

Développement d'un modèle analytique 2-D pour le diagnostic des électrolyseurs cylindriques

Frédéric DUBAS¹ et Antony PLAÏT²

¹Université Marie et Louis Pasteur, UTBM, CNRS, Institut FEMTO-ST, F-90010 Belfort, France

²LAPLACE, Toulouse INP, CNRS, UT, Toulouse, France

RESUME – L'objectif principal de ce travail est d'améliorer un outil de diagnostic, basé sur la magnéto-tomographie, pour les électrolyseurs cylindriques. L'accent est mis sur le développement d'un modèle analytique de calcul du champ magnétique, destiné à être intégré dans un algorithme de reconstruction de la distribution des densités de courant permettant d'évaluer l'état de santé de l'électrolyseur. À cet effet, un modèle analytique 2-D en coordonnées polaires, basé sur la méthode Maxwell/Fourier en magnéto-statique, a été développé. Les résultats du modèle développé ont été comparés à ceux issus de simulations numériques, sous le logiciel FEMM©, ainsi qu'à des mesures expérimentales provenant d'un émulateur de cellule d'électrolyseur cylindrique, en condition de fonctionnement normal ou dégradé. Le modèle analytique de calcul du champ magnétique fournit des résultats fiables, tant en amplitude qu'en forme d'onde, avec une erreur inférieure à 2 %.

Mots-clés—Magnéto-tomographie, diagnostic, électrolyseur, méthode Maxwell/Fourier, numérique, expérimentale.

1. INTRODUCTION

1.1. Contexte

Depuis quelques années, le déploiement de l'hydrogène pour la transition énergétique, notamment dans les secteurs des transports et de l'industrie, reste une préoccupation majeure mondiale. À l'heure actuelle, l'hydrogène est majoritairement produit par vaporeformage qui émet d'importantes quantités de gaz à effet de serre. Parmi les technologies permettant de produire de l'hydrogène décarboné à partir de sources d'énergie renouvelables, l'électrolyse de l'eau utilisant une membrane échangeuse de protons occupe une place prometteuse [1].

L'estimation des performances et des caractéristiques techniques des électrolyseurs, via des modèles mathématiques et/ou des validations expérimentales, est essentielle pour leur intégration optimale dans des systèmes énergétiques. Plusieurs revues de l'état de l'art ont été publiées, répertoriant les différentes méthodes de modélisation du fonctionnement des électrolyseurs. Certaines proposent une vue globale [2], d'autres s'appuient sur l'approche par *bond graph* [3], se concentrent sur les problématiques de contrôle [4], ou encore mettent l'accent sur des outils de caractérisation expérimentale [5]. Les performances de l'électrolyseur sont influencées par de nombreux facteurs, tels que la température, les pressions partielles des gaz, les obstructions, la dégradation de l'ensemble membrane-électrode, etc. Certains de ces facteurs pourraient être quantifiés par une distribution non-homogène de la densité de courant au sein des cellules d'électrolyseur [6] - [7].

L'estimation des mécanismes de dégradation est nécessaire pour étudier la durabilité des électrolyseurs. Les aspects liés à la modélisation, au vieillissement, au diagnostic des défaillances et à la gestion des modes dégradés sont présentés dans [8]. Traditionnellement, le diagnostic des électrolyseurs repose sur des mesures *in situ* [9] - [10]. Cependant, ces techniques présentent plusieurs limitations tels que leur caractère intrusif, leur manque de flexibilité, ainsi qu'un manque de clarté concernant leur influence sur la distribution de densité de courant mesurée. En alternative, un diagnostic *ex situ* des électrolyseurs peut aussi être réalisé à l'aide de la magnéto-tomographie, qui est considérée comme l'une des méthodes non invasives les plus simples et efficaces [11]. Cette technique consiste à :

① mesurer, à l'aide de capteurs (e.g., μ -sondes à effet Hall), le champ magnétique externe généré par les courants électriques dans l'électrolyseur ;

② et reconstruire, à l'aide des mesures du champ, la distribution des densités de courant des cellules de l'électrolyseur, permettant ainsi de détecter d'éventuels défauts. Cette reconstruction nécessite l'inversion mathématique des données mesurées, en s'appuyant sur un modèle purement analytique (e.g., Biot & Savart, Maxwell/Fourier, etc).

Il est à noter que Hauer *et al.* (2005) [12] ont été les pionniers à appliquer cette technique de diagnostic à des systèmes électrochimiques similaires, à savoir les piles à combustible (PàC). Au cours de ces vingt dernières années, de nombreuses études ont été consacrées à l'évaluation de l'état de santé des PàC à travers des mesures du champ magnétique externe [10] and [13] - [25]. Plaït et Dubas (2022) [21] ont fourni une revue exhaustive du diagnostic des PàC par magnéto-tomographie.

La précision des résultats obtenus par magnéto-tomographie, essentielle pour l'évaluation de l'état de santé de systèmes électrochimiques, dépend principalement de trois facteurs, viz.,

- la qualité du modèle mathématique utilisé pour l'inversion ;
- la performance et le positionnement des capteurs ainsi que le nombre de points de mesure ;
- et enfin, la robustesse de l'algorithme de reconstruction (résolution d'un problème inverse) face au bruit et aux erreurs liées aux données incomplètes.

Parmi ces facteurs, la qualité du modèle mathématique semble l'élément le plus déterminant, bien que les deux autres

soient également cruciaux. En effet, ce modèle établit le lien entre les mesures du champ magnétique externe et la distribution interne de la densité de courant. Un modèle analytique rigoureux permet une représentation fidèle du comportement électromagnétique, tout en offrant une résolution rapide et exploitable dans un contexte de diagnostic en temps quasi réel. En revanche, un modèle simplifié ou mal adapté peut induire des erreurs significatives lors de la reconstruction, compromettant la détection précise des défauts. Ainsi, le choix et le développement d'un modèle analytique robuste constituent une étape cruciale pour améliorer la fiabilité du diagnostic.

1.2. Objectif

En conséquence, l'objectif principal de ce travail est d'améliorer un outil de diagnostic, basé sur la magnéto-tomographie, pour les électrolyseurs cylindriques, présenté dans [11]. L'amélioration consiste à remplacer le modèle analytique existant (i.e., modèle de Biot & Savart) par un nouveau modèle basé sur la méthode de Maxwell/Fourier. À la connaissance des auteurs, aucun modèle purement analytique reposant sur cette méthode n'a encore été proposé pour le diagnostic des électrolyseurs cylindriques. Ce nouveau modèle vise à permettre une détermination plus précise de la cartographie du champ magnétique interne et externe de l'électrolyseur, tout en conservant un temps de calcul comparable à celui du modèle de Biot & Savart [25]. Le développement du nouveau modèle analytique s'appuiera sur l'expérience acquise dans [21] sur le diagnostic des PàC. Toutefois, contrairement aux PàC, généralement de forme rectangulaire, les électrolyseurs ont souvent une forme circulaire [26]. Par conséquent, la géométrie, les équations du modèle et les coordonnées diffèrent de celles des PàC.

La Section 2 de cet article présente l'émulateur d'une cellule d'un électrolyseur cylindrique, conçu pour valider le modèle analytique développé dans le cadre de l'outil de diagnostic. Il est composé de N_{cs} segments en aluminium et de divers commutateurs permettant de simuler le comportement d'une cellule d'un électrolyseur cylindrique sous différents scénarios de défaillance, reflétant une distribution (non-)homogène de la densité de courant. Une μ -sonde à effet Hall, positionnée à intervalles réguliers autour de l'émulateur, mesure le champ magnétique externe en conditions de fonctionnement normal ou dégradé. La Section 3 détaille le modèle purement analytique. Celui-ci repose sur la résolution formelle 2-D des équations de Maxwell en magnéto-statique dans un système de coordonnées polaires en utilisant la méthode de séparation des variables, les séries de Fourier et le principe de superposition. Le modèle numérique, sous le logiciel FEMM© (version 4.2) [27], est brièvement évoqué dans la Section 4. Dans la Section 5, pour évaluer l'efficacité du modèle mathématique développé, la distribution du champ magnétique externe est comparée aux résultats numériques et aux essais expérimentaux, pour des conditions de fonctionnement normal (i.e., sain) et dégradé (e.g., une défaillance de 16,7%). Les comparaisons montrent d'excellentes concordances, tant en amplitude qu'en forme d'onde, avec une erreur inférieure à 2%. Ces résultats confirment la précision du modèle pour le diagnostic et la localisation des défauts.

2. ÉMULATEUR EXPÉRIMENTAL

La Fig. 1(a) présente une vue globale de l'émulateur d'une cellule d'électrolyseur cylindrique conventionnel. La surface de la cellule S_c est de $254,5 \text{ cm}^2$, tandis que celle de la partie

électrochimique active S_a est de $113,1 \text{ cm}^2$. En condition de fonctionnement normal (i.e., émulateur sain), il fonctionne sous un courant constant I_{el} de $226,2 \text{ A}$ représentatif d'une densité de courant maximale $J_{max} = I_{el}/S_a$ de 2 A/cm^2 .

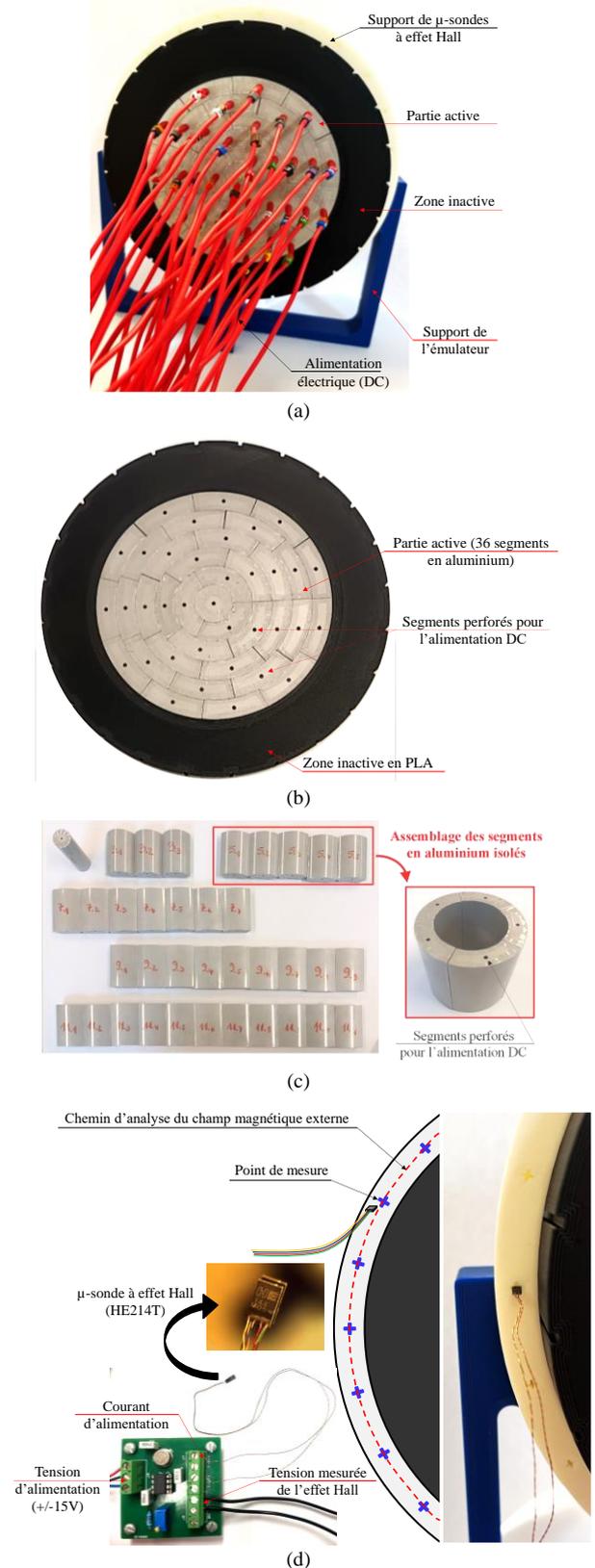


Fig. 1. Émulateur expérimental : (a) Vue globale ; (b) Cellule discrétisée en 36 segments conducteurs ; (c) Segments en aluminium perforés (pour l'alimentation DC) et isolés les uns des autres et (d) Mesures du champ magnétique externe à partir d'une μ -sonde à effet Hall.

La partie active de l'émulateur est discrétisée en 36 segments en aluminium, comme illustré sur la Fig. 1(b). Elle est entourée d'une zone inactive, fabriquée en PLA (en noir) à l'aide d'une imprimante 3-D. La Fig. 1(c) montre les différents segments conducteurs, de même section (viz., $S_{cs} = 3,142 \text{ cm}^2$), isolés les uns des autres avec un isolant Kapton de $0,02 \text{ mm}$, afin de garantir une maîtrise de la densité de courant de chaque segment. Ces segments, perforés à leurs extrémités, sont alimentés par une source de courant continu (DC), permettant d'imposer une distribution de densité de courant soit homogène (sans défaut), soit non-homogène (présence de défauts).

Les mesures du champ magnétique externe H sont effectuées à l'aide d'une μ -sonde à effet Hall (viz., HE214T, Asensor Technology AB® [28]), comme illustré sur la Fig. 1(d). Cette μ -sonde, d'épaisseur $0,5 \text{ mm}$, offre une large plage de mesure de H avec une erreur de $0,1 \%$, une haute sensibilité et un faible niveau de bruit. L'émulateur est entouré d'un support aimantique en PLA (en blanc), fabriqué par impression 3-D, permettant la mesure des composantes de $H = \{H_r; H_\theta; 0\}$ en 24 positions régulières (i.e., 15 deg). Les points de mesure, situés à 5 mm de l'émulateur, ont été choisis de manière à assurer une discrétisation spatiale suffisante pour garantir la précision des résultats. Une carte électronique (Fig. 1(d)), alimentée en $\pm 15 \text{ V}$ et reliée à un oscilloscope, permet de convertir la mesure du champ magnétique H en une tension proportionnelle.

3. MÉTHODE ANALYTIQUE – MAXWELL/FOURIER

3.1. Description du problème

La géométrie simplifiée en coupe transversale d'une cellule d'un électrolyseur cylindrique est illustrée à la Fig. 2. Le système est entouré par le vide via une boîte infinie circulaire (de rayon R_∞). Les paramètres géométriques et physiques sont répertoriés dans le Tableau 1.

3.2. Hypothèses

Dans cette étude, les hypothèses simplificatrices du modèle analytique 2-D en coordonnées polaires (r, θ) sont les suivantes :

- les effets de bord sont négligés (i.e., grandeurs électromagnétiques supposées indépendantes de l'axe z) ;
- le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant n'ont qu'une seule composante selon l'axe z , i.e., $A = \{0; 0; A_z\}$ et $J = \{0; 0; J_z\}$;
- l'effet de peau est ignoré ;
- et enfin, tous les composants utilisés dans les cellules des électrolyseurs ont une perméabilité magnétique absolue très proche de celle du vide, i.e., $\mu = \mu_0$.

3.3. Discrétisation en régions homogènes et isotropes

Étant donné que J n'intervient que dans la partie active, une cellule d'un électrolyseur cylindrique peut être divisée en deux régions d'étude homogènes et isotropes, viz.,

- la partie électrochimique active : Région 1 (R1) délimitée entre $r \in [0, R_a]$ et $\theta \in [0, 2\pi]$, qui est subdivisée dans l'axe r en sous-régions i (R1_{*i*}), chacune délimitée entre $r \in [r_{i-1}, r_i]$ et $\theta \in [0, 2\pi]$, avec $i \in \{\mathbb{N}^*, Nr\}$ dont Nr représente le nombre de couches radiales i ;
- et enfin, l'ensemble zone inactive et vide : Région 2 (R2) délimitée entre $r \in [R_a, R_\infty]$ et $\theta \in [0, 2\pi]$.

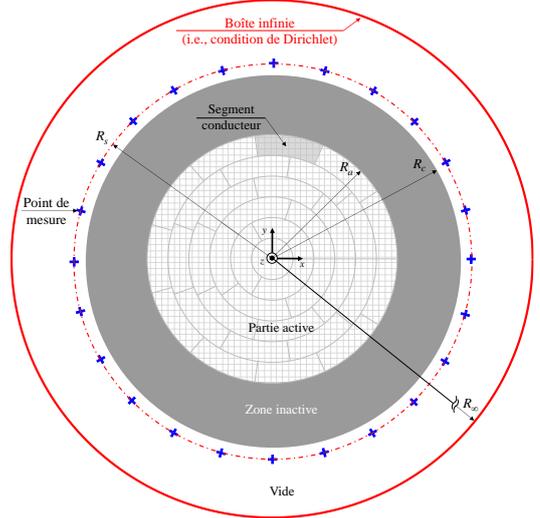


Fig. 2. Description géométrique d'une cellule d'électrolyseur cylindrique.

Tableau 1. Paramètres géométriques et physiques du dispositif expérimental.

Description, Paramètres	Valeurs
Rayon de la partie active, R_a	60 mm
Rayon de la cellule, R_c	90 mm
Rayon des points de mesure, R_s	95 mm
Rayon de la boîte infinie, R_∞	$\gg R_c$
Longueur axiale de l'émulateur, L_z	50 mm
Courant efficace imposé, I_{el}	262,2 A
Densité de courant maximale pour un mode	
- sain, J_{max}	2 A/cm ²
- dégradé avec une défaillance de 16,7 %, J_{max}^{cs}	2,4 A/cm ²
Nombre de couches radiales i dans (R1), Nr	6
Nombre de segments par couches radiales i , $N\theta$	[1; 3; 5; 7; 9; 11]
Nombre de segments, N_{cs}	36
Nombre fini d'harmoniques des séries de Fourier, K_{max}	500

Concernant la discrétisation de la partie active, la Fig. 3 représente la subdivision de (R1) en (R1_{*i*}) dans l'axe r . Afin de garantir une section identique des segments, les paramètres géométriques de ces segments s'expriment par

$$r_i = R_a \cdot \sqrt{\sum_{v=1}^i N\theta_v / N_{cs}} \quad (1a)$$

$$\theta_i^{cs} = 2\pi / N\theta_i \quad (1b)$$

avec $N\theta$ le nombre de segments par couches radiales i et N_{cs} le nombre de segments, constituant la partie active du dispositif expérimental, qui est défini par

$$N_{cs} = \sum_i N\theta_i \quad (2)$$

Chaque segment peut fonctionner en condition normal (i.e., alimenté par une source DC) ou défectueuse (i.e., non alimenté). La densité de courant maximale dans les segments conducteurs est exprimée par

$$J_{max}^{cs} = \sum_{i,j} M_{i,j}^{cs} \cdot J_{max} \quad (3a)$$

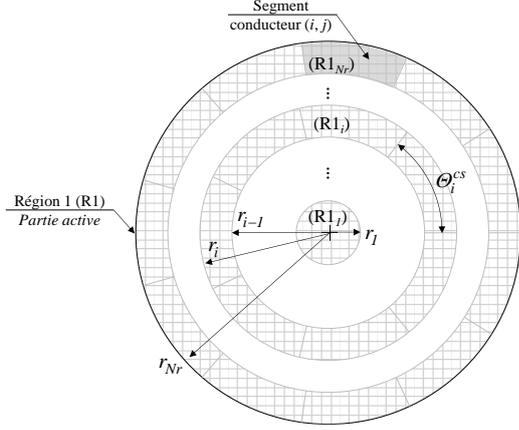


Fig. 3. Décomposition de la partie active en couches radiales i .

Le paramètre $M_{i,j}^{cs}$ représente la matrice de dégradation des segments conducteurs dont les éléments (i,j) sont égaux à

$$M_{i,j}^{cs} = \begin{cases} \neq 1 & \text{: Défectueux} \\ 1 & \text{: Normal} \end{cases} \quad (3b)$$

avec $j \in \{\mathbb{N}^*, N\theta_i\}$. Dans notre comparaison, le mode dégradé sera représenté par la valeur 0.

Pour chaque couche radiale i , la distribution spatiale de J_{zi} le long de l'axe θ , en série de Fourier, peut être exprimée par

$$J_{zi} = \sum_k J_{i,k}^{cs} \cdot \sin(\beta_k \cdot \theta) \quad (4a)$$

$$J_{i,k}^{cs} = \frac{J_{max}^{cs}}{\beta_k \cdot \pi} \cdot \sum_j M_{i,j}^{cs} \cdot \left\{ \cos(\beta_k \cdot \theta_{i,j}) - \cos[\beta_k \cdot (\theta_{i,j} + \theta_i^{cs})] \right\} \quad (4b)$$

où $\theta_{i,j} = \theta_i^{cs} \cdot (j-1)$, $\beta_k = k/2$ est la périodicité spatiale harmonique de J_{zi} avec $k \in \{\mathbb{N}^*, K_{max}, odd \Rightarrow i=1\}$ l'indice des harmoniques spatiales dont K_{max} représente le nombre fini d'harmoniques de la série de Fourier.

3.4. Equations différentielles partielles (EDP)

En régime quasi-stationnaire, en utilisant les diverses hypothèses de l'étude, les EDP en termes de A à l'intérieur d'un matériau isotrope, homogène et non conducteur peuvent être exprimées par l'équation de Poisson dans $(R1_i)$

$$\Delta A_{z1_i} = \frac{\partial^2 A_{z1_i}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_{z1_i}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A_{z1_i}}{\partial \theta^2} = -\mu_0 \cdot J_{zi} \quad (5a)$$

et l'équation Laplace dans $(R2)$

$$\Delta A_{z2} = \frac{\partial^2 A_{z2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_{z2}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A_{z2}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5b)$$

3.5. Solutions générales

En utilisant la méthode de séparation des variables, la solution analytique formelle en 2-D de A dans chaque région peut être exprimée sous forme de série de Fourier. Les différentes composantes de $\mathbf{H} = \{H_r; H_\theta; 0\}$ sont déterminées par

$$\mathbf{H} = \frac{\text{rot}(\mathbf{A})}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial \theta}; -\frac{\partial A_z}{\partial r}; 0 \right\} \quad (6)$$

Les coefficients harmoniques inconnus des séries de Fourier, représentant les constantes d'intégration, sont déterminés analytiquement à partir d'un système linéaire matriciel, dit de Cramer, satisfaisant les conditions aux limites (CL), établies à l'interface entre deux surfaces. Ces conditions sont définies par la continuité de \mathbf{H}_{\parallel} et de A [29]. Sur la boîte infinie (voir Fig. 2), A satisfait les CL de Dirichlet (viz., $A_{z2}|_{r=R_\infty} = 0$). Afin de simplifier la résolution formelle du système de Cramer, le principe de superposition est appliqué à chaque sous-région i $(R1_i)$.

Comme dans [29] et pour la clarté des solutions générales dans $(R2)$, les notations suivantes sont adoptées

$$E(w,x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^w - \left(\frac{y}{x}\right)^w \quad \text{et} \quad P(w,x,y) = \left(\frac{x}{y}\right)^w + \left(\frac{y}{x}\right)^w \quad (7)$$

dont

$$\partial \left\{ \begin{matrix} E \\ P \end{matrix} \right\} (w,x,y) / \partial x = \frac{w}{x} \cdot \left\{ \begin{matrix} P \\ E \end{matrix} \right\} (w,x,y) \quad (8a)$$

$$\partial \left\{ \begin{matrix} E \\ P \end{matrix} \right\} (w,x,y) / \partial y = -\frac{w}{y} \cdot \left\{ \begin{matrix} P \\ E \end{matrix} \right\} (w,x,y) \quad (8b)$$

À l'extérieur de la cellule, le potentiel vecteur magnétique A_{z2} est défini par

$$A_{z2} = \sum_{i,k} \mu_0 \cdot J_{i,k}^{cs} \cdot IC2_{i,k} \cdot \frac{r_i}{\beta_k} \cdot \frac{E(\beta_k, r, R_\infty)}{E(\beta_k, r_i, R_\infty)} \cdot \sin(\beta_k \cdot \theta) \quad (9)$$

et les composantes de \mathbf{H}_2 par

$$H_{r2} = \sum_{i,k} J_{i,k}^{cs} \cdot IC2_{i,k} \cdot \frac{r_i}{r} \cdot \frac{E(\beta_k, r, R_\infty)}{E(\beta_k, r_i, R_\infty)} \cdot \cos(\beta_k \cdot \theta) \quad (10)$$

$$H_{\theta2} = -\sum_{i,k} J_{i,k}^{cs} \cdot IC2_{i,k} \cdot \frac{r_i}{r} \cdot \frac{P(\beta_k, r, R_\infty)}{E(\beta_k, r_i, R_\infty)} \cdot \sin(\beta_k \cdot \theta) \quad (11)$$

où $IC2_{i,k}$ est la constante d'intégration de $(R2)$ définie par

$$IC2_{i,k} = f1_{i,k} \cdot g1_{i,k} + f2_{i,k} \cdot g2_{i,k} \quad (12)$$

avec

$$f1_{i,k} = \begin{cases} -\frac{P(\beta_k, r_i, R_\infty)}{2} \cdot \left(\frac{r_i}{R_\infty}\right)^{\beta_k} & : i=1 \\ 1 & : i \neq 1 \end{cases} \quad (13a)$$

$$f2_{i,k} = \begin{cases} 0 & : i=1 \\ \frac{2 \cdot P(\beta_k, r_{i-1}, r_i)}{E(\beta_k, r_{i-1}, r_i)^2 + E(\beta_k, r_{i-1}, r_i) \cdot P(\beta_k, r_{i-1}, r_i) + 4} & : i \neq 1 \end{cases} \quad (13b)$$

$$g2_{i,k} = K2_{i,k} \cdot \frac{\beta_k}{r_i} \cdot f_{zk}|_{r=r_{i-1}} - K1_{i,k} \cdot f_{\theta k}|_{r=r_i} + \frac{r_{i-1}}{r_i} \cdot f_{\theta k}|_{r=r_{i-1}} \quad (13c)$$

$$g1_{i,k} = \frac{\beta_k}{r_i} \cdot \left(f_{zk}|_{r=r_i} - K1_{i,k} \cdot f_{zk}|_{r=r_{i-1}} \right) - K2_{i,k} \cdot f_{\theta k}|_{r=r_i} \quad (13d)$$

$$f_{zk} = \begin{cases} r^2 / (\beta_k^2 - 4) & : \beta_k \neq 2 \\ \frac{[1 - 4 \cdot \ln(r)] \cdot r^2}{16} & : \beta_k = 2 \end{cases} \quad (13e)$$

$$f_{\theta k} = \begin{cases} 2 \cdot r / (\beta_k^2 - 4) & : \beta_k \neq 2 \\ \frac{[1 + 4 \cdot \ln(r)] \cdot r}{8} & : \beta_k = 2 \end{cases} \quad (13f)$$

$$Kl_{i,k} = \begin{cases} 0 & : i = 1 \\ \frac{2 \cdot P(\beta_k, r_{i-1}, r_i)}{E(\beta_k, r_{i-1}, r_i)^2 + 4} & : i \neq 1 \end{cases} \quad (13g)$$

$$K2_{i,k} = \begin{cases} 1 & : i = 1 \\ \frac{E(\beta_k, r_{i-1}, r_i) \cdot P(\beta_k, r_{i-1}, r_i)}{E(\beta_k, r_{i-1}, r_i)^2 + 4} & : i \neq 1 \end{cases} \quad (13h)$$

4. MÉTHODE NUMÉRIQUE – FEMM

Pour évaluer la capacité prédictive et l'efficacité de ce nouveau modèle analytique 2-D, basé sur la méthode Maxwell/Fourier, un modèle numérique a été développé sous le logiciel FEMM (version 4.2) [27] avec les paramètres géométriques et physiques du Tableau 1. Les calculs numériques ont été effectués en respectant les mêmes hypothèses que celles du modèle analytique [voir § 3.2. Hypothèses]. Le rayon R_o de la boîte infinie a été fixé à $3 \cdot R_c$ (valeur suffisamment grande) afin que les lignes équipotentiels de A ne soient pas perturbées par les CL de Dirichlet imposées sur le bord extérieur. Le maillage du système comporte 31 121 nœuds.

Pour les comparaisons, deux conditions de fonctionnement ont été étudiées, viz.,

- ① cellule saine (sans défaut) présentant une densité de courant homogène de 2 A/cm^2 , comme illustré sur la Fig. 4(a) ;
- ② cellule dégradée avec une défaillance de 16,7 % présentant une distribution hétérogène de la densité de courant de $2,4 \text{ A/cm}^2$ (avec un courant I_{el} maintenu à 226,2 A), comme illustré sur la Fig. 4(b).

La Fig. 5 illustre les équipotentiels de A , image du champ magnétique, pour les deux conditions de fonctionnement d'une cellule d'électrolyseur.

5. COMPARAISONS

Dans cette section, les résultats théoriques sont comparés aux résultats numériques et aux mesures expérimentales, avec un accent particulier mis sur la forme d'onde du champ magnétique mesuré autour de l'émulateur expérimental.

La Fig. 6 représente la composante radiale H_{r2} et tangentielle $H_{\theta2}$ du champ magnétique externe à $r = R_s$ pour les deux conditions de fonctionnement vu précédemment (viz., sain et dégradé avec une défaillance de 16,7 %). Dans le cas sain, les équipotentiels sont parfaitement circulaires [cf. Fig. 5(a)], et la composante tangentielle $H_{\theta2}$ est constante sur l'ensemble du chemin d'analyse [cf. Fig. 6(a)]. Inversement, la composante radiale H_{r2} est nulle sur tout le chemin. En revanche, pour le mode dégradé, on observe une distorsion en forme d'haricot des équipotentiels [cf. Fig. 5(b)], en particulier dans les régions centrales. Les composantes H_{r2} et $H_{\theta2}$ sont déformées à cause de la distribution hétérogène de la densité de courant. Ces variations des composantes du champ magnétique par rapport au mode sain, permettent de détecter la présence d'un défaut. La Fig. 6(b) met en évidence un défaut autour de 180 deg .

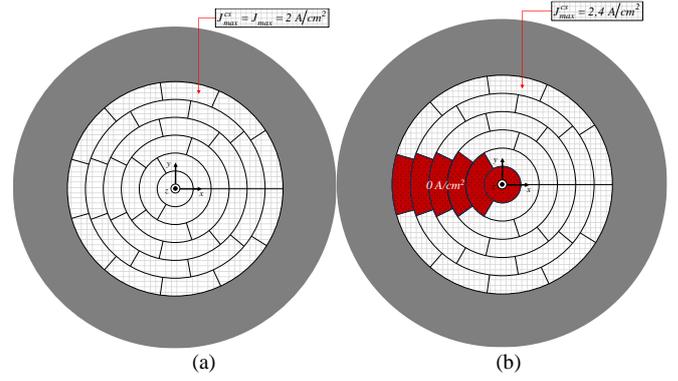


Fig. 4. Distribution de la densité de courant : (a) homogène (mode sain) et (b) hétérogène (mode dégradé avec une défaillance à 16,7 %).

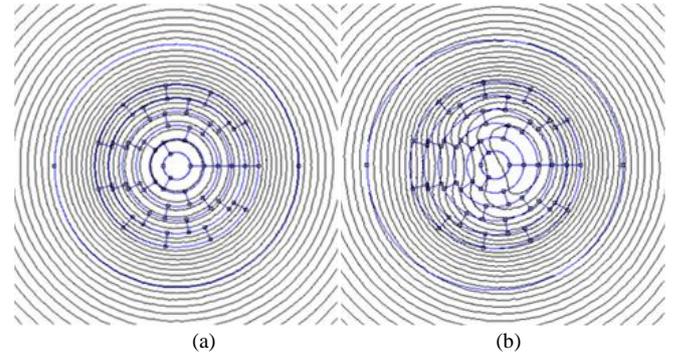


Fig. 5. Équipotentiels de A pour un mode : (a) sain (sans défaut) et (b) dégradé avec une défaillance de 16,7 % de la surface active.

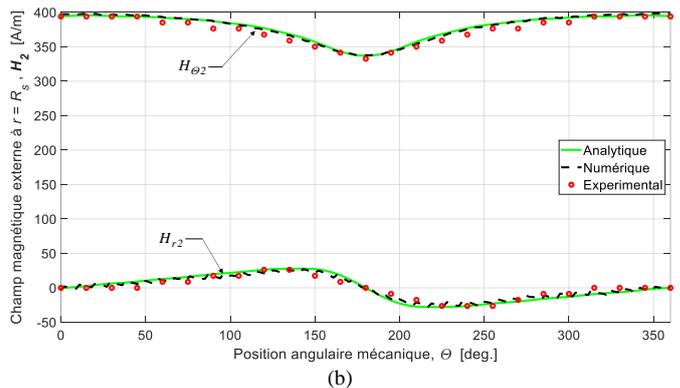
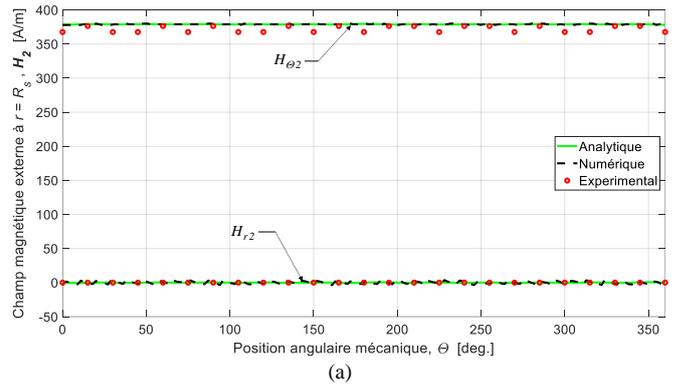


Fig. 6. Comparaison analytique, numérique et expérimental du champ magnétique externe pour un mode : (a) sain et (b) dégradé avec une défaillance de 16,7 % de la surface active.

Dans l'ensemble, l'efficacité du modèle analytique est confirmée par l'excellente concordance observée avec les résultats numériques et les mesures expérimentales, tant en amplitude qu'en forme d'onde, avec une erreur inférieure à 2 %. Ces résultats confirment la bonne précision du modèle pour le diagnostic et la localisation des défauts.

6. CONCLUSIONS

Ce travail s'inscrit dans le cadre du diagnostic des électrolyseurs cylindriques par magnéto-tomographie, en mettant l'accent sur l'amélioration du modèle mathématique employé pour la reconstruction de la densité de courant. Le modèle analytique 2-D développé, basé sur la méthode de Maxwell/Fourier, vise à offrir une précision supérieure à celle du modèle de Biot & Savart [25], tout en conservant un temps de calcul similaire. Ce modèle a été comparé et validé à des résultats numériques et à des essais expérimentaux en mode sain et dégradé. Par ailleurs, les résultats prometteurs de ce modèle ouvrent la voie à de nombreuses perspectives futures, notamment la reconstruction de la densité de courant via la résolution d'un problème inverse, l'optimisation du positionnement des capteurs, ainsi que la détermination du nombre optimal de points de mesure.

7. REMERCIEMENTS

This work has been supported by the EIPHI Graduate School (contract ANR-17-EURE-0002) and the Region Bourgogne Franche-Comté.

8. REFERENCES

- [1] S. Shiva Kumar and V. Himabindu, « Hydrogen production by PEM water electrolysis – A review », *Materials science for Energy Technologies*, vol. 2, no. 3, p. 442-454, December 2019, doi: 10.1016/j.mset.2019.03.002.
- [2] D. Falcão and A. Pinto, « A review on PEM electrolyzer modelling: Guidelines for beginners », *J. Clean. Prod.*, vol. 261, Art. ID 121184, July 2020, doi: 10.1016/j.jclepro.2020.121184.
- [3] P. Olivier, C. Bourasseau and B. Bouamama, « Dynamic and multiphysic PEM electrolysis system modelling: A bond graph approach », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 42, no. 22, pp. 14872-14904, June 2017, doi: 10.1016/j.ijhydene.2017.03.002.
- [4] A. Majumdar, M. Haas, I. Elliot and S. Nazari, « Control and control-oriented modeling of PEM water electrolyzers: A review », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 48, no. 79, pp. 30621-30641, September 2023, doi: 10.1016/j.ijhydene.2023.04.204.
- [5] J. Van der Merwe, K. Uren, G. Van Schoor and D. Bessarabov, « Characterisation tools development for PEM electrolyzers », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 39, no. 26, pp. 14212-14221, September 2014, doi: 10.1016/j.ijhydene.2014.02.096.
- [6] C. Immerz, M. Schweins, P. Trinke, B. Bensmann, M. Paidar, T. Bytron, K. Bouzek and R. Hanke-Rauschenbach, « Experimental characterization of inhomogeneity in current density and temperature distribution along a single-channel PEM water electrolysis cell », *Electrochimica Acta*, vol. 260, p. 582-588, January 2018, doi: 10.1016/j.electacta.2017.12.087.
- [7] J.K. Lee, C. Lee, K.F. Fahy, B. Zhao, J.M. LaManna, E. Baltic, D.L. Jacobson, D.S. Hussey and A. Bazylak, « Critical Current Density as a Performance Indicator for Gas-Evolving Electrochemical Devices », *Cell Rep. Phys. Sci.*, vol. 1, no. 8, Art. ID. 100147, August 2020, doi: 10.1016/j.xcrp.2020.100147.
- [8] D. Guilbert and G. Papakonstantinou, « Degradation Study, Failures Diagnosis and Faulty Operating Management of Electrolyzers », *MDPI Membranes*, vol. 12, no. 12, Art. ID 1195, November 2022, doi: 0.3390/membranes12121195.
- [9] I. Dedigama, P. Angeli, K. Ayers, J. Robinson, P. Shearing, D. Tsaoulidis and D. Brett, « In situ diagnostic techniques for char-acterisation of polymer electrolyte membrane water electrolyzers – Flow visualisation and electrochemical impedance spectroscopy », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 39, no. 9, pp. 4468-4482, March 2014, doi: 10.1016/j.ijhydene.2014.01.026.
- [10] Y. Akimoto, M. Shibata, Y. Tsuzuki, K. Okajima and S-N. Suzuki, « In-situ on-board evaluation and control of proton exchange membrane fuel cells using magnetic sensors », *Appl. Energy*, vol. 351, Art. ID. 121873, December 2023, doi: 10.1016/j.apenergy.2023.121873.
- [11] A. Plait, F. Dubas, D. Bouquain and D. Hissel, « Diagnostic and performance analysis of a water electrolyzer by magnetic field measurement », *MDPI Energies*, vol. 17, no. 16, Art. ID 4135, August 2024, doi: 10.3390/en17164135.
- [12] K-H. Hauer, R. Potthast, T. Wüster and D. Stolten, « Magnetotomography—A new method for analysing fuel cell performance and quality », *J. Power Sources*, vol. 143, no. 1-2, pp. 67-74, April 2005, doi: 10.1016/j.jpowsour.2004.11.054.
- [13] H. Lustfeld, M. Reißel, U. Schmidt and B. Steffen, « Reconstruction of electric currents in a fuel cell by magnetic field measurements », *J. Fuel Cell Sci. Technol.*, vol. 6, no. 2, Art. ID. 021012, May 2009, doi: 10.1115/1.2972171.
- [14] T. Katou, Y. Gotoh, N. Takahashi and M. Izumi, « Measurement technique of distribution of power generation current using static magnetic field around polymer electrolyte fuel cell by 3D inverse problem FEM », *Mater. Trans.*, vol. 53, no. 2, pp. 279-284, January 2012, doi: 10.2320/matertrans.i-m2011842.
- [15] T. Nasu, Y. Matsushita, J. Okano and K. Okajima, « Study of current distribution in pemfc stack using magnetic sensor probe », *J. Int. Counc. Electr. Eng.*, vol. 2, no. 4, pp. 391-396, September 2012, doi: 10.5370/jicee.2012.2.4.391.
- [16] M. Le Ny, O. Chadebec, G. Cauffet, J-M. Dedulle, Y. Bultel, S. Rosini, Y. Fourmeron and P. Kuo-Peng, « Current distribution identification in fuel cell stacks from external magnetic field measurements », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 1925-1928, May 2013 doi: 10.1109/tmag.2013.2239967.
- [17] R. Yamanashi, Y. Gotoh, M. Izumi and T. Nara, « Evaluation of generation current inside membrane electrode assembly in polymer electrolyte fuel cell using static magnetic field around fuel cell », *ECS Trans.*, vol. 65, pp. 219-226, 2015, doi: 10.1149/06501.0219ecst.
- [18] L. Ifrek, O. Chadebec, S. Rosini, G. Cauffet, Y. Bultel and G. Bannwarth, « Fault identification on a fuel cell by 3-D current density reconstruction from external magnetic field measurements », *IEEE Trans. Magn.*, vol. 55, no. 6, Art. ID. 62007, June 2019, doi: 10.1109/tmag.2019.2895755.
- [19] A. Plait, S. Giurgea, D. Hissel and C. Espanet, « New magnetic field analyzer device dedicated for polymer electrolyte fuel cells noninvasive diagnostic », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 45, no. 27, pp. 14071-14082, May 2020, doi: 10.1016/j.ijhydene.2020.03.082.
- [20] A. Plait and F. Dubas, « Experimental validation of a 2-D multi-layer model for fuel cell diagnosis using magneto-tomography », in *World Hydrogen Energy Conference (WHEC)*, Istanbul, Turkey, 26-30 June 2022.
- [21] A. Plait and F. Dubas, « A 2D multi-layer model to study the external magnetic field generated by a polymer exchange membrane fuel cell », *MDPI Mathematics*, vol. 10, no. 20, Art. ID 3883, October 2022, doi: 10.3390/math10203883.
- [22] A. Plait and F. Dubas, « Improvement of fuel cell diagnosis by magneto-tomography with magnetic field concentration », in *International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM)*, Cannes, France, 11-14 April 2023.
- [23] A. Plait et F. Dubas, « Modèle quasi 3-D pour le diagnostic de pile à combustible par magnéto-tomographie avec validations expérimentales », in *Symposium de Génie Électrique (SGE)*, Lille, France, 05-07 Juillet 2023.
- [24] A. Plait and F. Dubas, « Experimental validation of a purely analytical dedicated to fuel cell diagnosis », *Int. J. of Hydrogen Energy*, vol. 67, pp. 888-897, May 2024, doi: 10.1016/j.ijhydene.2024.01.245.
- [25] A. Plait and F. Dubas, « Evaluation of different models dedicated to fuel cell diagnosis through magneto-tomography method », in *European Conference on Numerical Methods in Electromagnetism (NUMELEC)*, Toulouse, France, 08-10 July 2024.
- [26] F. Selamet, F. Becerikli, M.D. Mat and Y. Kaplan, « Development and testing of a highly efficient proton exchange membrane (PEM) electrolyzer stack », *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 36, no. 17, pp. 11480-11487, August 2011, doi: 10.1016/j.ijhydene.2011.01.129.
- [27] D.C. Meeker, « Finite Element Method Magnetism », Ver. 4.2. Available online: <http://www.femm.info> (accessed on 10 October 2018).
- [28] Asensor Technology AB, « Linear High Precision Analog Hall Sensors », Available online: <https://www.asensor.eu> (accessed on 8 November 2022).
- [29] F. Dubas and K. Boughrara, « New scientific contribution on the 2-D subdomain technique in polar coordinates: taking into account of iron parts » *MDPI Math. Comput. Appl.*, vol. 22, no. 4, p. 42, October 2017, doi: 10.3390/mca22040042.