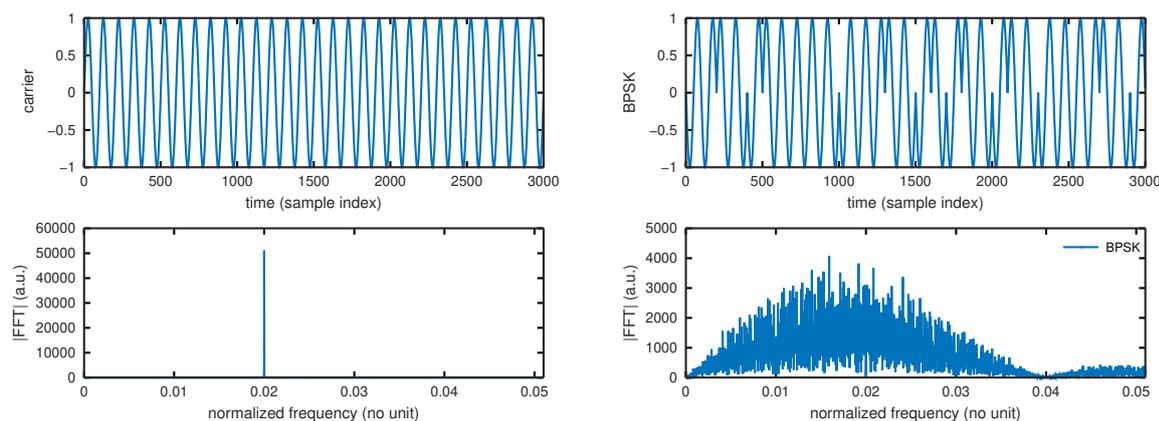


FIGURE 1 – Gauche : une onde continue (*Continuous Wave*, CW) ne porte qu'une information de fréquence mais aucune information temporelle, toutes les périodes se ressemblent. Droite : en vue de distinguer les périodes successives, une rotation de phase, ici 0 ou π pour une modulation BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) peut être appliquée à la porteuse CW. La longueur de la séquence sans répétition donne l'incertitude sur la mesure de temps lors de la corrélation du signal reçu avec le motif aléatoire *mais connu* de la phase appliquée sur la porteuse. En haut l'évolution temporelle du signal et en bas son spectre, mettant en évidence que la résolution temporelle est inversement proportionnelle à la bande passante occupée par le signal.

Formellement, une fréquence f est la dérive linéaire de la phase Φ dans l'expression d'un signal périodique v en fonction du temps t de la forme $v(t) = \sin(\Phi)$ où $\Phi = 2\pi ft + \varphi(t)$, $\varphi(t)$ fluctuation aléatoire de la phase. Le signal v est en bande étroite, présentant un spectre dont la composante spectrale se situe en f mais étalée à cause de φ autour de la porteuse. Les métrologues de la fréquence cherchent d'une part à connaître la position de f le plus exactement possible et sans fluctuations d'une mesure à l'autre, tandis que les utilisateurs de signaux radiofréquences (e.g. communications numériques ou mesures RADAR) cherchent à conserver f aussi stable que possible pendant que l'onde se propage entre les deux interlocuteurs ou l'émetteur, la cible et le récepteur afin que toute variation de fréquence du signal reçu puisse être attribuée de façon univoque à l'information portée – modulation de phase ou vitesse de la cible induisant un décalage Doppler – et non aux fluctuations de l'oscillateur local. La fréquence est donc une grandeur peu intéressante puisqu'elle n'évolue pas et nous cherchons simplement à reproduire aussi fidèlement que possible le processus d'une période à l'autre, par exemple au moyen de résonateurs de facteur de qualité aussi important que possible pour emmagasiner un maximum d'énergie et le rendre insensible aux perturbations externes (Fig. 1, gauche).

Le temps est beaucoup plus intéressant car est intrinsèquement une grandeur large bande, de grande occupation spectrale, ou en d'autres termes la résolution temporelle dt est l'inverse de la bande passante B : en RADAR, la résolution spatiale est $c/(2B)$ puisque la résolution de mesure du double temps de vol (aller-retour, d'où le facteur 1/2) est inverse de la bande passante, le temps étant converti en distance par la vitesse de la lumière $c = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$. Toutes les périodes d'un signal périodique se ressemblent et ne portent aucune information temporelle : il va falloir trouver une astuce pour coder le temps sur la porteuse afin de différencier les périodes les unes des autres. Cette problématique est au cœur de GPS mais de toute liaison radiofréquence partageant le temps en général (Fig. 1, droite) tel que nous le décrirons en section 2.

Les horloges atomiques actuelles utilisées pour définir le temps atomique international (TAI) présentent des stabilités de quelques picosecondes par seconde (10^{-12} de stabilité relative [1]) qu'une approche naïve pourrait nécessiter plusieurs GHz de bande passante – inverse de la résolution temporelle recherchée – pour comparer. Pire, le temps de vol entre le sol, un satellite géostationnaire – choisi pour pointer une parabole fixe comme pour recevoir la télévision, et surtout s'affranchir du décalage Doppler du mouvement du satellite – à 36000 km d'altitude, et le sol, prend 240 ms au minimum. Comment donc occuper une bande passante "raisonnable" (moins qu'une chaîne de télévision qui occupe 30 à 50 MHz d'après ETSI EN 300 421) pour échanger une information horaire entre laboratoires de métrologie respectant ces contraintes ? Si nous comprenons ce mécanisme, peut-être pourrions nous en tirer profit, en comprenant les limitations et les enjeux. Mais plus intéressant, en comprenant la solution à ce problème nous pourrions exploiter les signaux transmis tous les jours et diffusés sur le continent Européen à nos propres fins, par exemple de comparaison et de calage de fréquence d'oscillateurs, voir éventuellement de correction du temps de l'horloge locale de notre récepteur radiofréquence.

Les satellites géostationnaires comme relais de liaisons radiofréquences

Rappelons que l'utilisation des satellites géostationnaires pour communiquer à longue distance est imposée, tel que l'a identifié A.C. Clarke en 1945 [7], par la courbure de la Terre qui impose de placer le relais aussi loin que possible de la surface de la Terre pour couvrir une surface aussi large que possible. Un peu de trigonométrie montre qu'un émetteur placé à une altitude h de la surface de la Terre de rayon R_t permet de communiquer à une distance $R\vartheta$ avec $\cos\vartheta = \frac{R_t}{R_t+h}$: par exemple pour la station spatiale internationale à $h = 400 \text{ km}$ d'altitude, $\vartheta = 2200 \text{ km}$ contre 9100 km pour un satellite géostationnaire à $h = 36000 \text{ km}$. Cette altitude est sélectionnée pour que le satellite orbite au même rythme que la rotation de la Terre et semble donc fixe dans le ciel au cours du temps, facilitant la réception avec une antenne de fort gain et donc très directive qui n'a pas besoin de suivre un objet mobile dans l'espace.

Alors que ce travail est étroitement lié aux activités professionnelles de l'auteur, il en diverge par son objectif de diffusion au public incapable d'émettre mais devant se contenter d'écouter, mais surtout nous avons pris soin de nous assurer que toutes les informations divulguées sont disponibles dans la littérature publiquement accessible tel qu'en atteste la référence bibliographique associée à chaque affirmation. Évidemment en connaissant la réponse, il est beaucoup plus facile de demander à un moteur de recherche de trouver l'information sur internet !

2 Principe du transfert de temps

Pour transformer un signal périodique – une onde électromagnétique par exemple – en vecteur de transfert de temps, il faut **étaler son spectre**. Un signal périodique est caractérisé par trois (en réalité deux) grandeurs : son amplitude, sa fréquence et sa phase (sa fréquence n'étant que la composante de dérive linéaire avec le temps de la phase). Pour distinguer les périodes successives et imprimer une

signature temporelle, nous pouvons jouer sur chaque grandeur, amplitude ou phase. Les opticiens sont obligés de se contenter de l’amplitude, mais en radiofréquence nous pouvons manipuler la phase, bien plus efficace. Dans le cas de GPS, la phase saute entre 0 et π pour imprimer une information binaire (et non “digitale” comme le disent les journalistes, les doigts restent sur le clavier) qui permet de coder le temps. Le rythme auquel ce code se répète – longueur du code en bits dans une approche numérique – détermine l’incertitude sur le temps de vol (*Pulse Repetition Interval* en RADAR) : un code court induit une forte incertitude sur le temps de vol, un code long une incertitude moindre mais nécessite une puissance de calcul plus importante pour être identifié. La vitesse à laquelle le code est émis détermine la résolution avec laquelle le temps de vol sera mesuré. Le signal émis peut être une sinusoïde, mais peut très bien n’être qu’un bruit électromagnétique *tant que l’émetteur a pris soin d’enregistrer le motif émis* en vue d’identifier le retour de ce motif et mesurer son temps de vol tel que nous l’avions discuté dans l’implémentation du RADAR à bruit [2].

En effet, comment trouver le temps de vol entre émission et réception ? Le problème est de trouver un motif $m(t)$ – aléatoire mais *connu* [3] – émis à un instant, dans le signal $s(t)$ bruité reçu : le filtre adapté optimal est la corrélation de s par m exprimé comme

$$xcorr(m, s)(\tau) = \int s(t)m^*(t + \tau)dt$$

avec $*$ le complexe conjugué si nous manipulons des grandeurs complexes tel qu’il est habituel de le faire en radio logicielle en sortie de détecteur IQ, ou en d’autres termes effectuer le produit du motif par le signal décalé dans le temps de τ et rechercher pour chaque τ la puissance moyenne résultante par intégration. Si s et m sont de valeur moyenne nulle, alors leur intégrale vaut 0 sauf si pour un certain retard τ , m se retrouve dans s : dans ce cas les alternances positives se superposent aux alternances positives pour donner un produit positif, mais aussi les alternances négatives se superposent aux alternances négatives pour donner un produit positif à nouveau, et l’intégrale accumule l’énergie dans un pic étroit de corrélation, d’autant plus étroit que le motif émis est de bande passante importante. Ce principe d’étalement de spectre par modulation en phase de la porteuse est utilisé par tous les instruments de transfert de temps, et en particulier les constellations de navigation par satellite, et le transfert de temps et fréquence par satellite géostationnaire n’échappe pas à la règle.

Voici le chemin de l’étude tout tracé

1. apprendre à recevoir le signal micro-onde transmis depuis le sol par les instituts de métrologie et rediffusés sur toute l’Europe (Fig. 2) par le satellite géostationnaire servant à la communication,
2. identifier le codage et la nature des motifs $m(t)$ imprimés sur la porteuse pour transmettre le temps
3. décoder ces signaux et les comparer à l’horloge locale – celle que nous voulons étalonner – qui cadence la radio logicielle [4, 5, 6] servant à la réception des signaux
4. identifier les limitations de l’approche unidirectionnelle, en particulier parce-qu’un satellite géostationnaire que nous croyons fixe dans le ciel danse en réalité autour de son point d’équilibre au ballet des astres qui entourent la Terre, et en particulier le Soleil et la Lune.

Nous ne montrerons pas ici comment synchroniser une horloge, mais comment une parabole de réception de télévision par satellite permet d’observer le mouvement du satellite à une distance de plus de 36000 km du récepteur, et comment ces résultats sont en excellente adéquation avec les mesures diffusées par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) qui centralise les informations collectées chaque jour.

3 Transfert de temps en pratique

Le premier site qui nous fournira nombre d’informations est le dépôt de fichiers du BIPM à https://webtai.bipm.org/ftp/pub/tai/data/2022/time_transfer/twstft/ qui regroupe les informations échangées par les laboratoires primaires de métrologie de temps et fréquence. Les fichiers contenus dans ces répertoires, classés par origine, incluent en entête la fréquence de communication et les coordonnées de la parabole communiquant avec le satellite géostationnaire.

Par exemple https://webtai.bipm.org/ftp/pub/tai/data/2022/time_transfer/twstft/roa/twroa59.729 commence par

```
...
* LAB      ROA
* ES ROA01 LA: N 36 27 51.530      LO: W 006 12 22.333      HT: +0074.67 m
...
* LINK    23 SAT: TELSTAR 11N      NLO: E 322 27 00.000  XPNDR: 999999999 ns
*          SAT-NTX: 10953.9500 MHz  SAT-NRX: 14253.9500 MHz  BW:   4.1 MHz
```

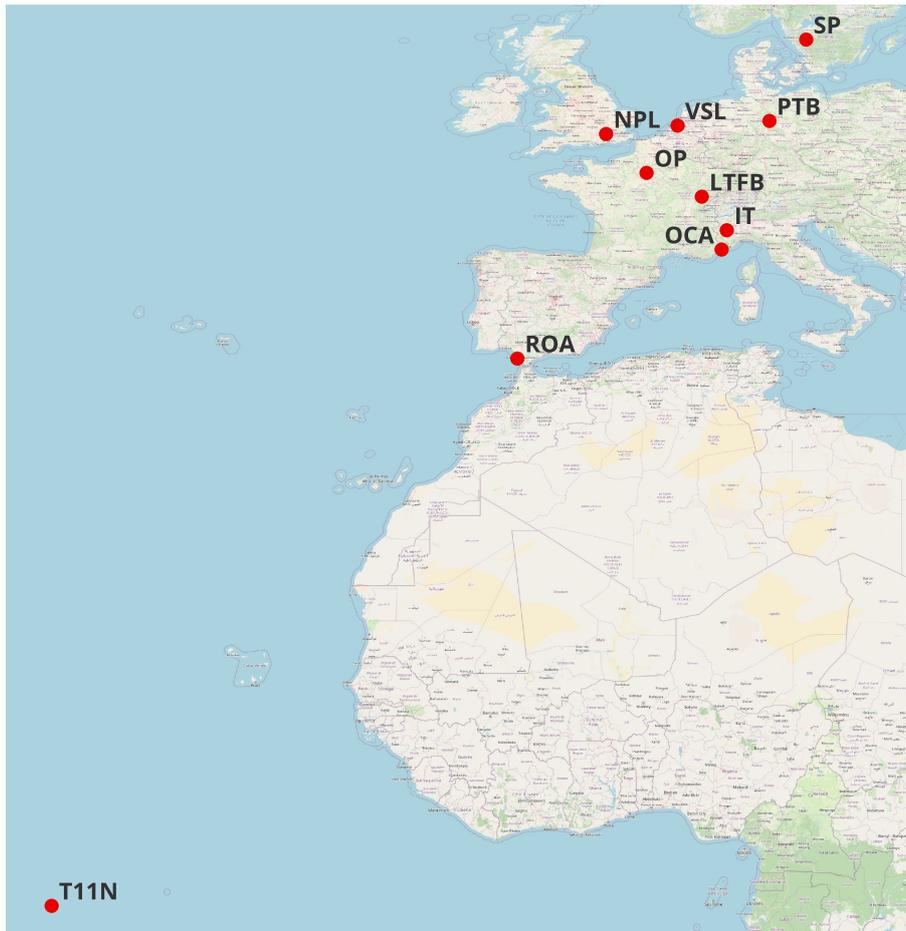


FIGURE 2 – Carte des Observatoires européens chargés de diffuser le temps et la fréquence en Europe, complétée de l'emplacement de Besançon où les mesures sont effectuées (LTFB) ainsi que la position au-dessus de l'Atlantique du satellite géostationnaire Telstar-11N.

nous informe que l'Observatoire de la Marine espagnole (https://en.wikipedia.org/wiki/ROA_Time) se trouve à Cádiz à 36 degrés de latitude nord et 6 degrés de longitude ouest et communique en liaison montante autour de 14 GHz pour recevoir à 10,95395 GHz [8] avec une bande passante de l'ordre de 4,1 MHz. Nous sommes donc informés de quel satellite viser avec la parabole (Telstar-11N [9]) et à quelle fréquence écouter, sur une bande passante largement accessible avec une radio logicielle.

Le pointage de la parabole vers le satellite se fait selon les consignes de <https://www.dishpointer.com/> : depuis Besançon, Telstar-11N situé à 37,5 degrés ouest au dessus de l'Atlantique sera pointé à une élévation de 21,4° et azimuth de 229,7° par rapport au nord magnétique. Avec une parabole de 60 cm de diamètre, la décimale n'a que peu d'importance, l'ouverture de l'antenne étant suffisamment large pour trouver facilement le satellite. On prendra cependant soin de noter que l'orbite géostationnaire est tellement encombrée qu'il est facile de se tromper de satellite en visant le voisin (Fig. 3)! Nous avons en effet passé plusieurs semaines à essayer de détecter un signal du satellite voisin, le pointage manuel étant grossier malgré la

<https://www.n2yo.com/satellites/?c=106&sr=11&dir=1> dishpointer.com

INTELSAT 14	36097	2009-064A	November 23, 2009	1436.1	45° W
USA 7	15453	1984-129A	December 22, 1984	1456.6	44.4° W
INTELSAT 32E (SKY BRASIL 1)	41945	2017-007B	February 14, 2017	1436.1	43.2° W
INTELSAT 11 (PAS 11)	32253	2007-044B	October 5, 2007	1436.1	42.9° W
SESAT 2 (EXPRESS AM-22)	28134	2003-060A	December 28, 2003	1449.3	42.9° W
USA 170	27875	2003-040A	August 29, 2003	1436.1	42.3° W
EUTELSAT 2-F2	21056	1991-003B	January 15, 1991	1455.4	42.2° W
KALPANA 1 (METSAT 1)	27525	2002-043A	September 12, 2002	1464.3	42.1° W
EXPRESS AM-11	28234	2004-015A	April 26, 2004	1451.1	41.5° W
TDRS-12	39504	2014-004A	January 23, 2014	1436	40.9° W
SES-6	39172	2013-026A	June 3, 2013	1436.1	40.5° W
ARABSAT 1D (ANIK D2)	15383	1984-113B	November 8, 1984	1455.9	39.3° W
USA 252	39751	2014-027A	May 22, 2014	1436.1	38° W
TELSTAR 11N	34111	2009-009A	February 26, 2009	1436.1	37.6° W
NSS 10 (AMC-12)	28526	2005-003A	February 3, 2005	1436.1	37.5° W
EUTE 36A (EUTE W4)	26369	2000-028A	May 24, 2000	1462.4	36.7° W
GARUDA 1	26089	2000-011A	February 12, 2000	1441.2	36.7° W
ITALSAT 2	24208	1996-044A	August 8, 1996	1428.9	36.6° W
HISPASAT 36W-1	41942	2017-006A	January 28, 2017	1436.1	36° W
MARECS B2	15386	1984-114B	November 10, 1984	1501.1	35.6° W
THAICOM 1	22931	1993-078B	December 18, 1993	1451.8	35.2° W
INTELSAT 605	21653	1991-055A	August 14, 1991	1449.7	34.5° W
INTELSAT 35E	42818	2017-041A	July 5, 2017	1436.1	34.5° W
AURORA 2	21392	1991-037A	May 29, 1991	1454.3	34.4° W
OPS 6391 (FLTSATCOM 1)	10669	1978-016A	February 9, 1978	1454.5	34.2° W
SPACENET 3R	18951	1988-018A	March 11, 1988	1444.8	34.1° W

Figure 3: Liste des satellites en orbite géostationnaire (vert) autour de Telstar-11N (rouge) prêtant à confusion si le spectre recherché n'est pas connu.

disponibilité d'un analyseur de spectres large bande permettant de facilement visualiser les émissions les plus puissantes de chaque satellite le long de l'équateur. La Fig. 3 illustre cet encombrement avec un satellite tous les $0,3^\circ$ de longitude environ, imposant un pointage précis de la parabole pour trouver le signal recherché (Fig. 4).

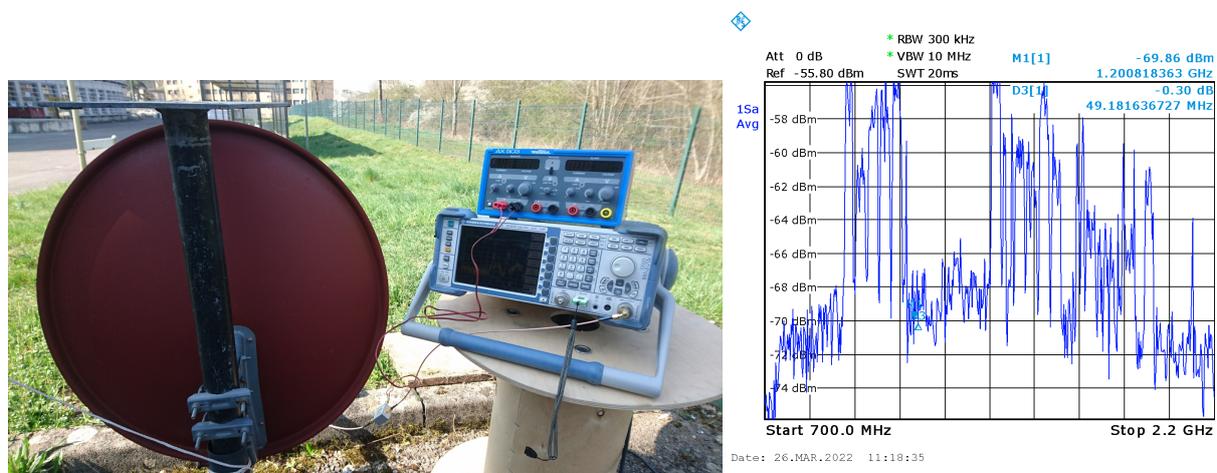


FIGURE 4 – Gauche : recherche du signal de Telstar-11N en observant le spectre du signal issu du récepteur de la parabole pointée selon les consignes de <https://www.dishpointer.com> mais nécessitant un balayage fin de l'équateur céleste pour trouver le bon satellite le long des orbites géostationnaires. Droite : exemple de spectre acquis ... qui s'avère ne pas être le bon satellite mais le voisin de Telstar-11N ! En effet aucune émission n'est visible sous le marqueur situé à 1,2 GHz (voir section 4).

4 Liaisons satellitaires

Les paraboles pour la réception de télévision par satellite ont à une époque fleuri pour maintenant tomber en désuétude avec la diffusion de la télévision numérique terrestre (Fig. 5) ou la fibre optique. Nombre de paraboles abandonnées sont donc disponibles pour de l'expérimentation, pour peu qu'on prenne le temps de comprendre le fonctionnement du bloc de réception qui se trouve au foyer, le LNB (*Low Noise Block*). Malgré son prix ridiculement modique, cet ensemble de circuits électroniques s'acquitte de deux étages d'amplification (micro-onde et radiofréquence), d'un oscillateur local et d'une transposition de fréquence de la bande micro-ondes (10-15 GHz) vers la bande radiofréquence (1-3 GHz). L'oscillateur local est de fréquence nominale 9,75 GHz (Fig. 6), et s'alimente au travers d'un T de polarisation (une inductance sur l'alimentation et un condensateur bloquant la composante DC vers le récepteur radiofréquence) entre 13 et 18 V, la polarisation de l'élément récepteur tournant de 90° entre ces deux tensions. Finalement, injecter dans le T de polarisation un signal audiofréquence à 22 kHz permet de commander l'oscillateur local pour le faire passer à 10,6 GHz, fonctionnalité dont nous ne nous servons pas ici mais qui peut étendre les fonctionnalités du LNB si besoin, par exemple pour écouter la télémétrie des satellites de la constellation Starlink [10]. Nous constatons donc que le signal de Telstar-11N annoncé par le BIPM comme étant émis en liaison descendante à 10953,95 MHz va se retrouver après transposition de fréquence par le LNB à 1204 MHz : c'est cette fréquence de porteuse qu'il nous faudra enregistrer par radio logicielle en sortie de LNB.

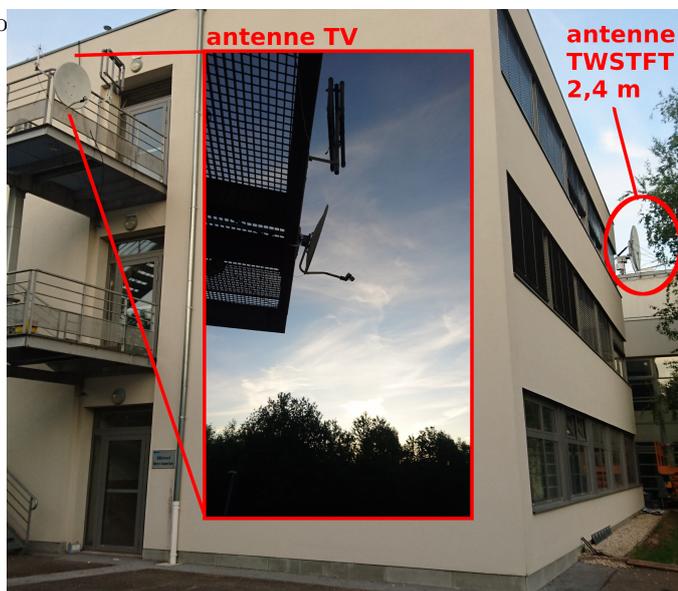
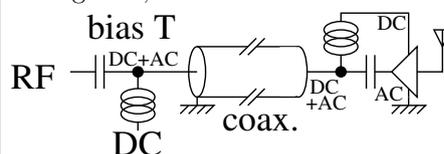


Figure 5: Montage expérimental : une parabole de réception de télévision par satellite (gauche) permettra de recevoir les signaux de Telstar-11N. À droite, la parabole de 2,4 m de diamètre de TWSTFT (*Two Way Satellite Time and Frequency Transfer*) du Laboratoire du Temps-Fréquence de Besançon, référence pour valider les résultats.

Le T de polarisation

Le T de polarisation (*bias-T* décrit à <https://www.youtube.com/watch?v=lxgpm-UXTNY>) est un montage classique en radiofréquence permettant de faire passer deux signaux sur un même câble, l'un de tension continue pour alimenter un amplificateur au plus près de l'antenne et l'autre radiofréquence qui porte l'information de l'antenne au récepteur. Ces deux signaux doivent être séparés aux deux extrémités afin d'une part de ne pas perdre le précieux signal radiofréquence dans l'alimentation et d'autre part ne pas endommager le récepteur en le polarisant avec une tension continue (ce qui risque d'arriver en branchant le T de polarisation à l'envers : bien vérifier le port découplé DC et le port portant la somme des signaux, les inverser à toutes les chances de détruire le récepteur).



Principe du T de polarisation aux deux extrémités d'un câble coaxial, à droite l'antenne et à gauche le récepteur, qui porte sur son âme à la fois l'alimentation DC et le signal radiofréquence RF. Les deux composantes sont séparées aux deux extrémités par le T de polarisation formé d'un condensateur et d'une inductance aux valeurs judicieusement sélectionnées (voir texte).

Le T de polarisation place une inductance (circuit ouvert pour la radiofréquence et court-circuit pour la composante continue) entre l'alimentation et le point commun, tandis qu'un condensateur (circuit ouvert pour la composante continue et court-circuit pour la composante radiofréquence) sépare le point commun et le récepteur. Formellement, l'impédance du condensateur $|Z| = 1/(C\omega)$ à la pulsation angulaire $\omega = 2\pi f$ à la fréquence de fonctionnement f est infinie si $f = 0$ et faible si f est grand, tandis que l'impédance de l'inductance $|Z| = L\omega$ est nulle pour la composante DC $f = 0$ et importante pour f grand. Concrètement, on choisira l'inductance L et le condensateur C tel que $L\omega \gg 1/(C\omega)$ et $1/(C\omega) \ll 50$ avec 50Ω l'impédance caractéristique du récepteur. Si $f \gg 1 \text{ GHz}$, tout condensateur de quelques nanofarads et inductance de quelques microhenrys feront l'affaire.

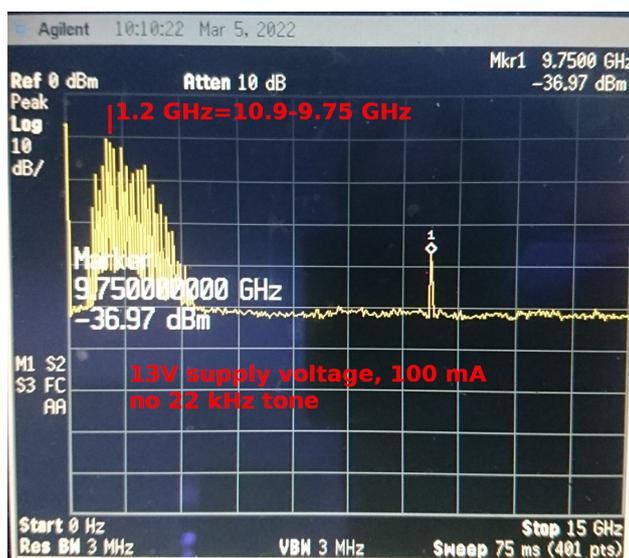


FIGURE 6 – Mesure à l'analyseur de spectre de la sortie d'un LNB alimenté au travers d'un T de polarisation en 13 V (70 mA) lorsqu'une source balaie entre 1 MHz à 10 GHz : la fuite de l'oscillateur local est visible à 9,75 GHz tandis que les filtres passe-bande du LNB limitent les observations entre 0,5 GHz et 2 GHz autour de cet oscillateur local.

Le récepteur de radio logicielle sera programmé sur la fréquence nominale de 1,204 GHz pour recevoir les signaux qui nous intéressent, mais dans la pratique l'oscillateur local du LNB fluctue de quelques centaines de kHz à quelques MHz et la bande passante de la majorité des radio logicielles est insuffisante pour compenser numériquement cet écart à la valeur nominale : il faudra donc peut être rechercher quelques centaines de kHz de part et d'autre de la fréquence nominale de porteuse transposée par le LNB.

Avec une parabole de 60 cm, le signal de Telstar-11N est puissant, même si un "vrai" analyseur de spectre avec 2 GHz de bande facilite la recherche par rapport à la simple radio logicielle. On notera qu'un voisin juste au dessus du signal qui nous intéresse émet continûment et beaucoup plus fort (Fig. 7), facilitant la recherche. Par ailleurs nous avons appris que la bande passante du signal est 4,1 MHz et nous verrons plus bas que nous nous simplifierons la vie en échantillonnant à 5 MS/s : alors que les récepteurs RTL-SDR ne proposent pas une bande passante suffisante (2,4 MS/s seulement), nous

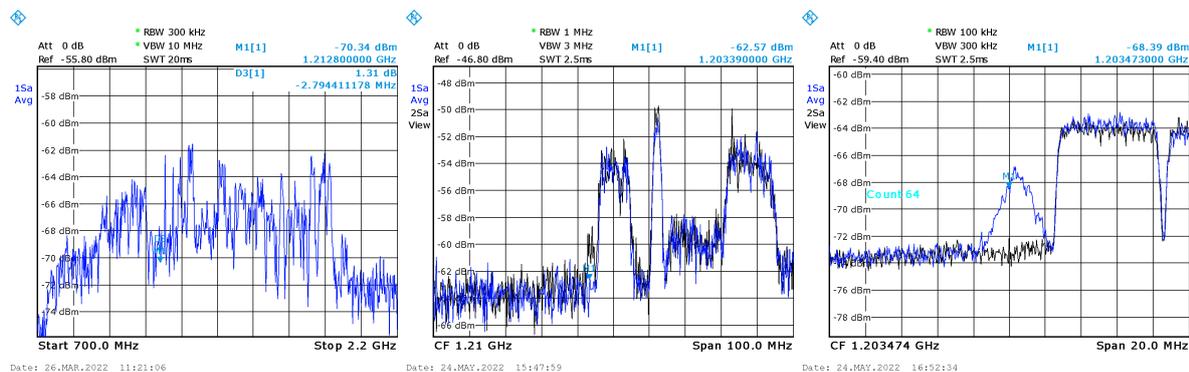


FIGURE 7 – Spectre des signaux émis par Telstar-11N sur des largeurs de bande décroissant de gauche à droite, pour finalement focaliser (droite) sur le signal émis par les modems des Observatoires, en bleu au cours d’une émission et en noir le plancher de bruit en l’absence d’émission.

utiliserons au cours des mesures présentées ici un récepteur Ettus Research B210. Nous avons cependant vérifié qu’un clone de SDRPlay, RSP1, convient pour le décodage des signaux acquis sur une bande passante de 8 MHz après avoir câblé l’entrée en bande L entre 1 et 2 GHz (voir [11] dans ce même numéro), et nombre d’autres récepteurs de radio logicielle un peu plus onéreux conviendront (HackRF, PlutoSDR ...).

Taille des paraboles de communication satellitaires

Les laboratoires de métrologie, dont le Laboratoire de Temps-Fréquence de Besançon, s’équipent à grands frais de paraboles de 2,4 m de diamètre au moins (Fig. 5). Pourquoi une installation aussi complexe et volumineuse quand une simple parabole de télévision de 60 cm de diamètre suffit ? Le gain n’est pas tout. La norme des VSAT (*Very Small Aperture Terminal*) impose que lors de l’émission du sol vers un satellite, seul le satellite visé soit illuminé et pas ses voisins. Or vu la densité de satellites sur l’orbite géostationnaire, il faut viser juste – mieux que $0,5^\circ$. Étant donné que le faisceau émis par une antenne est d’autant plus fin que l’antenne est grande, cette contrainte en émission ne peut être respectée qu’avec une antenne d’au moins 2,4 m de diamètre, et ce au bénéfice d’un gain supérieur aux besoins. Wikipedia justifie d’ailleurs ainsi la montée en fréquence pour réduire les dimensions d’antennes tout en maintenant un faisceau étroit puisque https://en.wikipedia.org/wiki/Ku_band explique que “A major attraction of the band over lower frequency microwave bands is that the shorter wavelengths allow sufficient angular resolution to separate the signals of different communication satellites to be achieved with smaller terrestrial parabolic antennas.” Ces points sont décrits en détail dans les consignes de réalisation des *Very Small Aperture Terminals* (VSAT) de Eutelsat à [12], beaucoup plus loquace que Telstar sur ce point.

Ayant obtenu un spectre d’un signal occupant une bande passante relativement large – 4,1 MHz – il nous faut nous convaincre qu’il s’agit du bon signal : nous pouvons commencer par vérifier qu’il s’agit d’un signal modulé en modulation de phase binaire BPSK en observant le spectre du signal mis au carré. En effet, un signal modulé en phase $\varphi(t)$ mais avec un écart $\delta\omega$ entre la porteuse émise et l’oscillateur local du récepteur présente une expression de la forme $s(t) = \exp(j(\delta\omega t + \varphi))$ tel que $s^2(t) = \exp(j(2\delta\omega t + 2\varphi))$ et puisqu’en BPSK $\varphi(t) = \{0, \pi\}$ alors $2\varphi = \{0, 2\pi\} = 0[2\pi]$ donc l’étalement du spectre par la modulation a été annulé et toute l’énergie du signal se trouve dans une porteuse pure à $2\delta\omega$ sur le spectre (Fig. 8, gauche). La vraie preuve que nous avons bien identifié les signaux et sommes capables de les décoder vient de la capacité à identifier périodiquement les pics de corrélation du motif transmis dans le signal reçu (Fig. 8, droite) : ce point est développé en section 5.

Décoder les signaux communiqués par les radiomodems au sol nécessite d’exactement compenser l’écart entre l’oscillateur local émetteur et l’oscillateur local récepteur : Fig. 9 illustre notre approche en considérant que chaque Observatoire s’est vu attribuer un décalage de fréquence porteuse [13] et qu’en faisant l’hypothèse que la composante spectrale pure à la plus basse fréquence du signal mis au carré correspond aux espagnols de ROA, nous déplaçons tous le spectre (multiplication du signal par $\exp(j2\pi\delta f t)$ avec δf la moitié de l’écart en fréquence observé sur le signal mis au carré par rapport à sa valeur nominale) : nous constatons qu’en cas de succès tel que le montrent les trois premières courbes, tous les observatoires s’alignent sur leur porteuse respective, mais que parfois un bruit excessif fait échouer la procédure par l’identification erronée d’un bruit sur le spectre comme signal recherché (bas). La vraie preuve que le signal que nous analysons est le bon viendra dans la section suivante avec le décodage des codes transmis.

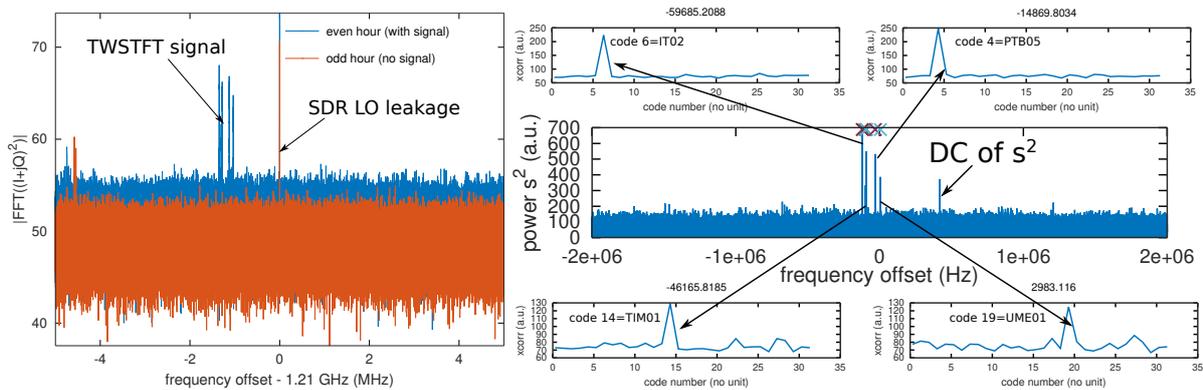


FIGURE 8 – Gauche : spectre du carré du signal pendant une émission (bleu) en heure paire UTC [14] et en l’absence d’émission (rouge) pendant une heure impaire UTC. Droite : pour chaque porteuse, la corrélation avec un motif de phase transmis par SATRE est identifié, prouvant la compréhension de la modulation et de son mécanisme de décodage.

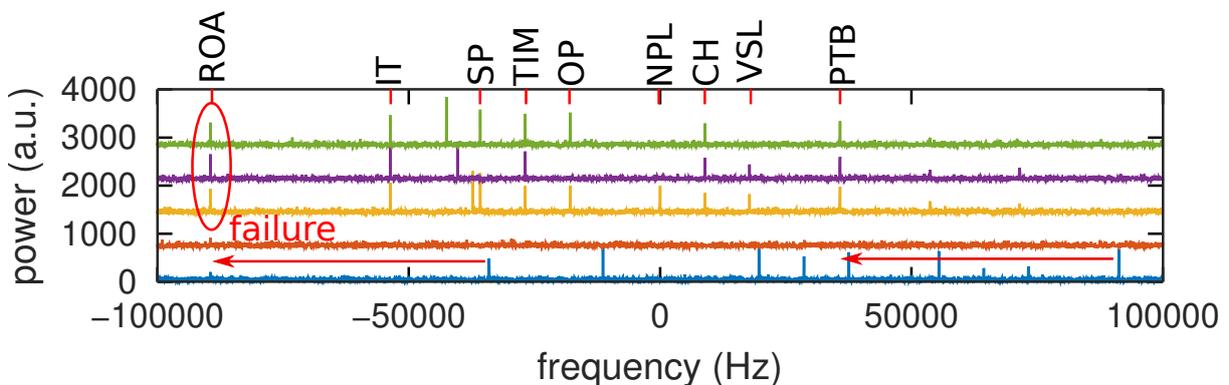
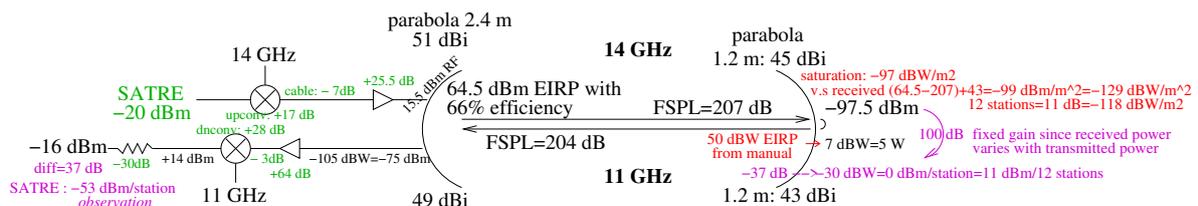


FIGURE 9 – Alignement du spectre pour compenser l’écart entre oscillateurs locaux en émission et en réception : nous choisissons ROA comme référence en considérant que la composante spectrale pure du signal mis au carré à la plus basse fréquence est attribuée à l’émetteur espagnol. La procédure a fonctionné sur les trois premiers cas du haut avec tous les observatoires convenablement alignés sur leurs fréquences respectives, mais la procédure échoue en l’absence de signal (deuxième du bas) ou si du bruit a été erronément attribué à la porteuse espagnole (bas).

Finalement nous pouvons nous interroger sur l’impact de remplacer une parabole de 2,4 m par une parabole de 60 cm en réception dans le bilan de liaison. L’émission, l’arrivée au satellite et la ré-émission ne sont pas contrôlés dans le contexte de cette présentation, mais il est intéressant de mentionner que la documentation technique de Telstar-11N à <https://dokumen.tips/documents/telstar-11n-technical-manual-telesat-t.html> contient toutes les informations nécessaires à retrouver le bilan de liaison décrit dans la littérature par la description des paraboles embarquées sur le satellite, et que finalement un bilan de liaison convaincant peut être établi sous hypothèse que le satellite se comporte comme un amplificateur de 100 dB en plus de transposer la fréquence d’uplink vers downlink, hypothèse vérifiée en variant la puissance émise et en constatant que la puissance reçue varie à l’identique (remerciements à É. Meyer, Observatoire de Besançon, pour cette mesure).



En fin de compte remplacer 2,4 m par 0,6 m de réflecteur parabolique à la fin de la chaîne de réception ne fait perdre “que” 12 dB sur le gain en réception d’antenne qui se compenseront facilement avec la souplesse de programmation de la radio logicielle.

5 Décodage des signaux horaires

L'identification d'un code pseudo-aléatoire dans la communication de signaux CDMA a largement été abordé, par exemple lors du lancement du premier satellite européen Galileo dont le code aurait du rester secret mais qui a rapidement été identifié [15]. Le problème est beaucoup plus simple ici.

Le fichier obtenu auprès du BIPM auparavant nous informe dans le champ MODEM que les signaux de transfert de temps sont générés par l'instrument SATRE (*Satellite Time and Ranging Equipment*) commercialisé par la société allemande TimeTech. Comme tout bon produit commercial, aucune documentation sur le fonctionnement interne ou le protocole de communication fermé n'est disponible. Un peu d'histoire nous informe cependant que TimeTech a obtenu la technologie développée sous le nom de MITREX dans les années 1980 à Stuttgart (Fig. 10), et quelques articles allemands, hollandais et japonais décrivent superficiellement le fonctionnement interne de ce modem dont nous pouvons faire l'hypothèse que la société privée a gardé tous les fondements scientifiques pour n'ajouter qu'une couche cosmétique ainsi qu'une couche applicative de transmission lente de données numériques que nous n'aborderons pas dans ce document.

Ainsi, nous apprenons dans [16, 17, 18] que les auteurs du MITREX ont utilisé un code pseudo-aléatoire sur 14 bits tronqué à 10000 éléments pour être facilement divisible par 10, et que ce code est transmis toutes les heures paires en temps universel UTC [14]. Nous aurions pu retrouver cette information en observant le spectre reçu car nous savons que le premier null de part et d'autre d'un spectre de signal modulé en BPSK se trouve à son débit de transfert – ici 2,5 MHz dont 2,5 Mb/s – et même sans connaître le code émis par chaque observatoire, l'autocorrélation du signal présente des pics toutes les 4 ms, longueur du code après lequel il se répète ($2,5 \cdot 10^6 \times 4 \cdot 10^{-3} = 10000$) mais aussi incertitude sur le temps absolu de vol qui, rappelons le, est de plus de 240 ms entre le sol, le satellite géostationnaire et le sol.

Bien qu'il existe des façons relativement complexes de générer de telles séquences qui ne se répètent pas tels que les Gold Code de GPS L1, l'approche la plus intuitive [19] est le registre à décalage à rétroaction linéaire (*Linear Feedback Shift Register* – LFSR) dans laquelle un registre à décalage est alimenté à chaque coup d'horloge par une combinaison de OU exclusifs (XOR) de certaines valeurs de ce registre dont la localisation est nommée *taps*. Une recherche exhaustive de cette méthode n'est pas très gourmande en ressources de calcul actuel puisque <https://users.ece.cmu.edu/~koopman/lfsr/> nous informe qu'il n'existe "que" 756 possibilités de générer des codes de longueur $2^{14} - 1$ qui ne se répètent pas, et même en ne connaissant pas la valeur de départ de la troncature à 10000 de la séquence, la longueur de 16383 éléments laisse un recouvrement de 61% pour un pic de corrélation bien défini si la bonne séquence est testée (Fig. 11). Puisque la valeur initiale de 0 est interdite (XOR(0,0)=0 donc le code reste indéfiniment à 0), on peut intuitivement qu'un démarrage à 0x3FF avec tous les bits à 1 est naturelle, mais reste à identifier le formalisme de calcul de la séquence entre Fibonacci et Galois qui convergent vers la même séquence mais avec un délai. Cette analyse ne mérite pas à être développée plus avant ici mais est décrite en détail à <https://github.com/oscimp/gr-satre> pour le lecteur désireux de la reproduire.

Dans la pratique, une recherche par Google de "satre modem manual" donne comme deuxième lien (dépendant de tous les traceurs que le browser web a accumulés) un site <ftp://ftp.npl.co.uk/npl/twstft/> qui s'avère laisser fuiter toutes les informations nécessaires dont le générateur de codes pseudo-aléatoires. Nous avons sauvegardé dans <https://github.com/oscimp/gr-satre/blob/main/taps.txt> les séquences de 10000 valeurs binaires correspondant au code pseudo-aléatoire de chaque station émettrice au sol.

These constraints have been met by the MITREX MODEM. It is an interface between the 70-MHz IF of a standard earth station, a Time Interval Counter TIC and the time keeping hardware, i.e. the atomic clock. The hardware is housed in a 19-inch drawer and operates as a pseudorandom noise sequence (PN) encoder/decoder of the time signal. The PN-code is a truncated maximum length sequence of period 10.000, instead of the 16.383 chips. This period of 10.000 eases the overall system design, as it allows the use of even and decimal dividers for signal processing. The correlation features of the maximum length sequence are almost retained.

2.2 PN-Encoding/Decoding

Figure 10: Extrait de l'article de Hartl [16] justifiant la connaissance de la longueur du code utilisé dans SATRE.

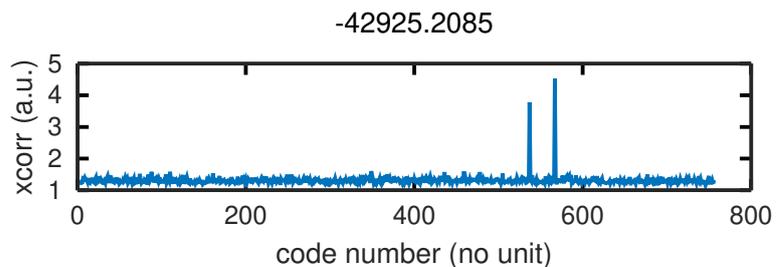


Figure 11: Corrélation avec tous les codes possibles de 14-bit de long tronqués à 10000 chips : noter que deux codes présentent des corrélations significatives, indiquant une orthogonnalité douteuse si le sous-ensemble des possibilités n'a pas été choisi avec soin.

La démarche de décodage consiste donc à

1. calculer le carré du signal reçu pour établir l'écart de fréquence de porteuse entre chaque émetteur et le récepteur. Bien que les émetteurs des laboratoires de métrologie soient cadencés sur des horloges dont l'exactitude est (par définition) parfaite et que le décalage soit principalement lié au LNB, nous observons d'une part que le satellite est source de décalage en fréquence lors de la conversion du lien montant (14 GHz) vers le lien descendant (11 GHz), et par ailleurs chaque observatoire se voit attribuer un écart de fréquence de quelques kHz pour augmenter l'orthogonalité de la corrélation [13]
2. pour chaque écart de porteuse identifiée δf , compenser numériquement pour centrer le signal sur 0 Hz en multipliant par $\exp(j2\pi\delta ft)$ et corrélérer avec tous les codes possibles. La valeur de δf est issue d'une transformée de Fourier rapide sur N points sur un signal échantillonné à la fréquence f_s donc de résolution spectrale f_s/N . Sachant que le code de 10000 éléments (*chips*) de long est transmis à $f_r = 2,5$ Méchantillons/s tel qu'en attestent les deux premiers nuls à $\pm 2,5$ MHz sur le spectre du signal reçu, le spectre d'une modulation BPSK étant un sinus cardinal qui s'annule à $\pm f_r$, la durée de chaque séquence de 10000 chips est 4 ms donc il faut trouver δf à mieux que $1000/4=250$ Hz pour garantir l'accumulation de l'énergie lors de la corrélation sans être perturbé par la sinusoïde résiduelle d'un écart de fréquence trop important dont la valeur moyenne serait nulle. Pour une fréquence d'échantillonnage de $f_s = 5$ MS/s qui couvre largement la bande et reste compatible avec le débit de la B210, nous déduisons $N \gg 5 \cdot 10^6/250 = 20000$. Dans la pratique nous choisirons N de l'ordre de quelques centaines de milliers de points.
3. les corrélations se calculent sur des paquets de 20000 séquences de valeurs IQ successives acquises au rythme de 5 Méchantillons/s ($20000 = 5 \cdot 10^6 \times 4 \cdot 10^{-3}$), garantissant l'unicité du pic de corrélation sur cette durée si l'émetteur correspondant à la séquence recherchée est actif
4. finalement, le pic de corrélation identifié avec un pas de 200 ns (inverse de la fréquence d'échantillonnage de 5 MHz) est ajusté avec une parabole de la forme $at^2 + bt + c$ passant par le sommet et ses deux voisins de part et d'autre, dont la position exacte se trouve en $t_0 - b/(2a)$ avec t_0 l'abscisse (indice entier) du pic de corrélation : la correction $-b/(2a)$ fractionnaire sera d'autant plus précise que le rapport signal à bruit de la mesure qui détermine a et b sera bonne.
5. la recherche du pic de corrélation est répétée sur toute la séquence de mesure et une valeur moyenne est déduite après correction parabolique de la dérive du satellite le long de son orbite.

Ce dernier point est fondamental pour passer de la période d'échantillonnage de 200 ns aux quelques nanosecondes recherchées : nous pouvons démontrer que sous hypothèse de l'unicité du pic de corrélation, le gain en résolution de la position en temps du pic de corrélation est égal au rapport signal à bruit de la mesure [20]. Cette approche est aussi largement utilisée lors de la mesure de déplacements subpixels par traitement d'images.

La Fig. 12 généralise ces considérations en testant tous les codes pseudo-aléatoires possibles pour tous les décalages possibles de fréquence – calcul que nous aurions pu simplifier en nous limitant aux demi-fréquences détectées par mise au carré du signal (Fig. 9). L'écart de 1800 Hz aux valeurs nominales de porteuses est introduit par le transpondeur du satellite géostationnaire.

6 Messages numériques transmis entre modems SATRE

Maintenant que nous avons trouvé les pics de corrélation séparés de 4 ms ou 10000 chips au rythme de 2,5 Méchantillons/s, avons nous extrait toute l'information possible des signaux transmis? Si nous nous inspirons de GPS [21], nous savons que le message de navigation est superposé à 50 bits/seconde au dessus du code qui identifie chaque satellite au rythme d'une corrélation toutes les millisecondes. Ainsi, 20 corrélations successives représentent la valeur du bit de navigation, avec une corrélation qui vaut soit +1 soit -1 selon que le bit du message soit 1 ou 0. TimeTech ne documente pas de telle fonctionnalité de SATRE qui n'est par ailleurs jamais mentionnée dans les publications sur MITREX, mais le manuel (Fig. 13) laisse penser qu'une communication numérique existe au-dessus du code de transfert de temps. Comme nous avons trouvé la phase de la corrélation par compensation de l'écart de fréquence

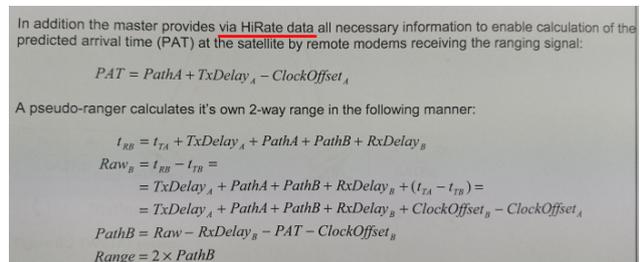


Figure 13: Extrait du manuel du MODEM SATRE mentionnant le code numérique qui n'est décrit dans aucune publication [17] et donc le codage n'est évidemment jamais documenté. TimeTech a bien ajouté une couche protocolaire au-dessus de MITREX, mais se garde bien d'en diffuser l'organisation.

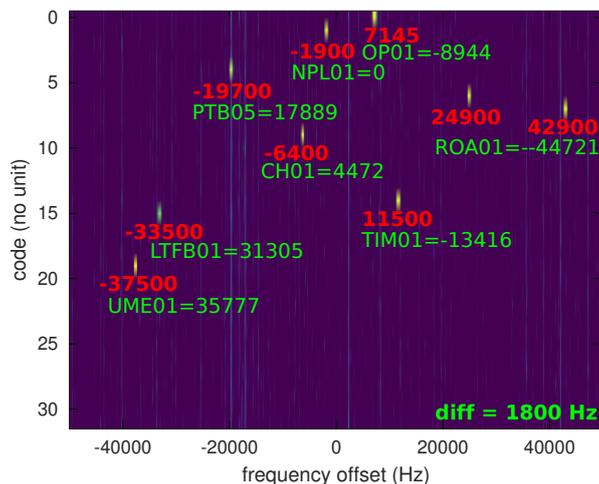


FIGURE 12 – Carte de tous les codes possibles (ordonnée) pour tous les décalages de fréquence possibles (abscisse) comme nous les obtiendrions pour une analyse de signaux GPS, sauf qu'ici l'écart de fréquence est imposée par l'émetteur et constante d'une émission à l'autre au lieu d'être induite par décalage Doppler.

entre oscillateurs locaux des émetteur et récepteur, nous pouvons en étudier le signe pour déduire la nature du bit transmis. Ainsi, en retranchant à la phase du signal reçu la demi-phase du signal mis au carré (Fig. 14), nous retrouvons uniquement le terme modulé pour transmettre un contenu numérique en plus du code : $\Phi = \varphi - \text{unwrap}(2\varphi)/2$ vaut $\exp(j0)/\exp(j\pi)$ i.e. $\pm 1 \in \mathbb{R}$ qui encode les deux états possibles du bit transmis. Ainsi, pour SATRE (Fig. 13) l'histoire s'avère être la même que pour GPS, sans redondance et avec un débit plus rapide autorisé par le meilleur bilan de liaison. Alternativement, si au lieu de regarder le module du pic de corrélation nous observons sa partie réelle, nous nous attendons à voir un code numérique apparaître par linéarité de la corrélation, et il serait assez intuitif que ce code soit transmis à un rythme de l'ordre de 250 bits/seconde, inverse des 4 ms de période des pics de corrélation. Nous vérifions en effet par autocorrélation de la trame numérique que des pics apparaissent aux valeurs multiples de 250, signature de certains motifs qui se répètent à ce rythme.

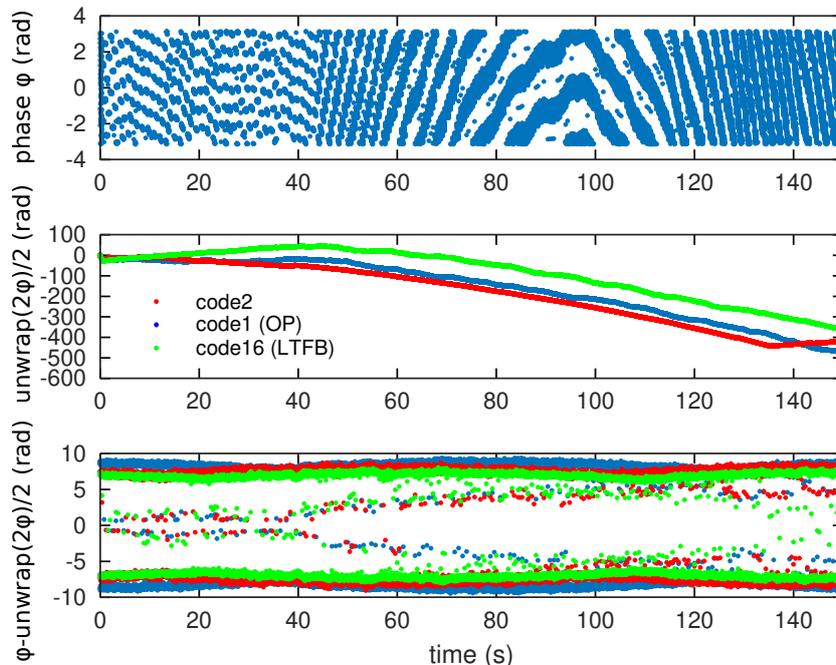


FIGURE 14 – Déroulement de la phase (haut) par soustraction de la demi-phase du signal mis au carré (milieu) pour ne conserver que la modulation BPSK de l'information numérique superposée au chaque code de chaque station émettrice (bas).

En effet en réorganisant les séries temporelles des pics de corrélation en matrices de 250 colonnes (axe du temps rapide) et autant de lignes que de signaux traités (axe des temps lents selon lesquels les messages se répètent), nous voyons apparaître des motifs (Fig. 15) qui laissent penser à un codage numérique.

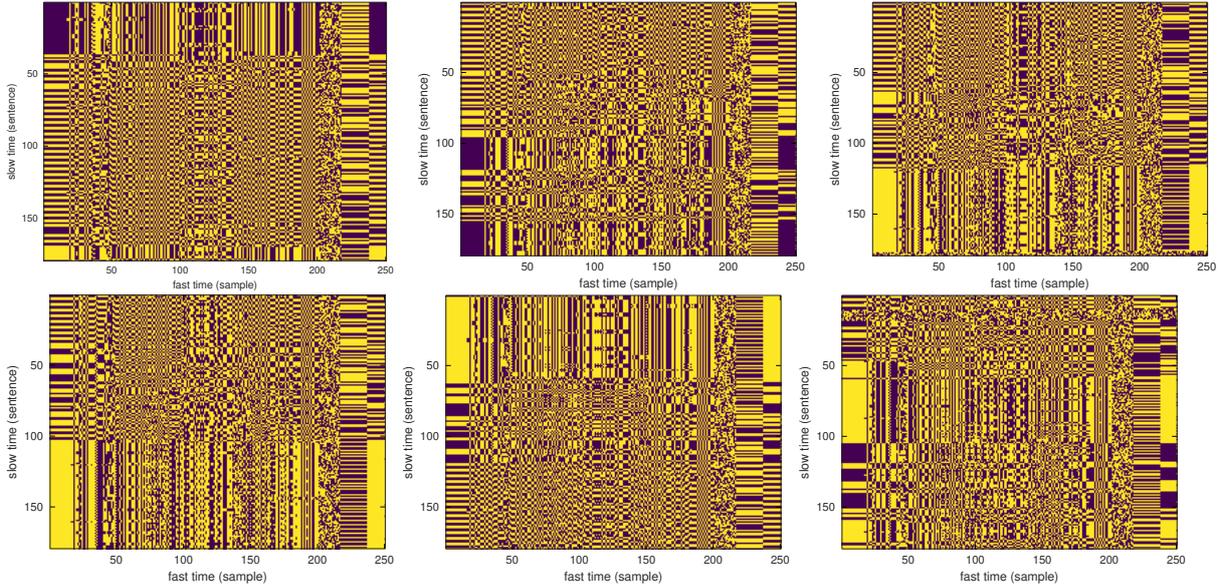


FIGURE 15 – Évolution de chaque trame de 250 bits (selon l’axe des abscisses) durant 1 seconde, trame après trames (selon l’axe des ordonnées) pour visualiser des motifs qui se répéteraient et permettraient d’identifier certains champs de la liaison numérique transmise par les modems. Ici de gauche à droite et de haut en bas l’analyse pour les modems émettant les codes 15, 1, 16, 10, 2 et 4.

Si comme nous pourrions l’imaginer un des champs code le temps en seconde, nous nous attendrions à voir le bit de poids faible alterner entre 0 et 1 selon que la seconde soit paire ou impaire, et le bit suivant alterner toutes les deux lignes, mais rien d’aussi trivial n’apparaît dans l’analyse de ces motifs. Il se pourrait qu’un code convolutif soit utilisé pour corriger les erreurs de communication, mais rien de tel n’est détecté par une attaque telle que décrite dans [22] implémentée dans <https://github.com/BatchDrake/cccrack>. Nous n’avons pas persévéré dans cette voie, même si l’absence de compréhension du mode de communication numérique est peu satisfaisante. Faute de temps, nous passons à l’étape suivante de traitement des signaux horaires qui sont au cœur de nos considérations.

7 Transfert de temps : observation des signaux horaires des mesures bidirectionnelles

La Fig. 16 illustre l’évolution de l’écart de temps entre les pics de corrélation attribués à chaque observatoire, avec un décalage introduit artificiellement pour mieux distinguer les diverses courbes. Comme les divers observatoires distribués en Europe ne voient pas le satellite du même point de vue, la projection du vecteur vitesse du satellite qui bouge autour de son point d’équilibre du fait des forces gravitationnelles (Lune, Soleil, forme non-sphérique de la Terre) diffère pour chaque observatoire et un mouvement résiduel est observé. Chaque observatoire communiquant avec ses voisins échange la distance entre lui-même et le satellite, ainsi que le temps de vol entre lui-même et son interlocuteur. De ces deux informations le temps absolu sur chaque site peut être déduit. Ces informations sont celles collectées par le BIPM sur le site mentionné auparavant, et nous constatons un excellent accord entre nos observations et les données publiées par le BIPM, par exemple en comparant les écarts de temps entre Observatoire de Paris et le PTB allemand en Fig. 16 en haut, le bleu étant nos observations et le violet les mesures du BIPM.

Une subtilité subsiste pour atteindre cet excellent accord. Alors que les radio logicielles que nous utilisons peuvent traiter les signaux de tous les observatoire simultanément – nous avons enregistré l’intégralité des informations sous forme de coefficients IQ dans la bande de fréquence de 5 MHz autour de la porteuse pendant toute la durée des liaisons – l’antique SATRE ne peut traiter que deux stations à la fois, et les échanges imposent un séquençage des interlocuteurs qui ne parlent que deux à deux à chaque instant. Cela implique un décalage temporel dans les mesures collectées par le BIPM qu’il faut compenser : nous constatons en effet sur ce graphique que le satellite se déplace au rythme de quelques

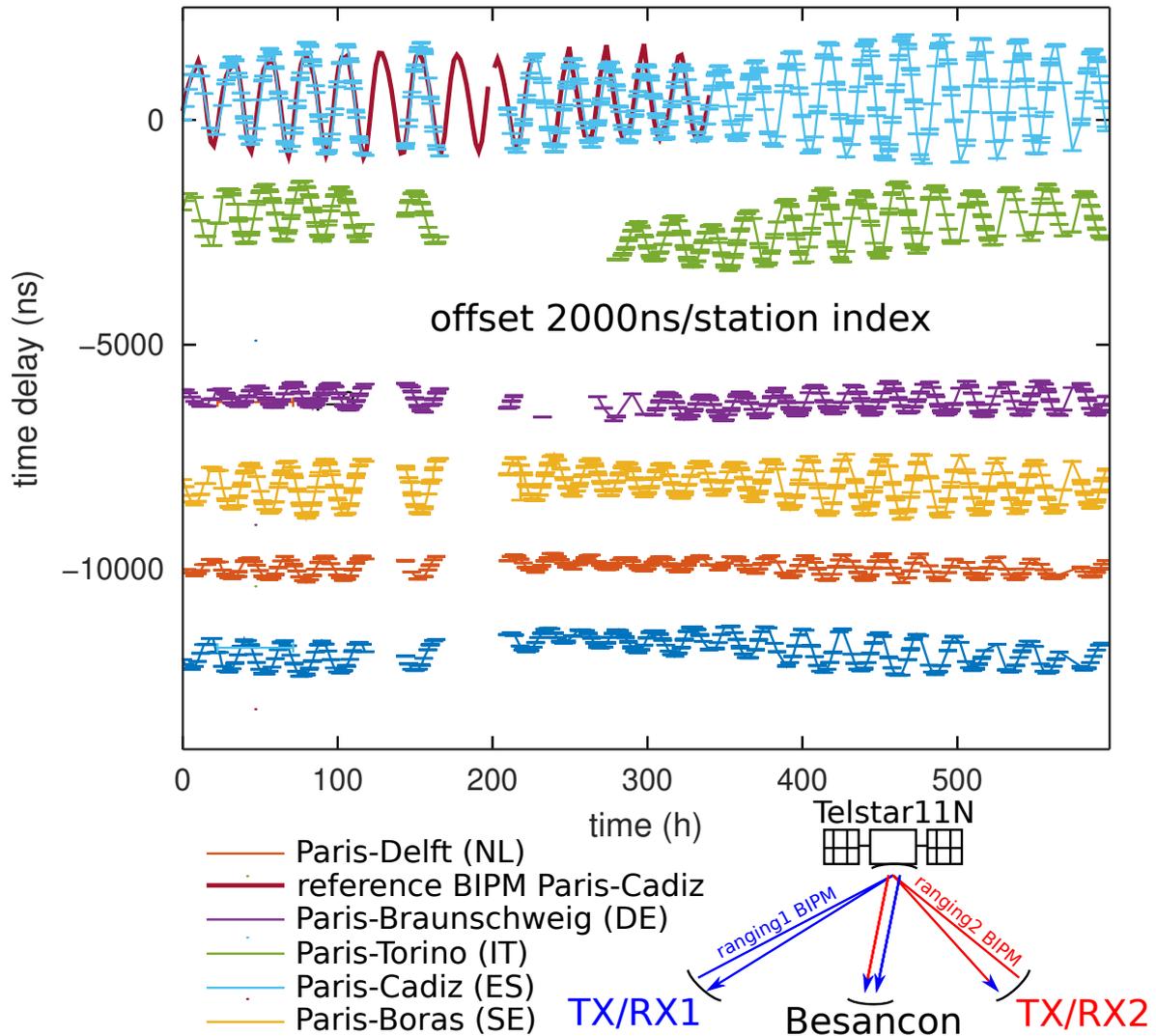


FIGURE 16 – Écart de temps entre les pics de corrélation attribués à chaque observatoire européen communiquant avec Telstar-11N : le mouvement du satellite est clairement visible, chaque observatoire étant supposé fixe et émettant un signal horaire supposé “parfait”.

nanosecondes par seconde (pour rappel, la lumière se déplace à 30 cm/ns donc quelques nanosecondes par seconde correspondent à une vitesse de quelques mètres par seconde), et que par conséquent un écart de 10 minutes entre deux observations se traduit rapidement par quelques microsecondes d’écart entre les mesures. Ce n’est qu’en interpolant les mesures publiées par le BIPM pour les replacer au même instant – dans notre cas une interpolation linéaire suffit compte tenu de la vitesse lente du satellite – que nous obtenons cet excellent accord tel qu’illustré en Fig. 17. En l’absence d’interpolation, les écarts dépassent plusieurs microsecondes entre données du BIPM et nos observations, un désaccord qui eut été inacceptable compte tenu des objectifs de résolution de quelques nanosecondes.

Nous sommes maintenant convaincus d’être capables de décoder les signaux horaires transmis par les Observatoires européens et d’identifier l’écart de temps entre leurs émissions compte tenu du mouvement du satellite. Pouvons nous tirer parti de cette connaissance pour asservir une horloge locale par une observation purement passive, en l’absence de liaison bidirectionnelle, uniquement en observant les signaux échangés quotidiennement. Le problème vient de ce qu’en présence du mouvement du satellite, les informations collectées par le BIPM permettraient de corriger *a posteriori* la distance variable observatoire-satellite lors de la mesure différentielle, mais le terme commun satellite-observateur passif est incontrôlé (Fig. 16, bas). C’est ce terme qu’il faut chercher à identifier et corriger.

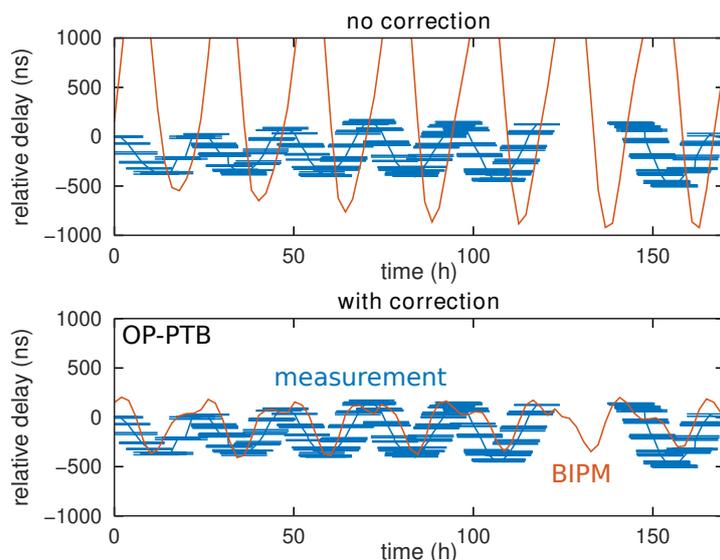


FIGURE 17 – Comparaison des mesures publiées par le BIPM (rouge) et les observations par radiologique (bleu) sans correction de l'écart de temps entre les mesures (haut) et avec correction par interpolation linéaire de la date de mesure (bas). Ce n'est que dans le second cas que l'accord est excellent.

8 Transfert de temps : observation des signaux horaires pour une correction unidirectionnelle

La première approche qui vient à l'idée pour compenser le mouvement du satellite est de l'observer avec plusieurs paraboles proches du site de réception et par mesure de phase de détecter puis compenser ce mouvement. Cette approche, qui s'apparente classiquement à la direction d'arrivée (DoA) de signaux radiofréquences ou au RADAR à synthèse d'ouverture (SAR), se heurte à la physique : le satellite situé à 36000 km se déplace autour de son point d'équilibre d'une 30aine de km. Deux antennes au sol séparées de 3 m pour choisir une base de taille raisonnable verront les signaux se décaler de seulement quelques picosecondes, impossible à mesurer compte tenu de la bande passante disponible, et il faut espacer les antennes de plus de 300 m pour atteindre quelques centaines de ps de variation de temps de vol, raisonnablement mesurable sur les pics de corrélation reçus mais beaucoup moins pratique pour la mise en place de l'expérience (Fig. 18). La conclusion que plus l'extension de la base d'antennes est grande, plus le retard induit par le mouvement du satellite ou de l'astre observé sera aisée à observer, est à l'origine de la distribution des radiotélescopes sur des bases aussi larges que possibles, s'étendant parfois entre plusieurs continents.

Dans notre cas, nous pouvons prendre le problème à l'envers en considérant qu'il y a une multitude d'observatoires qui émettent des signaux supposés synchrones, et que l'unique observateur que nous sommes peut bénéficier de cette diversité spatiale des sources pour retrouver la position du satellite et donc la compenser, connaissant les coordonnées géographiques de tous les observatoires européens. Cette approche a été abordée dans [23] sans que nous y trouvions la mise en œuvre technique autre que des résultats prometteurs.

Nous pouvons déjà nous convaincre de la nécessité de mesurer et compenser le retard induit par mouvement du satellite en datant les pics de corrélation par rapport à une référence de temps locale, par exemple fournie par l'impulsion 1-PPS d'un récepteur GPS U-Blox. En effet comme dans le problème qui nous intéresse ici, chaque satellite de la constellation GPS émet un signal horaire supposé parfaitement synchrone et la trilatération au sol permet de compenser le temps de vol de l'onde électromagnétique et de retrouver la position du récepteur. Cette impulsion par seconde 1-PPS est supposée stable dans le temps puisque asservie sur les horloges atomiques embarquées dans les satellites et observées quotidiennement par l'USNO américain qui en garantit l'exactitude. La Fig. 19 illustre l'évolution de la date des pics de

```
x1=300 % 3 m ou 1500 km
x=0;x2=0;z1=0;z2=0;z0=0
v=3e8
z=36000e3 % 36000 km
p=1
for x=[0 30000] % 30 km
    r1=sqrt((x-x1)^2+(z-z1)^2);
    r2=sqrt((x-x2)^2+(z-z2)^2);
    dt(p)=(r1-r2)/v;
    p++;
end
diff(dt)
```

Figure 18: Code GNU Octave de simulation du temps de vol lorsque le satellite se déplace.

corrélations observés depuis Besançon pour les émissions d’un observatoire européen : pour obtenir ce résultat, le récepteur de radio logicielle B210 a été configuré pour amorcer son acquisition sur le front montant du 1-PPS du récepteur GPS. Ce résultat s’obtient en éditant le fichier d’acquisition produit par GNU Radio Companion et en ajoutant les commandes après la connexion des divers blocs de traitement (deux premières lignes produits par GNU Radio Companion, notre ajout en dessous) :

```
self.connect((self.blocks_head_0, 0), (self.blocks_file_sink_0, 0))
self.connect((self.uhd_usrp_source_0, 0), (self.blocks_head_0, 0))
# add external 1-PPS trigger:
curr_hw_time = self.uhd_usrp_source_0.get_time_last_pps()
self.uhd_usrp_source_0.set_time_next_pps( uhd.time_spec_t(0.5) + curr_hw_time)
time.sleep(0.1) # must be << 1 s
self.uhd_usrp_source_0.set_start_time(uhd.time_spec_t(1.01) + curr_hw_time)
```

qui indique à la bibliothèque UHD qui contrôle pour GNU Radio la B210 d’attendre le passage du prochain PPS avant de lancer l’acquisition. Nous constatons sur la Fig. 19 que la date des pics de corrélation fluctue de jour en jour de plus de $150 \mu\text{s}$, soit une excursion du mouvement du satellite de l’ordre de $0,3 \text{ km}/\mu\text{s} \times 150 \mu\text{s} = 45 \text{ km}$, tout à fait raisonnable compte tenu des paramètres orbitaux connus. Cependant, la synchronisation d’horloges à $150 \mu\text{s}$ serait une performance pire que celle fournie par la synchronisation sur le signal très basse fréquence émis depuis Mainflingen à $77,5 \text{ kHz}$ (DCF77 des horloges “radiocommandées”) [24] et insuffisant pour respecter la norme européenne MiFID2 qui impose de dater les transactions boursières à mieux que $100 \mu\text{s}$.

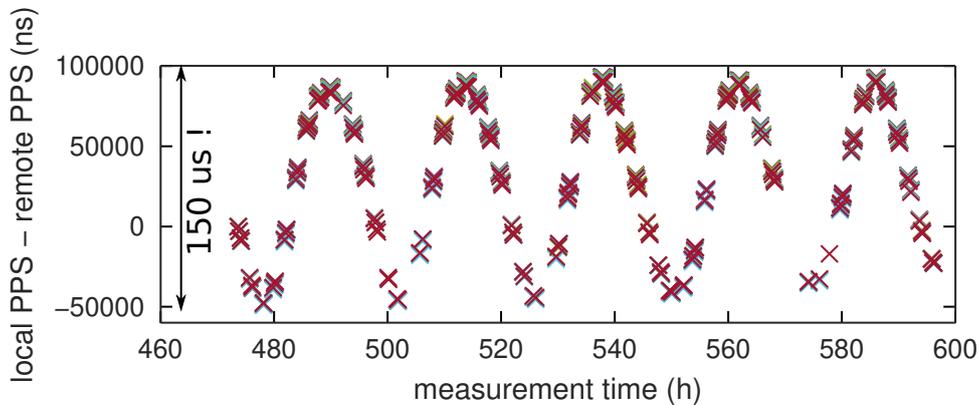


FIGURE 19 – Évolution de la date des pics de corrélation d’un observatoire européen par rapport au 1-PPS de GPS, illustrant le mouvement du satellite autour de son point d’équilibre d’environ 45 km .

Nous avons donc maintenant deux options : prévoir le mouvement du satellite ou observer le mouvement du satellite, dans les deux cas en vue de corriger l’évolution de sa position et compenser les variations de temps de vol de l’onde électromagnétique émetteur-satellite-récepteur, les deux extrémités du lien étant supposées fixes. Les deux solutions ne sont pas triviales et prévenons dès ici que nous n’aboutirons pas à une solution acceptable, même si le simple fait de déjà pouvoir observer le mouvement d’un satellite à 36000 km du récepteur semble incroyable.

8.1 Analyse de la prévision de position du satellite

Sachant que les orbites des satellites sont documentées par les TLE (*Two Line Elements*) publiés par le NORAD et que des outils de prévision de la position du satellites tel que (défunt) SatTrack, Gpredict, **previsat** ou la bibliothèque **skyfield** pour Python [25] sont disponibles, il semblerait envisageable de prédire la position du satellite dans l’espace et donc de compenser le temps de vol de l’onde. Alors que le calcul de la trajectoire de satellites en orbite basse permet de prévoir à la seconde près l’horaire de passage des satellites météorologiques ou de la station spatiale internationale ISS, nous avons découvert que la situation est beaucoup plus complexe dans le cas des objets en orbite moyenne [26] ou géostationnaire qui implique d’autres méthodes d’identification des solutions, voir pour lesquelles les TLE qui indiquent l’excentricité et le nombre d’orbites par jour ne sont simplement pas appropriées. Avec un TLE de la forme

```
1 34111U 09009A 22108.22260583 -.00000247 00000+0 00000+0 0 9991
2 34111 0.0138 228.2697 0001723 157.0655 223.5808 1.00270830 48160
```

il est clair que le nombre d’orbites par jour (1.00270830) ou la partie fractionnaire de l’excentricité (0001723) vont souffrir d’un nombre insuffisant de décimales pour alimenter l’algorithme SGP4 implémenté

pour rechercher la solution tel que confirmé par <https://rhodesmill.org/skyfield/earth-satellites.html> qui cite [27]

“The maximum accuracy for a TLE is limited by the number of decimal places in each field. In general, TLE data is accurate to about a kilometer or so at epoch and it quickly degrades.”

et complète avec

Satellite elements go rapidly out of date. You will want to pay attention to the “epoch” — the date on which an element set is most accurate — of every TLE element set you use. Elements are only useful for a week or two on either side of the epoch date. For later dates, you will want to download a fresh set of elements. For earlier dates, you will want to pull an old TLE from the archives.

Expect a satellite’s orbit to constantly change as the SGP4 propagation routine models effects like atmospheric drag and the Moon’s gravity. In particular, the true anomaly parameter can swing wildly for satellites with nearly circular orbits, because the reference point from which true anomaly is measured — the satellite’s perigee — can be moved by even slight perturbations to the orbit

Ainsi, [27] prévient qu’il serait illusoire de rechercher ainsi la position d’un objet céleste à mieux que quelques kilomètres, soit dans notre cas une incertitude de plusieurs dizaines de microsecondes. Cette observation ne remet pas en cause la capacité des TLE à prédire avec précision la date d’apparition et de disparition d’un satellite en orbite basse : la station spatiale international (satellite météorologique NOAA) à 400 km (850 km) d’altitude parcourt son orbite de 43000 km (46000 km) de long en 93 minutes (101 minutes) donc une erreur de 10 km sur sa position ne décalera que de 1,3 secondes la date de lever ou de coucher sur l’horizon, à peine perceptible pour un survol d’horizon à horizon qui dure de l’ordre de 6 minutes (11 minutes).

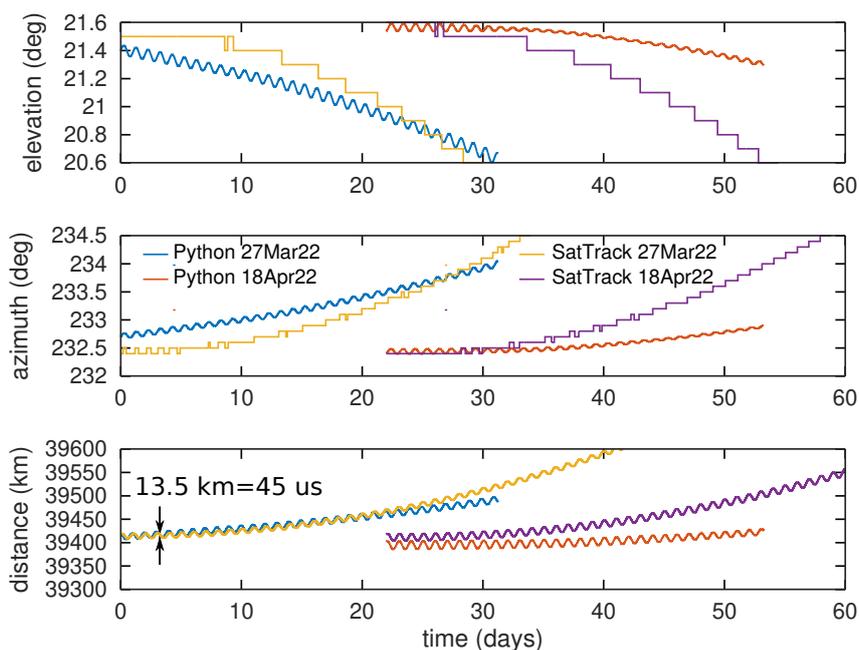


FIGURE 20 – Comparaison de la solution fournie par SatTrack et SkyField pour Python pour deux conditions initiales identiques et une prévision à 1 mois de la position du satellite dans l’espace. Alors que Skyfield montre au moins les fluctuations journalières d’orbite, SatTrack manque de résolution et diverge rapidement.

Afin de néanmoins évaluer la faisabilité de cette approche, T.S. Kelso de Celestrak nous a transmis les TLE du 1er janvier 2022 au 18 avril 2022, et nous avons tenté de voir sur quel horizon il est possible de prévoir la position du satellite et quand cette solution se met à diverger. Commençons tout de suite par éliminer SatTrack (Fig. 20) qui bien que capable de fournir une solution, diverge rapidement et ne fournit pas assez de décimales pour même voir les fluctuations journalières de position. Nous nous sommes donc focalisés sur `skyfield` qui semble approprié pour notre objectif :

```

from skyfield.api import load, Loader, EarthSatellite
from skyfield.api import N,S,E,W, wgs84
from skyfield.timelib import Time
import numpy as np
import csv

load =Loader('.')
data =load('de421.bsp')
ts =load.timescale()
earth=data['earth']
lab =wgs84.latlon(+47.0*N, +6.0*E,elevation_m=143)
sat_tle = load.tle_file('sat34111.txt') # lecture du fichier de TLE
for k in range(0,len(sat_tle)):
    print(sat_tle[k].epoch.utc_jpl()+ " = "+sat_tle[k].epoch.utc_strftime('%s'))
    hours = np.arange(int(sat_tle[k].epoch.utc_strftime('%H'))-1, 24*8, 0.1)
    diff=sat_tle[k]-lab
    time = ts.utc(int(sat_tle[k].epoch.utc_strftime('%Y')),int(sat_tle[k].epoch.→
        ↪ utc_strftime('%m')),int(sat_tle[k].epoch.utc_strftime('%d')), hours)
    topocentric=diff.at(time)
    alt, az, distance = topocentric.altaz()
    nom="res"+sat_tle[k].epoch.utc_strftime('%s');
    with open(nom, 'w', newline='') as csvfile:
        o=csv.writer(csvfile, delimiter=',', quotechar='|', quoting=csv.QUOTE_MINIMAL)
        o.writerow((distance.km,alt.degrees,az.degrees))

```

Ce script définit le site d'observation (lab situé à Besançon par 6°E et 47°N) puis pour chaque entrée des paramètres orbitaux du satellite dans le fichier `sat34111.txt`, nous calculons {azimuth, élévation, distance} du satellite par `topocentric.altaz()` que nous sauvons dans un fichier pour analyse. Bien que la tendance générale des fluctuations journalières de position du satellite soient bien visibles (Figs. 21, 22), tenter de prédire la position du satellite à 8 jours est déjà difficile (Fig. 21) quand la solution ne diverge pas carrément, même sur un délai aussi court que 1 jour (Fig. 22).

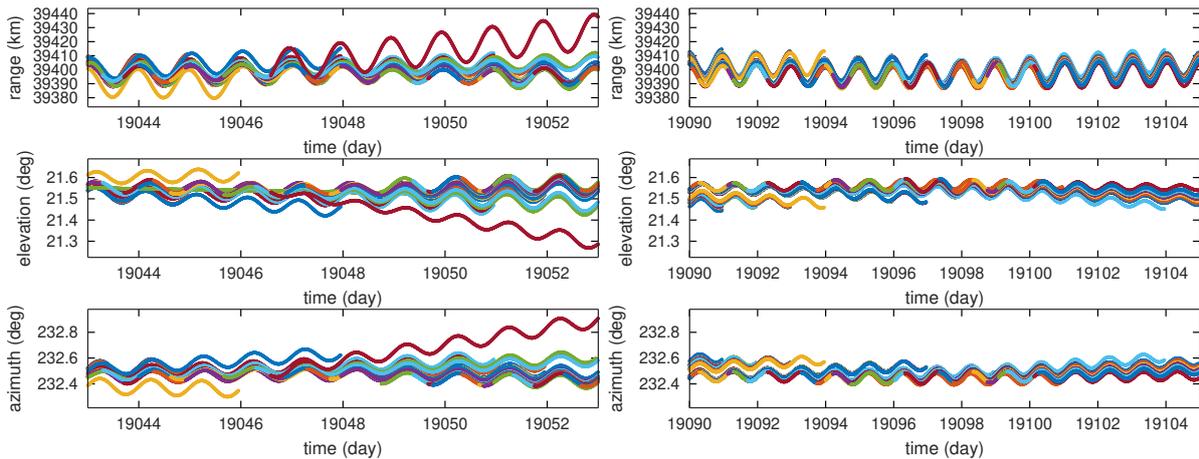


FIGURE 21 – Séquences de prévisions à long terme illustrant la divergence de la solution et la nécessité de mettre régulièrement à jour les TLE.

Cette approche semble donc sans issue, ou en tous cas pas avec des outils aussi simples que ceux facilement accessibles et décrits ici. C. Rieck [23] mentionne décrire l'orbite "by a GPS ICD [7] compatible Kepler model, which is estimated using iterative nonlinear least squares" que nous ne savons pas utiliser, tandis que ces auteurs précisent que la position du satellite géostationnaire est régulièrement corrigée pour le maintenir dans le volume d'espace qui lui est alloué au-dessus de l'équateur, corrections qui ne peuvent être prédites mais uniquement subies et observées.

8.2 Analyse de l'observation de position du satellite

Nous avons vu que la diversité spatiale des émetteurs doit permettre, grâce à la base suffisamment large, de distinguer les projections du vecteur de déplacement du satellite sur les divers vecteurs reliant le satellite au sol, et ainsi d'identifier chaque composante. Avec 8 observatoires distribués sur le continent européen (Fig. 2), la solution est sur-contrainte et nous devrions rechercher une optimisation au moindre carré, mais en pratique les observatoires sont très groupés et nous favoriserons les bases les plus larges fournies par les suédois de SP, les espagnols de ROA, les anglais du NPL et les italiens d'INRIM (Fig. 23). La carte de la Fig. 2 illustre bien comme le problème est mal conditionné, avec un satellite très

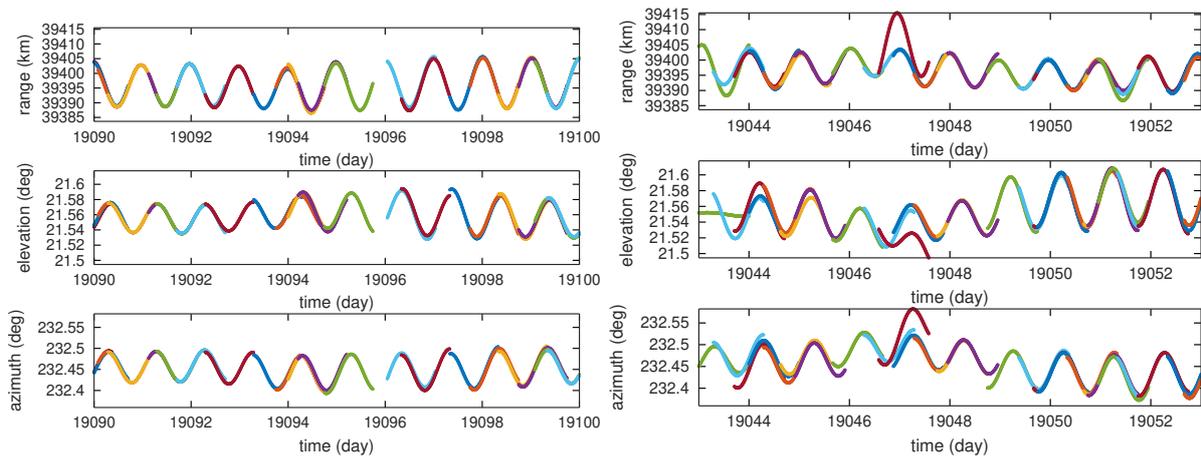


FIGURE 22 – Zoom sur une séquence de prévisions à court terme, à gauche un cas qui se passe bien et où la prévision suit bien l'évolution de la trajectoire mise à jour par les nouveaux TLE, et à droite un cas de divergence qu'il faut rapidement corriger par une mise à jour des TLEs utilisés pour la suite du calcul.

excentré puisqu'il sert aussi à communiquer avec l'Amérique du Nord, et donc vu d'à peu près la même direction de tous les points en Europe.

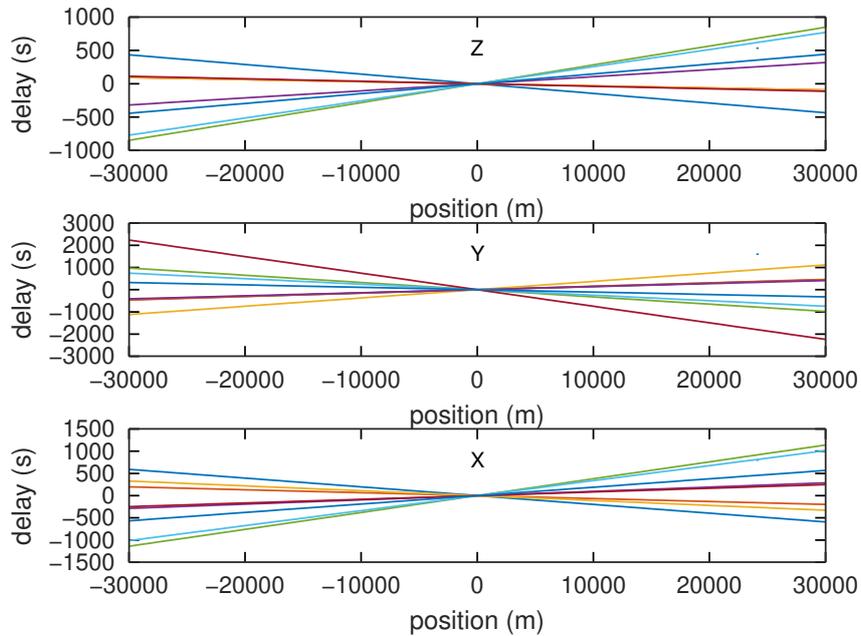


FIGURE 23 – Prédiction de l'impact selon un simple modèle géométrique sur le retard du signal (ordonnée) de la variation en position X , Y ou Z du satellite autour de son point d'équilibre, vu par les divers observatoires situés en Europe (faisceau de courbes de différentes couleurs). L'objectif du traitement des signaux observés est inverse, à savoir trouver la position du satellite (X, Y, Z) qui rend le mieux compte des délais de communication des observatoires acquis au sol.

Après avoir estimé le problème direct, à savoir le retard de plusieurs centaines de nanosecondes induit sur le temps de communication à chaque observatoire par le mouvement du satellite le long des 3 axes en coordonnées cartésiennes (Fig. 23), l'approche la plus naïve mais la plus facile est une recherche par descente de gradient : nous exprimons le problème en évaluant le temps de vol introduit par une liaison entre le satellite de position libre et chaque observatoire de position connue, et demandons à GNU/Octave de minimiser par le choix judicieux de la position de satellite l'erreur résiduelle entre l'estimation et l'observation des retards. En pratique, cette approche est très sensible au bruit et fournit un résultat peu crédible. Le résultat est décevant et échoue à converger, avec en particulier une forte dépendance sur le choix du nombre d'observatoires inclus dans l'analyse, signature d'une sensibilité excessive au bruit de mesure (Fig. 24) : de l'avis général cette méthode doit être implémentée par filtre de Kalman, méthode

que nous ne maîtrisons pas (encore!).

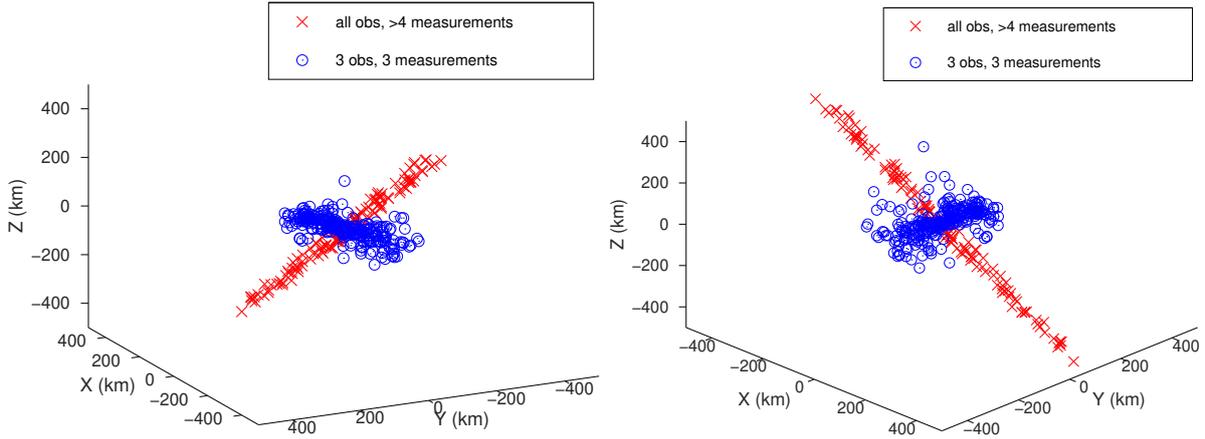


FIGURE 24 – Solution par descente de gradient de position du satellite autour de son point d’équilibre supposé à 36000 km au dessus de l’équateur à la longitude $-37,5^\circ$ selon que toutes les observations des retards mesurés par au moins 4 observatoires européens soient pris en compte (rouge), ou seulement les 3 plus excentrés (bleu).

L’alternative à une descente de gradient est une recherche exhaustive de la solution optimale en balayant l’espace des possibilités. Nous calculons dans un cube de 200 km de côté centré sur la position nominale du satellite et discrétisé par pas de 3,9 km ($13 \mu\text{s}$ qui est déjà énorme mais choisi pour maintenir la durée du calcul raisonnable) le retard introduit par la liaison entre chaque observatoire et le satellite, et pour chaque position effectuons la somme des carrés des différences des estimations à la mesure : ainsi, la solution la plus probable apparaît comme un minimum dans cette cartographie du signal d’erreur. Compte tenu des temps de calcul mis en jeu, cette carte n’a été estimée que sur les plans horizontaux ($Z = 0$) et verticaux ($X = 0$ et $Y = 0$) et non dans tout l’espace du cube (Fig. 25). La Fig. 26 illustre quelques résultats de cette analyse sur un peu moins d’un mois, moins délirants que la descente de gradient mais toujours excessivement bruités qui ne permettent pas d’espérer de remonter à la position du satellite pour compenser sa contribution à la variation du temps de vol.

9 Conclusion

Nous avons commencé l’exploration des liaisons radiofréquences par satellite géostationnaire en nous proposant de décoder les signaux échangés par les observatoires européens pour comparer leurs horloges de référence. Ce faisant, nous avons découvert le fonctionnement du bloc de réception LNB au foyer des paraboles chargé d’amplifier et transposer en fréquence le signal descendant du satellite pour

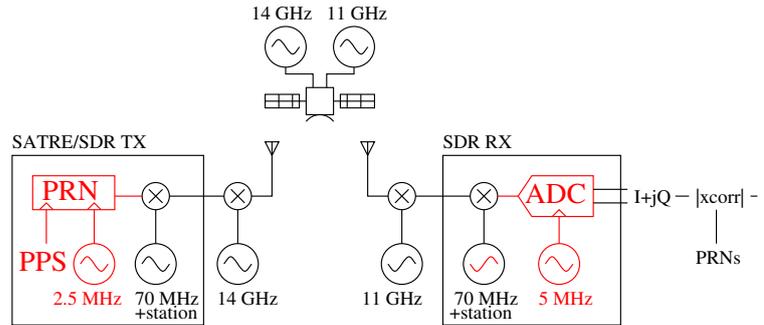


Figure 27: Chaîne de communication sol-satellite-sol avec ses oscillateurs locaux variables tout au long de la liaison

alimenter une radio logicielle. Fort d’une bande passante suffisante, nous avons exploré la modulation en phase à deux états BPSK pour identifier les codes pseudo-aléatoires orthogonaux transmis par chaque observatoire, et ainsi retrouver le temps de vol de chaque émetteur distribué en Europe vers l’unique récepteur : cette mesure permet d’observer les oscillations du satellite géostationnaire autour de son point d’équilibre, mais surtout de déduire de l’intervalle entre les pics de corrélation l’instabilité de la fréquence de l’oscillateur local en vue de la corriger. Après avoir tenté de prédire ce déplacement du satellite qui handicape notre capacité à recevoir avec précision une information de temps, nous nous sommes efforcés d’observer ce déplacement. La mesure trop bruitée ne permet pas de retrouver suffisamment finement la position du satellite dans l’espace pour compenser les variations de temps de vol, qui restent par ailleurs polluées du délai ionosphérique et troposphérique entre le satellite et le récepteur que nous ne saurons pas observer. Nombre de difficultés techniques mettant en œuvre un large spectre de compétences restent à résoudre pour fournir une solution complète d’horloge asservie sur les signaux métrologiques transmis par les observatoires européens.

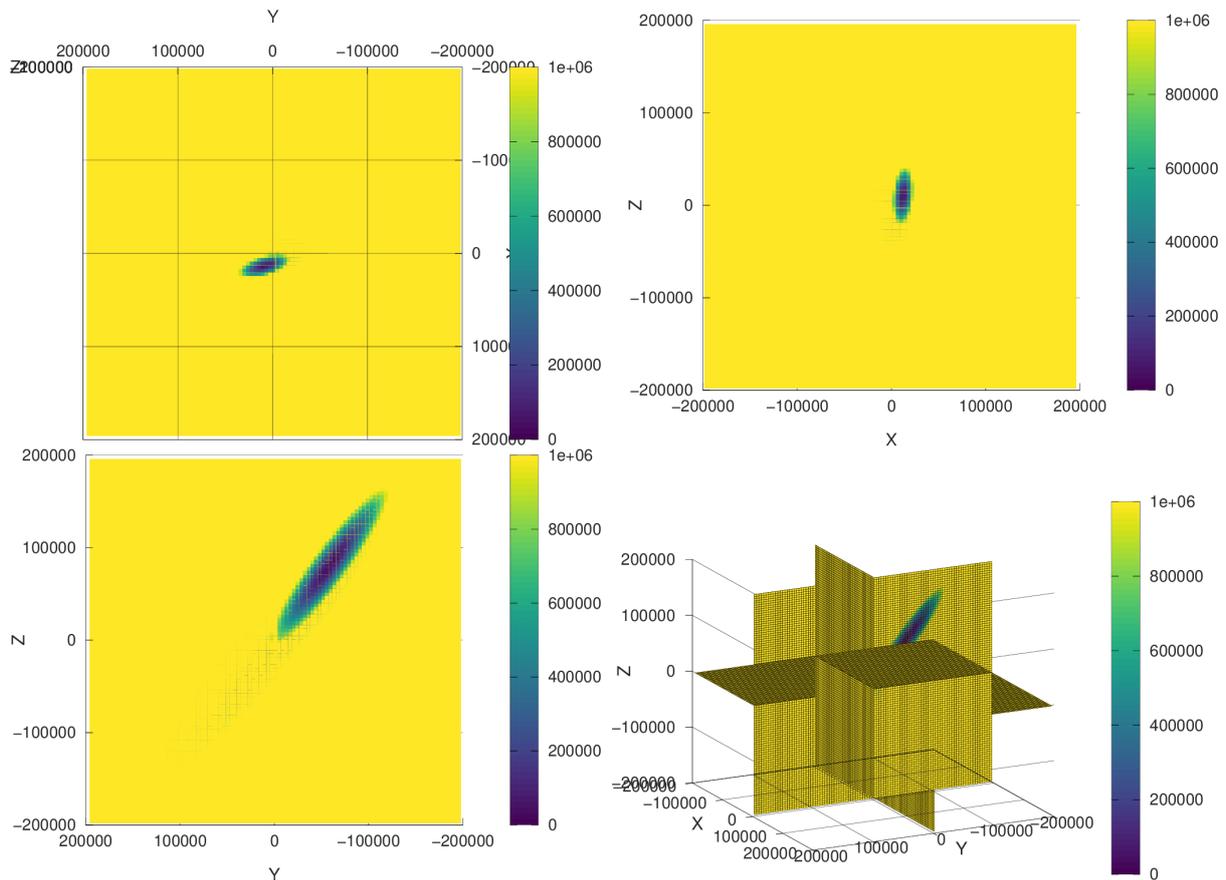


FIGURE 25 – Un exemple pour une observation à une date donnée de la cartographie de la fonction de coût déduite de la somme des carrés des différences entre estimation du temps de vol introduit par la position du satellite balayée sur chaque point des plans horizontaux et verticaux (tous les axes gradués en mètres), et les observations de ces retards par les observatoires au sol. Un minimum se détache dans chaque plan mais la vue en 3D en bas à droite montre bien comment le problème est mal conditionné en Z position radiale du satellite.

Il est habituellement proscrit d’amener une information nouvelle dans la conclusion mais comment se fait-il que nous n’ayons parlé dans tout ce document que de transfert de fréquence et de temps au travers des pics de corrélation et pas des signaux de correction des oscillateurs locaux comme cela se ferait habituellement sur une liaison au sol ? Le problème vient du satellite qui est une boîte noire dont le fonctionnement n’est pas maîtrisé : la liaison montante peut être aussi bien maîtrisée que nous puissions l’implémenter, le satellite transpose de 14 GHz vers 11 GHz le signal incident pour le placer dans la bande descendante, pour être reçu au sol par un oscillateur micro-ondes qui est ou n’est pas asservi sur la référence métrologique. Ainsi, seul le code de temps fourni par les pics de corrélations périodiques est exploitable, les transpositions de fréquences étant incontrôlées (Fig. 27).

Cette aventure a surtout été l’opportunité d’aborder un nouveau domaine de signaux radiofréquences à recevoir et décoder, ceux relayés par les satellites géostationnaires, pour un coût modique compte tenu de la disponibilité de paraboles de réception de télévision inutilisées et de la capacité à alimenter une radio logicielle à une vingtaine d’euros avec ces signaux.

Le dépôt recensant ces développements se trouve à <https://github.com/oscimp/gr-satre> et ne demande qu’à être complété par les contributions des lecteurs.

Remerciements

Cette étude est un effet de bord d’un projet financé par le Laboratoire d’Excellence (Labex) FIRST-TF entre le SYRTE de l’Observatoire de Paris, l’OSU Theta de l’Observatoire de Besançon et le département temps-fréquence de l’institut FEMTO-ST. Les informations diffusées dans ce document sont toutes publiquement disponibles pour qui sait chercher assez longtemps, mais je (JMF) n’aurais jamais pu accumuler en une année toutes ces données sans avoir communiqué avec les partenaires du projet que sont J. Achkar, M. Lours et M. Dupont au SYRTE ainsi que F. Meyer et É. Meyer à l’Observatoire de

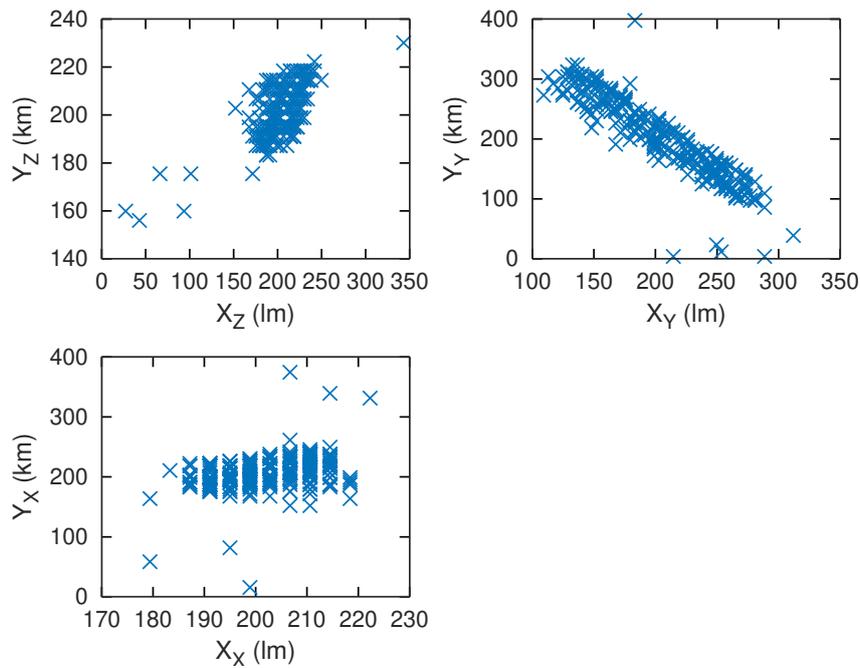


FIGURE 26 – Évolution de la position du minimum de la fonction de coût indiquant la solution la plus probable au cours de 200 mesures successives sur une vingtaine de jours. Les résultats sont trop bruités pour espérer retrouver l’orbite du satellite et compenser la variation de temps de vol de l’onde électromagnétique compte tenu de son mouvement.

Besançon. Les participant à la liste de diffusion `time-nuts@lists.febo.com` ont fourni des informations précieuses, en particulier A. Bauch du PTB allemand et F. Meynadier du BIPM qui sont chaleureusement remerciés. Les signaux transmis quotidiennement par les observatoires nationaux sont accessibles à tout contribuable qui finance ces études et à défaut de trouver une utilisation concrète à leur dissémination, il semble au minimum raisonnable d’informer de la nature et la disponibilité de ces signaux tel que la FSFE en fait la promotion à <https://fsfe.org/activities/publiccode/publiccode.fr.html>.

Références

- [1] C. Audoin & B. Guinot, *The measurement of time – time, frequency and the atomic clock*, Cambridge University Press (2001), Fig. 5.6 p. 105.
- [2] J.-M Friedt, W. Feng, *Analyse et réalisation d’un RADAR à bruit par radio logicielle (1/3)*, *Analyse et réalisation d’un RADAR à synthèse d’ouverture (SAR) par radio logicielle (2/3)* et *Mesure fine de déplacement par RADAR interférométrique à synthèse d’ouverture (InSAR) par radio logicielle (3/3)*, GNU/Linux Magazine France 240,242 et 244 (2021)
- [3] *Recommendation ITU-R TF.1153-4 – The operational use of two-way satellite time and frequency transfer employing pseudorandom noise codes* (08/2015)
- [4] I. Lucrezi & al., *SDR-based System for Satellite Ranging Measurements*, IEEE A&E Systems Magazine 8–13 (2016) exploite une radio logicielle X310 et compare avec le SATRE
- [5] Z. Jiang & al., *Implementation of SDR TWSTFT in UTC Computation*, Proc. 49th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting, pp. 184-208 (2018)
- [6] Z. Jiang & al., *Use of software-defined radio receivers in two-way satellite time and frequency transfers for UTC computation*, Metrologia **55** 685–698 (2018)
- [7] A.C. Clarke, *Extra-terrestrial relays – Can Rocket Stations Give World-wide Radio Coverage?* Wireless World (1945), 305–
- [8] CCTF/17-20, *RISE Research Institutes of Sweden, Report on Activities to the 21th meeting of the Consultative Committee for Time and Frequency, June 2017* section 7.2. Passive Utilization of TWSTFT
- [9] C. Rieck, P. Jarlemark & K. Jaldehag, *Utilizing TWSTFT in a Passive Configuration*, Proc. 48th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting (2017)

- [10] Derek OK9SGC, *Receiving Starlink satellite beacons on a budget* (25 November 2021) à <https://sgcderek.github.io/blog/starlink-beacons.html> annonce des signaux à 11325, 11575, 11950 et 12450 MHz
- [11] J.-M Friedt, *Le récepteur de radio logicielle RSP1 : 8 MHz de bande passante pour moins de 20 euros* Hackable **43** (2022)
- [12] Eutelsat, *Antenna and VSAT – Type Approval/Characterization – ESOG 120 – Issue 8 - Rev. 1*, May 2021 à <https://www.eutelsat.com/files/contributed/satellites/pdf/esog120.pdf>
- [13] A. Kanj, *Étude et développement de la méthode TWSTFT phase pour des comparaisons hautes performances d'étalons primaires de fréquence*, thèse Univ. Pierre & Marie Curie (2012) avec les sous-porteuses décrites p.53
- [14] V. Zhang & al., *A Study on Using SDR Receivers for the Europe-Europe and Transatlantic TWSTFT Links*, Proc. 2017 Precise Time and Time Interval Meeting (2017)
- [15] M.L. Psiaki & al. *Searching for Galileo : Reception and Analysis of Signals from GIOVE-A*, GPS World **17** (6) 66-72 (2006) semble introuvable mais est décrit à <https://news.cornell.edu/stories/2006/07/cornell-sleuths-crack-secret-codes-europes-galileo-satellite> et ses liens.
- [16] P. Hartl, *Present state of long distance time transfer via satellites with application of the Mitrex modem* IEEE Military Communications Conference MILCOM **2** (1986)
- [17] K. Imamura & F. Takahashi, *Frequency and Time Comparison – Two-way time transfer via a geostationary satellite*, J. of the Communication Research Laboratory **39**(1), 91–100 (1992)
- [18] G. De Jong. *Two-way satellite time transfer : Overview and recent developments* Proc 25th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) (1993) à <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA280955.pdf#page=112>
- [19] Y. Guidon, *Comprendre les générateurs de nombres pseudo-aléatoires*, GNU/Linux Magazine France **81** 64–76 (2006) et *Sciences/Théorie de l'information : propriétés et dérivés des CRC et LFSR*, GNU/Linux Magazine France **85** 84–93 (2006)
- [20] J.-M Friedt, C. Droit, G. Martin, and S. Ballandras, *A wireless interrogation system exploiting narrowband acoustic resonator for remote physical quantity measurement*, Rev. Sci. Instrum. **81** 014701 (2010)
- [21] J.-M Friedt, G. Cabodevila, *Exploitation de signaux des satellites GPS reçus par récepteur de télévision numérique terrestre DVB-T*, OpenSilicium **15** (2015)
- [22] M. Marazin, R. Gautier, G. Burel, *Dual Code Method for Blind Identification of Convolutional Encoder for Cognitive Radio Receiver Design*, Proc IEEE GLOBECOM Workshops (2009)
- [23] C. Rieck, P. Jarlemark & K. Jaldehag, *Passive Utilization of the TWSTFT Technique*, Proc EFTF (2018)
- [24] J.-M Friedt, C. Eustache, É. Carry, E. Rubiola, *Software defined radio decoding of DCF77 : time and frequency dissemination with a sound card*, Radio Science **53** (1) 48–61 (2018)
- [25] <https://rhodesmill.org/skyfield/installation.html>
- [26] T.S. Kelso, *Validation of SGP4 and IS-GPS-200D Against GPS Precision Ephemerides*, Proc. 17th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference (2017), AAS 07-127 à <https://celestrak.com/publications/AAS/07-127/AAS-07-127.pdf> dont la figure 2 montre la divergence des prévisions avec les observations en fonction du temps pour les satellites en orbite moyenne de GPS
- [27] D.A. Vallado, P. Crawford, R. Hujsak, T.S. Kelso, *Revisiting Spacetrack Report #3 : Rev 3*, Proc. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference (2006) à <https://celestrak.org/publications/AIAA/2006-6753/AIAA-2006-6753-Rev3.pdf>