

# Optimisation d'une sonde à microthermocouple pour la mesure de température intrusive au sein d'une couche limite

S. AMRANE, F. LANZETTA, E. GAVIGNET, P. BAUCOUR

*Institut Franche Comté Electronique Mécanique Thermique et Optique – Sciences et Technologies  
(FEMTO-ST), UMR 6174, CNRS-UFC-ENSMM-UTBM  
Département Énergie et Ingénierie des Systèmes multiphysiques (ENISYS)  
Parc technologique 2 avenue Jean Moulin 90000 BELFORT*

## Résumé :

*Cet article présente une étude théorique visant à optimiser le type de sonde thermométrique pour la mesure de température dans le cas de l'écoulement d'un fluide sur une plaque plane. L'application type concerne la mesure de température d'un gaz dans la couche limite. Le bilan thermique entre le fluide en écoulement et la sonde intègre les phénomènes convectifs ainsi que les pertes par conduction le long des fils et par rayonnement (effets linéarisés) entre le fluide et la surface externe du capteur. Une analyse paramétrique met en évidence l'influence des matériaux composant le capteur, la géométrie des fils (diamètre, longueur) ainsi que le régime d'écoulement sur la qualité de la mesure.*

## Abstract :

*This article presents a theoretical study to optimize microthermocouples for measuring temperature in the case of fluid flow on a flat plate. The typical application consists in measuring the temperature of gas in the boundary layer. The heat balance between the flowing fluid and the sensor integrates convection and conduction losses along the wires and radiation (linearized effects) between the fluid and the outer surface of the sensor. A parametric analysis highlights the influence of the sensor materials, the wires geometry (diameter and length) and the flow regime on the quality of measurement.*

**Mots clefs :** température, microthermocouples, couche limite, caractéristiques thermophysiques

## 1 Introduction

La mesure de température par microthermocouple est une méthode intrusive classique utilisée tant dans l'industrie que dans les laboratoires de recherche, et ce, depuis de nombreuses années [1-3]. Cependant pour une même mesure, il est possible d'en améliorer la qualité en choisissant correctement le type de couple (choix des matériaux) mais également la géométrie (diamètre, longueur) des fils utilisés pour la réalisation de la sonde. L'objectif de notre étude est d'évaluer et d'optimiser la qualité de la mesure de température en mettant en évidence l'influence des grandeurs géométriques (longueurs, diamètres) et thermophysiques (conductivité thermique, chaleur spécifique, masse volumique). Nous illustrerons notre propos par l'utilisation d'une sonde dans le cas d'un écoulement permanent de gaz, de type couche limite le long d'une plaque plane chauffée [4-8].

## 2 Modèle théorique

Nous considérons un écoulement permanent de gaz (vitesse uniforme  $V_f$  et température moyenne  $T_f$ ) le long d'une plaque plane chauffée (température  $T_p$ ), au voisinage de la paroi (Fig. 1). La sonde de température est constituée de deux fils métalliques différents formant un microthermocouple dont la jonction mesure la température  $T_j$  différente de celles de la plaque  $T_p$  et du fluide  $T_f$ . Les fils ❶ et ❷ de la sonde possèdent des longueurs  $L_1$  et  $L_2$  et des diamètres  $d_1$  et  $d_2$  respectivement. A la base de la sonde, loin de la jonction chaude, la température est  $T_0$ . Un capteur réalisé sur ce principe [9] est présenté sur la figure 2.

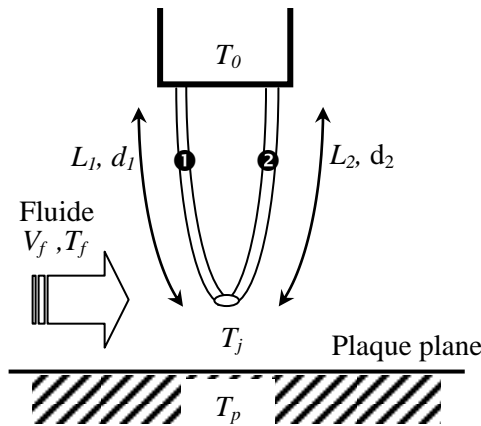


FIG. 1 – Schéma de principe



FIG.2 – Microthermocouple de type K (Chromel-Alumel) [10]

$d = d_1 = d_2 = 25,4 \mu\text{m}$  ;  $L = L_1 = L_2 = 6 \text{ mm}$

L'étude théorique porte sur la résolution de l'équation de la chaleur, en régime permanent, traduisant l'échange thermique convectif entre le fluide et la surface du capteur, les pertes par conduction le long des fils, et les pertes par rayonnement (effets linéarisés) entre la surface de la plaque plane et la surface du capteur. La sonde est modélisée par deux fils de section cylindrique en contact parfait au niveau de la jonction chaude et dont les extrémités (en  $-L_1$  et  $+L_2$ ) sont portées à une température identique  $T_0$  (FIG. 3).

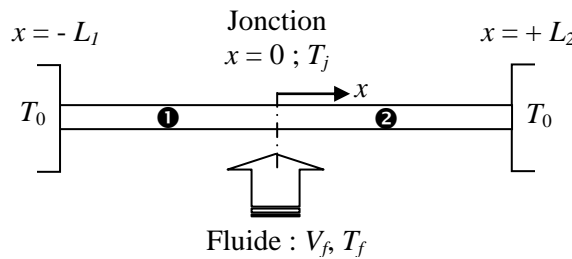


FIG. 3 – Schéma de principe

Pour chaque fil nous écrivons le bilan thermique en régime instationnaire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{h_p p}{\rho c S} (T - T_f) - \frac{\varepsilon \sigma p}{\rho c S} (T^4 - T_p^4) \quad (1)$$

avec :  $\lambda$  la conductivité thermique ( $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ),  $\rho$  la masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ ),  $p$  le périmètre (m) et  $S$  la section ( $\text{m}^2$ ) du fil considéré. Le coefficient de convection est  $h_{cv}$  ( $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ ).  $\varepsilon$  est le facteur d'émission du fil ( $\varepsilon = 0.90$  dans les calculs) et  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzman =  $5,6704.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ .

Compte-tenu du faible écart de température entre la paroi ( $T_p$ ), le fil du microthermocouple ( $T$ ) et le fluide en écoulement ( $T_f$ ), on écrira :

$$(T^4 - T_p^4) \approx 4 T_p^3 (T - T_p) = 4 T_p^3 (T - T_f) + 4 T_p^3 (T_f - T_p) \quad (2)$$

En régime permanent,  $\partial T / \partial t = 0$  et, si l'on pose  $\theta = (T - T_f)$ , l'équation (1) se simplifie de telle sorte que, pour chaque fil ① et ② composant le thermocouple, on est amené à résoudre l'équation :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - K \theta - K^* = 0 \quad (3)$$

En écriture réduite, les constantes  $K$  et  $K^*$  s'expriment pour chaque fil :

$$C_1 = \frac{\lambda}{\rho c} \Big|_{\text{fils 1 et 2}} ; C_2 = \frac{h p}{\rho c S} \Big|_{\text{fils 1 et 2}} ; C_3 = \frac{4 T_p^3 \varepsilon \sigma p}{\rho c S} \Big|_{\text{fils 1 et 2}} \quad (4a,b,c)$$

$$K_1 = \frac{C_2 + C_3}{C_1} \Big|_{fil 1} ; K_1^* = \frac{C_3}{C_1} (T_f - T_p) \Big|_{fil 1} \quad (5a,b)$$

$$K_2 = \frac{C_2 + C_3}{C_1} \Big|_{fil 2} ; K_2^* = \frac{C_3}{C_1} (T_f - T_p) \Big|_{fil 2} ; K_{12} = \frac{K_1^*}{K_1} - \frac{K_2^*}{K_2} \quad (6c,d,e)$$

$$m_1 = \sqrt{K_1} ; m_2 = \sqrt{K_2} ; q_1 = m_1 L_1 ; q_2 = m_2 L_2 \quad (7a,b,c,d)$$

$$\theta_{01} = \theta_0 + \frac{K_1^*}{K_1} ; \theta_{02} = \theta_0 + \frac{K_2^*}{K_2} \quad (8a,b)$$

$$\theta_j = T_j - T_f ; \theta_0 = T_0 - T_f \quad (9a,b)$$

Pour chaque fil, la solution de l'équation s'écrit ainsi :

$$\theta_{1,2}(x) = A_{1,2} e^{m_{1,2} x} + B_{1,2} e^{-m_{1,2} x} - \frac{K_{1,2}^*}{K_{1,2}} \quad (10)$$

Écrivons à présent les conditions aux limites :

- Égalité des températures aux extrémités des fils en  $x = -L_1$  et  $x = +L_2$  :

$$\theta_1(-L_1) = \theta_2(+L_2) \equiv \theta_0 \quad (11)$$

- Égalité de la température au niveau de la jonction en  $x = 0$  :

$$\theta_1(0) = \theta_2(0) \equiv \theta_j \quad (12)$$

- Égalité des flux de conduction au niveau de la jonction en  $x = 0$  :

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (13)$$

Finalement, compte-tenu des équations (4) à (13), nous pouvons exprimer la température de la jonction du thermocouple :

$$\theta_j = \frac{m_1 \theta_{01} \sinh(q_2) + m_2 \sinh(q_1) [\theta_{02} + K_{12} \cosh(q_2)]}{m_2 \sinh(q_1) \cosh(q_2) + m_1 \sinh(q_2) \cosh(q_1)} - \frac{K_1^*}{K_1} \quad (14)$$

L'expression (14) permet de caractériser la sonde thermométrique en fonction des températures de fluide, de paroi, de jonction froide, des diamètres, des longueurs de fils ainsi que de leurs caractéristiques thermophysiques. Nous pourrions ainsi évaluer la qualité de la mesure de température pour différentes conditions d'écoulement. En l'absence de rayonnement ( $C_3 = 0$ ,  $K_1^* = 0$ ,  $K_2^* = 0$ ,  $K_{12} = 0$  et  $\theta_{01} = \theta_{02} \equiv \theta_0$ ), la relation (14) se réduit [11] à :

$$\theta_j = \theta_0 \frac{m_1 \sinh(q_2) + m_2 \sinh(q_1)}{m_2 \sinh(q_1) \cosh(q_2) + m_1 \sinh(q_2) \cosh(q_1)} \quad (15)$$

### 3 Étude paramétrique

Dans la suite de l'exposé nous considérerons le cas d'un écoulement d'air, pouvant être laminaire ou turbulent, pleinement développé le long d'une plaque plane. Le coefficient d'échange convectif, relatif au fil, sera traduit en termes de nombres de Reynolds et de Prandtl à partir de la relation de Kramers [12-14] :

$$Nu = 0.42 Pr^{1/5} + 0.57 Pr^{1/3} Re_d^{0.5} = \frac{h_{cv} d}{\lambda_f} \quad (15)$$

Avec :  $Nu$  le nombre de Nusselt,  $Re = V_f d / \nu_f$  le nombre de Reynolds,  $Pr$  le nombre de Prandtl ( $Pr \approx 0.7$  pour l'air),  $d$  (m) le diamètre du fil,  $\lambda_f$  ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ ) la conductivité thermique et  $\nu_f$  ( $m^2.s^{-1}$ ) la viscosité cinématique du fluide. L'équation (15) montre une variation en  $Re_d^{0.5}$ , caractéristique des transferts de

chaleur en écoulement laminaire à l'échelle du diamètre du microthermocouple (compris entre 7,6  $\mu\text{m}$  et 127  $\mu\text{m}$ ) sachant que cet écoulement peut être turbulent à grande échelle (au-dessus de la couche limite dynamique). Les caractéristiques géométriques et physiques des fils de thermocouples sont résumées dans le tableau 1[15-19]. Les essais sont menés avec une température de plaque  $T_p = 450 \text{ K}$ , une température de fluide  $T_f = 350 \text{ K}$  et une température de jonction froide des thermocouples  $T_0 = 300 \text{ K}$ .

Matériaux (Type de couple possible)										
Propriétés physiques	Fer (J)	Constantan (J,E,T)	Cuivre (T)	Chromel (K,E)	Alumel (K)	Nicrosil (N)	Nisil (N)	Pt-13%Rh (R)	Pt-10%Rh (S)	Platine (R, S)
Conductivité thermique $\lambda (W.m^{-1}.K^{-1})$	68	21	377	19	30	15	28	37	38	72
Masse volumique $\rho (Kg.m^{-3})$	7860	8920	8920	8730	8600	8510	8690	19610	19970	21450
Chaleur spécifique $c_p (J.Kg^{-1}.K^{-1})$	448	393	385	448	523	460	502	137	135	134

TAB. 1 – Propriétés physiques des matériaux constituant les thermocouples.

### 3.1 Influence du diamètre des fils

La différence de température relative  $\theta_j$  de jonction augmente avec le diamètre  $d$  des thermocouples, quels que soient les matériaux constituant les thermocouples (FIG. 4 et 5).

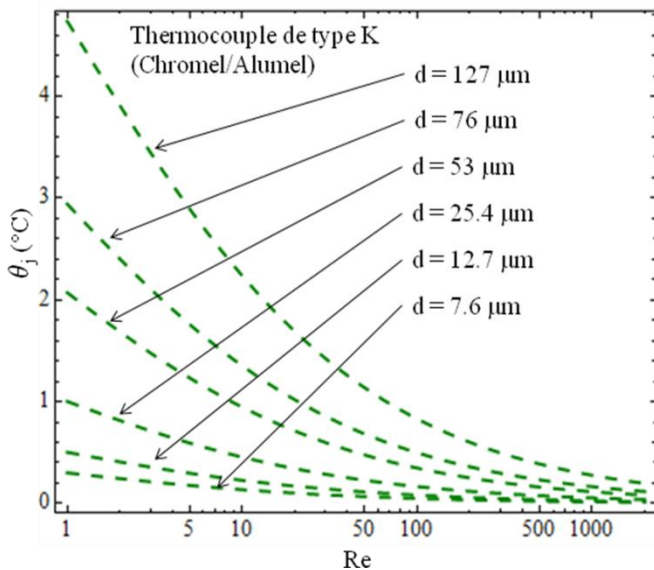


FIG.4 – Influence du diamètre des fils de thermocouples : thermocouple de type K

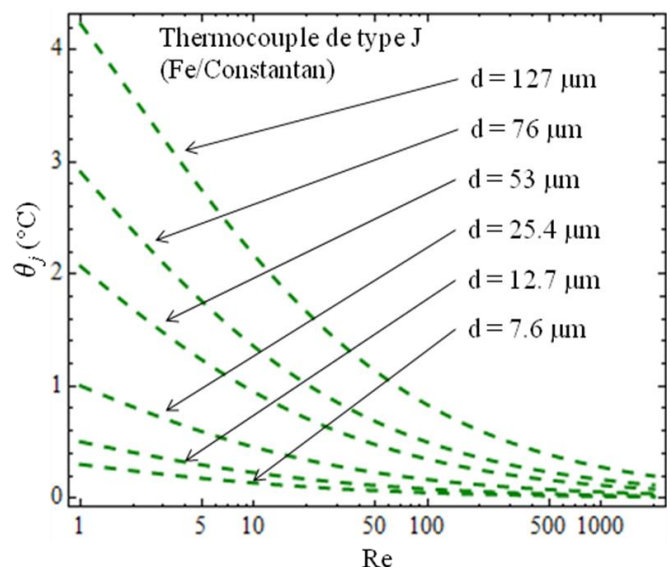


FIG.5 – Influence du diamètre des fils de thermocouples : thermocouple de type J

Ce phénomène est dû en partie à la conduction thermique qui augmente avec la section du fil mais également au rayonnement et à la convection dont les effets augmentent avec la surface d'échange. La différence de température  $\theta_j$  diminue avec le nombre de Reynolds : pour  $Re > 3000$ ,  $\theta_j \rightarrow 0$ , la température mesurée par la sonde tend alors vers la température de l'écoulement, quel que soit le diamètre du fil de thermocouple. Aux faibles valeurs de nombre de Reynolds, les effets du rayonnement l'emportent sur la convection, tendant alors à augmenter  $\theta_j$ .

### 3.2 Influence de la longueur des fils

La température relative de jonction  $\theta_j$ , en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ , est influencée par la longueur de fils  $L$  quel que soit le type de thermocouple (FIGS. 6 et 7). Les valeurs de  $\theta_j$  négatives correspondent aux cas où les fils étant très courts, c'est la température de jonction froide qui est imposée à la jonction, surtout aux faibles valeurs de Reynolds (la conduction le long des fils prend le pas sur la convection). Pour les valeurs de  $\theta_j$  positives, la température de jonction résulte d'un bilan thermique faisant intervenir les trois modes de transfert de chaleur. Pour les grandes valeurs de nombre de Reynolds, c'est la convection qui l'emporte largement et la température de jonction tend alors vers celle du fluide ( $\theta_j \rightarrow 0$ ). On montre ainsi qu'il existe un rapport longueur/diamètre ( $L/d$ ) de fil optimal, fonction des caractéristiques thermophysiques des matériaux constituant le thermocouple et des conditions d'écoulement de telle sorte que  $\theta_j \rightarrow 0$ . La condition  $L/d > 200$  est ainsi vérifiée [1].

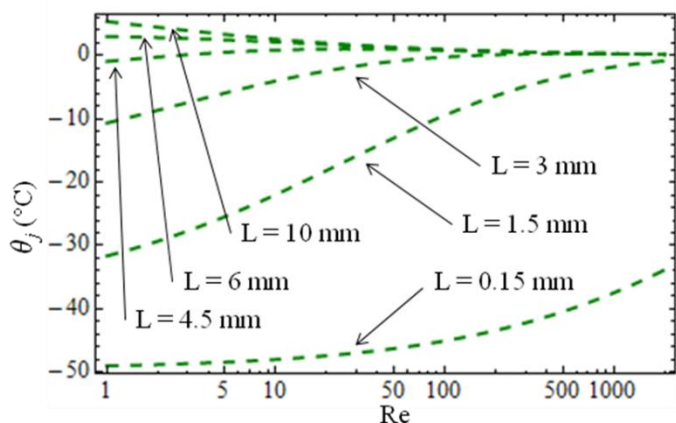


FIG.6 – Influence de la longueur des fils : thermocouples de type K (diamètre = 127  $\mu\text{m}$ )

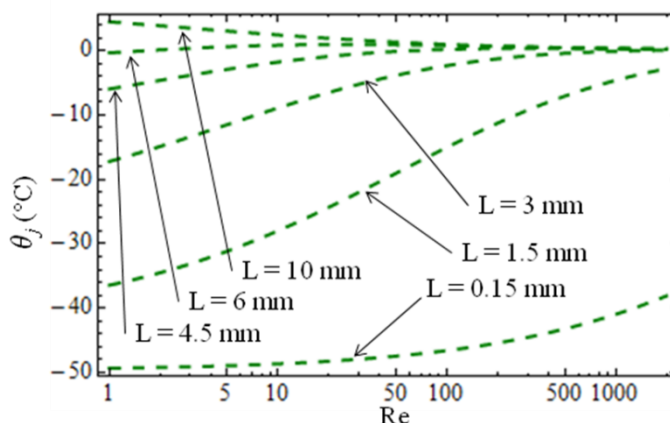


FIG.7 – Influence de la longueur des fils : thermocouples de type J (diamètre = 127  $\mu\text{m}$ )

### 3.3 Influence des matériaux

Pour les faibles valeurs de diamètres (FIG.8, diamètre de 7.6  $\mu\text{m}$ ), la nature des matériaux n'a aucune influence sur la température relative de jonction  $\theta_j$ . Quel que soit le type de capteur, la température  $\theta_j$  décroît de la même façon avec le nombre de Reynolds : aux faibles valeurs de nombres de Reynolds,  $\theta_j \approx 0.3$   $^\circ\text{C}$  et pour  $Re > 1000$ ,  $\theta_j \rightarrow 0$ . Cependant, l'incertitude de mesure de température d'un thermocouple (en régime statique) étant de l'ordre de  $\pm 0.3$   $^\circ\text{C}$  (thermocouple de classe 1 [17]), on pourra considérer que le nombre de Reynolds influe très peu.

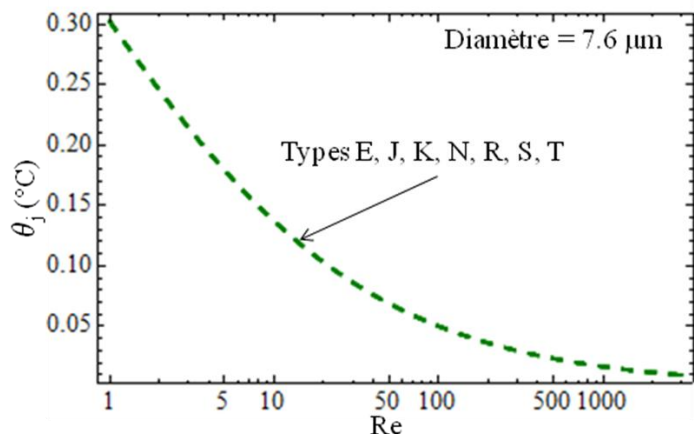


FIG.8 – Influence des matériaux : diamètre des thermocouples = 7.6  $\mu\text{m}$

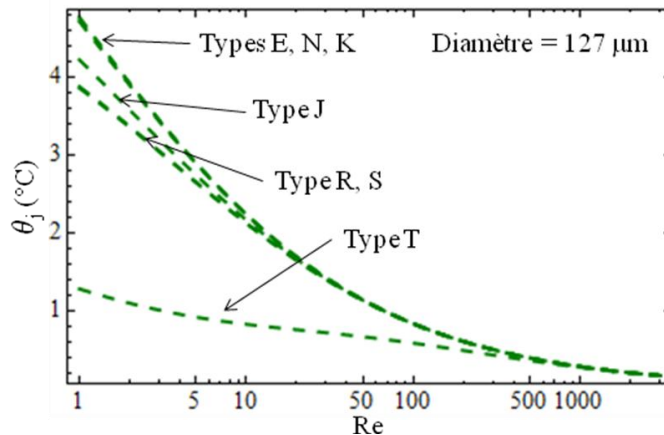


FIG.9 – Influence des matériaux : diamètre des thermocouples = 127  $\mu\text{m}$

Pour de gros thermocouples (FIG.9, diamètre de 127  $\mu\text{m}$ ), la température relative  $\theta_j$  est influencée par la nature des matériaux du fait de l'importance de la conduction et du rayonnement par rapport à la convection.

Dans notre exemple (FIG.9), la convection prend le pas sur la conduction et le rayonnement pour  $Re > 500$ . Cependant, on note pour le thermocouple de type T une température de jonction inférieure à celle des autres couples. Ce phénomène est dû aux pertes par conduction le long du fil de cuivre (forte conductivité thermique), qui dans cet exemple numérique améliore la qualité de la mesure, mais pourrait dans d'autres cas, la détériorer. On cherchera ainsi à minimiser les pertes conductives en réduisant le diamètre des fils.

#### 4 Conclusion et perspectives

La mesure de température de couche limite par microthermocouple est influencée par les caractéristiques thermophysiques des matériaux composant les couples thermoélectriques, les conditions d'écoulement et les dimensions des fils utilisés (longueur et diamètre). Dans cette étude, nous avons considéré les trois modes de transferts de chaleur (convection, conduction et rayonnement linéarisé) dans le bilan thermique en régime permanent entre la sonde et l'environnement. De manière générale, on montre que les capteurs de faibles diamètres (inférieures à 12.7  $\mu\text{m}$ ) améliorent la qualité de la mesure quel que soit le type d'écoulement et de type de capteur ( $\Delta\theta_j < 0.5\text{ }^\circ\text{C}$ ). Il existe un rapport longueur/diamètre au-delà duquel l'erreur introduite par la conduction le long des fils est négligeable. Une attention particulière devra être portée aux thermocouples de type T (cuivre/constantan) dont les pertes par conduction le long des fils de cuivre diminuent la précision sur la mesure au niveau de la jonction. Dans une étude future, nous aborderons le problème d'optimisation de sonde en régime transitoire.

#### References

- [1] ASTM, Manual on the Use of Thermocouples in Temperature Measurement, Fourth Edition, 1993.
- [2] Devin E. Couples thermoélectriques, données numériques d'emploi, Techniques de l'Ingénieur, tome R2594, 1-26, 1997.
- [3] Webster J.G., Measurement, Instrumentation, and Sensors Handbook, CRCnetBase, 1999.
- [4] Tsuji T., Nagano Y., Velocity and temperature measurements in a natural convection boundary layer along a vertical flat plate, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2, 208-215, 1989.
- [5] Wang T., Keller F.J., Zhou D., Flow and thermal structures in a transitional boundary layer, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 12(3), 352-363, 1996.
- [6] Schlichting H., Gersten K., Boundary layer theory, 8<sup>th</sup> Edition, Springer, 2000.
- [7] F.E. Jørgensen et al., A multi-sensor hot-wire anemometer system for investigation of wall-bounded flow structures, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 27, 207-214, 2003.
- [8] Nakamura H., Igarashi T., Tsutsui T., Local heat transfer around a wall-mounted cube at 45° to flow in a turbulent boundary layer, *Int. J. of Heat and Fluid Flow* 24, 807-815, (2003).
- [9] Lanzetta F., Gavignet E., Thermal Measurements And Inverse Techniques, Part. 1 - Chap 3 - Temperature Measurements: Thermoelectricity and Microthermocouples, CRC Press, Taylor and Francis, 2011.
- [10] Gavignet E., Girardot L., Lanzetta F. Mesure de champs de vitesses dans un jet par sonde anémométrique à microthermocouple et comparaison par Vélocimétrie Laser à Franges d'Interférence, Quatrième colloque francophone Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie, Belfort, France, 17-21 novembre, 557-563, 2003.
- [11] Blackwell B.F., Moffat R.J., Design and construction of a low-velocity boundary layer temperature probe, *J. of Heat Transfer*, may, 313-315, 1975.
- [12] Kakaç S. Yener Y., Convective heat transfer, ED. Middle East Technical University, 1980.
- [13] Incropera F.P., Dewitt D.P., Bergman T.L., Lavine A.S., Fundamentals of heat and mass transfer, Sixth Edition, John Wiley & Sons, 2007.
- [14] Lomas C.G., Fundamentals of hot wire anemometry, Cambridge Univ. Press, 1986.
- [15] Dereli G., Cagm T., Uludogan M., Tomak M., Thermal and Mechanical Properties of Pt-Rh alloys, arXiv:cond-mat/9611241v1, 1996.
- [16] Chung M., Brill J.W., Specific heats of type E thermocouple wires, *Rev. Sci. Instrum.* 64 (7), July, 2037-2038, 1993.
- [17] Omega Inc. : <http://www.omega.com/literature/> (site consulté le 24/02/2011).
- [18] Goodfellow : <http://www.goodfellow.com> (site consulté le 24/02/2011).
- [19] Glazkov S. Yu, Thermophysical properties of platinum-rhodium alloys at high temperatures, *High Temperatures- High Pressures*, 20, 615-618, 1988