Modélisation couplée thermique électrique d'un cogénérateur

Sylvie BEGOT^{1*}, Guillaume LAYES¹, François LANZETTA¹, Philippe NIKA¹, Pierre FRANCOIS², Laurent PREVOND², Marie RUELLAN²

¹Laboratoire FEMTO-ST CNRS UMR 6174

CNRS/Université de Franche-Comté/ENSMM/UTBM

Département ENERGIE, 2 avenue Jean Moulin, 90000 BELFORT

² SATIE, CNAM, ENS CACHAN, CNRS, 292, rue Saint Martin, case 2D6P10, F-75141 PARIS

*(auteur correspondant : sylvie.begot@univ-fcomte.fr)

Résumé - Dans le cadre de l'ANR CETI (Chaudière Electro thermique Intégrée), le laboratoire FEMTO-ST et plus particulièrement le département ENERGIE est partenaire du laboratoire SATIE pour le développement d'une modélisation de micro-cogénérateur. Les machines choisies sont une machine Stirling à pistons libres pour la partie thermique et une machine asynchrone linéaire tubulaire pour la machine électrique. L'article présente des premiers résultats de la modélisation couplée thermique-électrique du cogénérateur.

Nomenclature

Α	aire, m^2	Symb	oles
Apv	potentiel vecteur, Wb.m ⁻¹	γ	co
B	induction magnétique, T	Λ	ра
С	coefficients dissipatifs, $m.s^{-1}$	φ	dé
D	coefficients dissipatifs par unité de masse, s ⁻¹	ϕ	flu
d	diamètre échangeur, m	$\theta c v l$	re
Ε	champ électrique, V. m^{-1}	θ	an
F	force, N	μ	pe
g	glissement	μ_0	pe
Ĭ	intensité, A	σ	co
I _b	fonction de Bessel de 1 ^{ère} espèce	τ	pa
Im	partie imaginaire d'un nombre complexe	0	r DU
J	densité de courant, $A.m^{-1}$		Pu
j	$j^2 = -1$	Indice	es et
ĸ	raideurs par unité masse, $N.m^{-1}.kg^{-1}$	alt	alt
K _b	fonction de Bessel de 2nde espèce	С	co
lf	inductance de fuite, <i>H</i>	d	dé
L	inductance propre cyclique, H	e	dé
т	masse, kg	h	ch
М	inductance mutuelle cyclique, H	H	hv
р	pression, Pa	k	fro
\mathcal{P}	flux de vecteur de Poynting, W	m	m
R	résistance électrique, Ω	max	ma
rcyl	coordonnées cylindriques : rayon, m	mov	m
Re	partie réelle d'un nombre complexe	n	ré
S	paramètre de calcul	p	pis
t	temps, s	r	ré
Т	température, K	rgd	res
и	tension, V	rgp	res
V	volume, m^3	t	tig
v	vitesse, $m.s^{-1}$	0	ini
x	position des pistons, m	1	sta
<i>x</i>	vitesse des pistons, $m.s^{-1}$	2	m
ÿ	accélération des pistons, $m.s^{-2}$	-	
zcyl	coordonnées cylindriques : longueur, m		

Symboles grecs

- efficient isentropique
- ramètre de calcul
- phasage piston/déplaceur, rad
- ix de l'induction magnétique, Wb
- père cylindrique : angle, rad
- gle électrique, rad
- rméabilité relative
- rméabilité du vide
- nductivité électrique, S.m⁻¹
- s polaire, m
- Isation, *rad.s⁻¹*

exposants

- ternateur
- mpression
- placeur
- étente
- aud
- stérésis
- bid
- utuelle
- aximum
- oyen
- gions de la machine asynchrone
- ston
- générateur
- ssort gazeux déplaceur
- ssort gazeux piston
- ge déplaceur
- itial
- ator
- over

1. Introduction

Le département ENERGIE de l'Institut FEMTO-ST ainsi que GDF SUEZ et le laboratoire SATIE mènent depuis plusieurs années des travaux sur la micro-cogénération domestique sur la base de machine Stirling à pistons libres associée à un générateur asynchrone linéaire. L'objectif est de développer un écogénérateur qui répondrait à l'intégralité des besoins de chauffage et d'eau chaude sanitaire d'un logement et à une partie des besoins en électricité. Le projet de l'Agence Nationale de la Recherche intitulé Chaudière ElectroThermique Intégrée (CETI) dont le laboratoire SATIE est partenaire coordinateur, a pour objectif de développer un prototype de micro-cogénérateur dont les performances soient compatibles avec une application de micro-cogénération domestique.

La machine Stirling est un moteur à apport de chaleur externe inventée par Robert Stirling en 1816 [1-2]. Il utilise une source externe d'énergie thermique pour chauffer le gaz contenu dans un cylindre. Ce gaz sous pression se détend quand il est chauffé et met en mouvement un piston qui effectue alors un travail mécanique. Après la détente, le gaz est refroidi puis comprimé à nouveau avant le prochain cycle de chauffage. Le régénérateur (cœur de la machine Stirling) absorbe puis restitue la chaleur du gaz pendant le transfert de ce gaz entre les parties chaude et froide du moteur. La machine Stirling à pistons libres a été inventée par W.T. Beale en 1964 [3]. Dans ce type de machine, les pertes par frottement et l'usure mécanique sont réduites. L'enveloppe contenant la machine peut être hermétiquement scellée ce qui permet une durée d'opération sans maintenance d'environ 10 ans de cette machine [4]. Partant d'une approche analytique proposée par Urieli et Berchowitz [5], le laboratoire Femto-st a développé une modélisation de ces machines [6-10]

La machine choisie pour la conversion électromécanique est une machine asynchrone linéaire à mover massif [11]. Le mover est l'équivalent de la cage d'écureuil d'un moteur rotatif. Les avantages principaux de cette solution sont sa simplicité et sa robustesse. En fonctionnement moteur, le stator d'une machine asynchrone est parcouru par des courants sinusoïdaux. Ces courants produisent un champ magnétique qui se déplace dans l'espace. Ce champ magnétique induit des courants dans le mover. Ceux-ci interagissent avec le champ magnétique du stator et produisent une force. En mode générateur, on entraîne le mover à une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme, la machine fonctionne alors en générateur et produit une puissance électrique. La conversion à induction présente également d'autres avantages. C'est une solution qui permet d'alléger les pièces mobiles (le mover, en particulier) en désolidarisant ce mover du fer de fermeture du champ magnétique. De ce fait, il est possible d'atteindre des accélérations et donc des fréquences plus grandes à force motrice constante. Ces fortes accélérations améliorent la puissance massique du convertisseur asynchrone. Il est possible de tirer parti des forces de répulsion, spontanément créées entre le flux de fuite et les courants induits, pour les guidages. Par construction, les pièces mobiles sont donc naturellement sustentées. Cette machine est également une structure qui a une meilleure tenue en température que des structures à aimants. Les travaux de modélisation permettant de déterminer un schéma équivalent ainsi qu'un prototype ont été développés par le laboratoire SATIE [12-13].

La simulation couplée thermique électrique d'une machine Stirling et d'un générateur électrique a été abordée par plusieurs auteurs. Ulusoy et al. [14] proposent une modélisation couplée entre une machine thermique et une machine synchrone à aimants permanents tubulaire. Le modèle de la machine électrique est celui proposé par [11]. Les valeurs de résistances et d'inductances de la machine sont une donnée et ne sont pas calculées par le modèle. Seraj Mehdizadeh et Stouffs [15] ont couplé un modèle analytique de machine Stirling à un modèle de bobine associée à une charge RLC. Sikora and Vlach [16] ont

développé un modèle numérique par volumes finis de la machine Stirling couplé à un modèle analytique de machine synchrone à aimants. Les valeurs des inductances et résistances sont issues de mesures. Howard et Harley [17] effectuent le couplage d'un modèle analytique de Schmidt ainsi que d'un modèle simplifié de machine asynchrone.

Dans cet article, nous présentons le couplage d'un modèle de machine Stirling à pistons libres à celui d'une génératrice asynchrone tubulaire linéaire. Les données d'entrée des deux modèles sont les paramètres géométriques de ces machines, puis toutes les grandeurs nécessaires sont calculées. La première partie de l'article présente le modèle thermique, la deuxième partie de l'article présente le modèle électrique. Le couplage et les résultats sont exposés dans la dernière partie de l'article.

2. Modélisation de la machine Stirling

La modélisation de la machine Stirling est décrite brièvement dans ce paragraphe. Plus de détails se trouvent dans [8-10].

2.1. Présentation générale de la machine

Le modèle développé est celui d'une machine Stirling à pistons libres (Figure 1). La machine comprend un piston ainsi qu'un déplaceur. A chaque extrémité de la machine se trouvent un échangeur chaud et un échangeur froid. Un régénérateur nécessaire à la réalisation du cycle thermodynamique du gaz complète le dispositif. Des volumes tampons présents sous le piston et dans le déplaceur jouent le rôle de ressorts gazeux. Le piston produit un travail mécanique qui entraîne la machine électrique.



Figure 1 : Schéma du MSPL modélisé

Figure 2 : Génératrice linéaire

2.2. Equations principales de la machine

Nous faisons les hypothèses suivantes : le mouvement des pistons est sinusoïdal, les transformations sont isothermes, la pression dans le volume de compression est linéarisable, le régénérateur a une efficacité de 100 %.

La variation des volumes de compression et de détente est obtenue par :

$$\dot{V}_c = A_p \dot{x}_p - (A_d - A_t) \dot{x}_d \tag{1}$$

$$V_e = A_d \dot{x}_d \tag{2}$$

En notation complexe, les positions des pistons sont :

$$x_d = x_{dmax} e^{j\omega_p t}$$
$$x_p = x_{pmax} e^{j(\omega_p t + \varphi)}$$

La pression dans le volume de compression s'écrit :

$$p_c = p_{moy} \left(1 - \frac{A_d \mathbf{x}_d}{T_h S} - \frac{A_p \mathbf{x}_p - (A_d - A_t) \mathbf{x}_d}{T_k S} \right)$$
(3)

$$S = \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r ln(T_h/T_k)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h}$$
(4)

Les équations mécaniques du mouvement s'écrivent :

$$\ddot{x}_{p} = K_{pp}x_{p} + K_{pd}x_{d} + D_{pp}\,\dot{x}_{p} + D_{pd}\dot{x}_{d}$$
(5)

$$\ddot{x}_d = K_{dp}x_p + K_{dd}x_d + D_{dp}\dot{x}_p + D_{dd}\dot{x}_d \tag{6}$$

L'expression des coefficients de ces équations est donnée dans la Table 1.

Amortissements
$D_{pp} = -\frac{\left(C_{alt} + C_{Hrgp}\right)}{m_P}$
$D_{pd} = 0$
$D_{dp} = \frac{C_P}{m_d}$
$D_{dd} = \frac{1}{m_d} \left(C_d - C_{Hrgd} \right)$

Table 1

Les coefficients C_p , C_d , C_{Hrgp} , C_{Hrgd} sont liés aux pertes de charge ainsi qu'aux pertes par hystérésis dans les ressorts gazeux. Leurs calculs sont explicités dans [10]. Le coefficient C_{alt} correspond à la force résistante appliquée par la machine électrique sur le piston.

3. Modélisation de la génératrice asynchrone

3.1. Présentation générale de la machine

La machine est une machine asynchrone linéaire tubulaire représentée schématiquement sur la Figure 2. Le stator est composé d'un bobinage triphasé multipolaire. Les conducteurs sont positionnés dans des encoches. Le mover est composé par un cylindre en aluminium. Ce dispositif est lié au piston de la machine thermique. Il est donc animé d'un mouvement linéaire de va-et-vient.

3.2. Principe utilisé pour le calcul du schéma équivalent

Nous faisons les hypothèses suivantes : les matériaux magnétiques ne sont pas saturés, les courants sont sinusoïdaux, les effets de bords sont négligeables. La modélisation est une modélisation analytique fondée sur la résolution des équations de Maxwell en coordonnées cylindriques (rcyl, θ cyl,zcyl). De la résolution des équations de Maxwell, on déduit le vecteur de Poynting dans les différentes parties de la machine. Le flux du vecteur de Poynting permet de calculer les puissances et, par identification, les paramètres du schéma équivalent de la génératrice asynchrone. Le fonctionnement de la machine est alors modélisé à l'aide du schéma équivalent. Plus de détails sur cette modélisation se trouvent dans [12-13], seules les équations principales sont rappelées ici.

3.3. Calcul du schéma équivalent

La distribution de courant dans le stator est considérée comme une nappe de courant en A/m selon zcyl. Compte-tenu de la géométrie cylindrique des bobines, elle n'a qu'une seule composante en θ cyl et s'exprime par :

$$J_{s\theta cyl} = Re\left(J_{smax}e^{j\left(\frac{\pi}{\tau}zcyl - \omega_1 t\right)}\right)$$
(7)

 τ étant le pas polaire. Selon les hypothèses précédentes, le potentiel vecteur *Apv* aura, lui aussi, une seule composante selon θcyl de la forme :

$$Apv_{\theta cyl} = Apv(rcyl)e^{j\left(\frac{n}{\tau}zcyl - \omega_1 t\right)}$$
(8)

Les équations de Maxwell, pour une région donnée s'expriment de la manière suivante :

$$rotB = \mu J \tag{9}$$

$$rotApv = B \tag{10}$$

$$rotE = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
(11)

Un courant J_m est induit dans le mover dû à la composante radiale de B. Compte-tenu de la vitesse du mover dans le repère fixe, ce courant induit s'exprime de la manière suivante :

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{B}) \tag{12}$$

L'utilisation de ces équations conduit à une équation en potentiel vecteur :

$$\frac{\partial^2 Apv}{\partial r cyl^2} + \frac{1}{r cyl} \frac{\partial Apv}{\partial r cyl} - Apv \left(\frac{1}{r cyl^2} + \Lambda^2\right) = 0$$
(13)

avec

$$\Lambda^2 = \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 - j\omega_1 g\mu\sigma \tag{14}$$

g étant le glissement de la machine asynchrone.

Cette équation se résout analytiquement en utilisant des fonctions de Bessel. Connaissant le potentiel vecteur, nous en déduisons les expressions de l'induction magnétique B et du champ électrique E, et, en particulier, la composante axiale de B, et la composante azimutale E dans chacune des régions *n* de la machine en fonction des fonctions de Bessel de 1^{ère} et 2^{nde} espèce I_b et K_b.

$$B_{zcyl,n} = \Lambda_n \Big(C_n I_{b0}(\Lambda_n rcyl) - D_n K_{b0}(\Lambda_n rcyl) \Big) e^{j \left(\frac{\pi}{\tau} zcyl - \omega_1 t\right)}$$
(15)

$$E_{\theta cyl,n} = j\omega_1 \Big(C_n I_{b1}(\Lambda_n r cyl) - D_n K_{b1}(\Lambda_n r cyl) \Big) e^{j \left(\frac{\pi}{\tau} z cyl - \omega_1 t\right)}$$
(16)

Les constantes C_n et D_n sont déterminées à partir des conditions aux limites de chaque région. On calcule alors le flux du vecteur de Poynting au travers des différentes surfaces par :

$$\mathcal{P} = \iint \underline{E} \times \frac{\underline{B}}{\mu_0} \mathrm{ds} \tag{17}$$

Les puissances actives et réactives dans chaque région correspondent aux parties réelles et imaginaires de cette expression. La force du mover peut ainsi se calculer à partir de la différence de puissance entre le rayon intérieur et le rayon extérieur divisée par la vitesse :

$$F = \frac{Re(\underline{\mathcal{P}}(rcyl_{ext}) - \underline{\mathcal{P}}(rcyl_{int}))}{v}$$
(18)

Cette valeur a été utilisée pour valider le modèle par rapport aux résultats expérimentaux relevés sur une maquette [12].

On suppose que la machine asynchrone est représentée par le schéma monophasé équivalent de la Figure 3, et on cherche à déterminer les valeurs de ces paramètres. On suppose que l'on se trouve en fonctionnement moteur. Les résistances au stator et l'inductance de fuite se calculent par des formules analytiques en fonction des dimensions de la machine. On peut déduire les autres éléments à partir des essais à vide et à mover bloqué. A vide, le courant au secondaire I_2 est nul, ce qui permet de calculer Rf et Lm. A mover bloqué, le glissement g est égal à 1, ce qui permet de calculer lf_2 et R_2 [12]. Nous en déduisons les grandeurs cycliques.



Figure 3 Schéma équivalent

Figure 4 Interface utilisateur développée

3.4. Modélisation du fonctionnement

Le modèle de fonctionnement utilisé est un modèle classique en grandeurs complexes. Nous écrivons les équations électrocinétiques, l'expression des flux en fonction des courants, l'expression de la force en fonction du courant et des flux [13].

$$\underline{v}_1 = R_1 \underline{i}_1 + \frac{d\underline{\phi}_1}{dt} \tag{19}$$

$$\underline{v}_2 = R_2 \underline{i}_2 + \frac{d\underline{\phi}_2}{dt} = 0 \tag{20}$$

$$\underline{\Phi}_1 = L_1 \underline{i}_1 + M e^{j\theta} \underline{i}_2 \tag{21}$$

$$\underline{\Phi}_2 = L_2 \underline{i}_2 + M e^{-j\theta} \underline{i}_1 \tag{22}$$

$$\underline{\Phi}_2 = L_2 \underline{i}_2 + M e^{-j\theta} \underline{i}_1 \tag{23}$$

$$F = \frac{3}{4} \frac{\pi}{\tau} j \left(\underline{\Phi}_1 \underline{i}_1^* - \underline{\Phi}_1^* \underline{i}_1 \right)$$
(24)

4. Couplage des modèles

Nous réalisons le couplage de ces modèles en régime établi. L'interface utilisateur du modèle du cogénérateur est présentée sur la Figure 4. Nous utilisons les données d'une machine Stirling de type RE1000 [18] ainsi que les données de la machine prototype développée au SATIE [12]. Nous faisons l'hypothèse que la machine électrique est reliée à un réseau électrique. Nous appliquons en entrée du modèle de la machine électrique, la force linéaire correspondant à la force nécessaire pour stabiliser le fonctionnement de la machine thermique.

4.1. Machine linéaire à vitesse constante

Dans un premier temps, nous étudions les performances d'une machine linéaire à vitesse constante et dans un seul sens. Nous appliquons une force motrice constante sur le mover. Ceci nous permet de caractériser les points de fonctionnement de la machine et d'estimer les rendements de la machine en régime de vitesse constante. Nous obtenons, par exemple, les résultats présentés Tableau 1. Ces résultats sont compatibles avec les rendements observés sur les machines linéaires [19].

Tension réseau (V)	55	65	75
P électrique fournie (W)	850	655	480
Rendement	0,31	0,27	0,19
Vitesse linéaire (m/s)	2,65	2,38	2,19

Tableau 1 : Performance de la machine à vitesse constante

4.2. Machine linéaire avec mouvement alterné

Dans un deuxième temps, nous appliquons une force variable sur le mover. Ceci nous permet de visualiser le fonctionnement en régime variable de la machine sur quelques cycles. Nous observons que la puissance est négative (machine en mode générateur) une partie du cycle mais qu'elle absorbe de la puissance (mode moteur) dans les phases de faible vitesse. Nous constatons qu'une commande adéquate devra être mise en place, car le rendement de la machine évolue fortement sur le cycle.



Figure 5 Puissances

Figure 6 Courants statoriques

5. Conclusion

Nous avons présenté les premiers résultats d'une modélisation couplée d'un cogénérateur. Le modèle intègre le calcul d'une machine Stirling à pistons libres et celui d'une machine asynchrone linéaire. Ces premiers travaux montrent qu'il est nécessaire de travailler sur la conception des deux machines simultanément pour optimiser le fonctionnement global. Les travaux futurs concerneront le couplage complet des deux modèles et le développement de la commande.

Références

- [1] C. West, *Principals and applications of Stirling engines*, Van Nostrand Reinhald Co., New York, 1986
- [2] G. Walker, G. Reader, O. Fauvel, E. Bingham, *The Stirling alternative*, Gordon and Breach Science Publishers, 1994
- [3] W.T. Beale, Free-Piston Stirling Engines Some Model Tests and Simulations, *International Automotive Engineering Congress*, Detroit, Paper 690230, 1969.

- [4] W.T. Beale, G. Chen, *Small Stirling Free Piston Stirling Engines for Cogeneration*, Sunpower inc., Athens; Ohio, 1992.
- [5] I. Urieli, D.M. Berchowitz, Stirling cycle analysis, Adam Hilger, Bristol, 1984
- [6] J. Boucher, *Influence du pilotage du déplaceur sur le comportement d'un cogénérateur à moteur Stirling et générateur électrique linéaire*, Thèse de doctorat, Université de Franche Comté, 2007.
- [7] J. Boucher, F. Lanzetta, P. Nika, Optimization of a dual free piston Stirling engine, *Applied Thermal Engineering*, 27 (2007) 802–811
- [8] S. Bégot, G. Layes, F. Lanzetta, S. Djetel, P. Nika, R. Contreau, Modèle pour conception/ optimisation d'un moteur Stirling à pistons libres « mécanique », *Congrès Français de Thermique*, Perpignan, 24-27 Mai 2011
- [9] S. Bégot, G. Layes, F. Lanzetta, P. Nika, R. Contreau, Validation d'un modèle de moteur Stirling à pistons libres pour la micro-cogénération, *Congrès Français de Thermique*, Bordeaux, 29 Mailer Juin (2012).
- [10] S. Bégot, G. Layes, F. Lanzetta, P. Nika, Stability analysis of free piston Stirling engines, accepté pour publication dans *European Physical Journal Applied Physics*
- [11] I. Boldea, S. Nasar, *Linear electric actuators and generators*, Cambridge university press, 1997.
- [12] P. François, Contribution à la modélisation électromagnétique d'un générateur linéaire à induction appliquée à un micro-cogénérateur Stirling à piston libre, Thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2011
- [13] Pierre François, Laurent Prévond, Hamid Ben Ahmed, Bernard Multon, Générateur tubulaire asynchrone pour cogénérateur Stirling, Actes du congrès *Electrotechnique du futur*, Gif sur Yvette, France (2003).
- [14] N Ulusoy, F Mc Caughan, Non linear analysis of free pistion stirling engine/alternator system, Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, vol 4, pp 1847-1852 (1997)
- [15] N. Seraj Mehdizadeh, P. Stouffs, Simulation of a Martini Displacer free piston Stirling engine for electric power generation, Int. J. Applied Thermodynamics, vol 3 n°1 pp 27-34 (2000)
- [16] M. Sikora, R. Vlach, Dynamic Model of Stirling Engine Crank Mechanism with Connected Electric Generator, *Applied and ComputationalMechanics* 3 (2009) 185–194
- [17] D. Howard, R. G. Harley, Modeling of Dish-Stirling Solar Thermal Power Generation, *Power* and *Energy Society General Meeting*, IEEE (2010)
- [18] J. G. Schreiber, S. M. Geng, and G. V. Lorenz, RE-1000 Free-Piston Stirling Engine Sensitivity Test Results, NASA TM-88846, (1986)
- [19] M. Kant, Moteurs électriques à mouvements linéaires et composés, *Techniques de l'ingénieur, Traité Génie électrique*

Remerciements

Ce travail a bénéficié d'une aide de l'Agence Nationale de la Recherche portant la référence ANR-08-BLAN-0118-02 et d'une participation financière de l'entreprise GDF SUEZ.