Chapitre 2

Modèles analytiques pour le dimensionnement par optimisation des systèmes d'énergie électrique

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

2.1. Introduction

Ce chapitre propose une méthodologie et des modèles de composants pour l'élaboration du modèle global d'un système d'énergie électrique en vue de son dimensionnement par optimisation.

Dans une première section, les auteurs positionnent la problématique de la modélisation dans un processus de conception, en montrant en particulier l'intérêt de la modélisation analytique dans ce contexte.

Dans la section suivante, les auteurs présentent des généralités sur la méthodologie permettant de structurer la modélisation d'un système d'énergie électrique. Ils illustrent leur propos en appliquant la méthodologie à l'exemple d'un véhicule hybride électrique lourd.

Dans les sections suivantes, les auteurs passent en revue les modélisations analytiques des principaux composants intervenant dans un système d'énergie électrique : machines électriques, convertisseurs statiques, transmissions mécaniques, systèmes de stockage d'énergie, etc. Afin d'être le plus concret possible, les auteurs

---

Chapitre rédigé par Christophe ESPANET, Daniel DEPERNET, Anne-Claire SAUTTER et Zhenwei WU.

illustrent leur propos en présentant les modèles analytiques des composants qui interviennent dans le véhicule hybride électrique lourd considéré dans ce chapitre.

Enfin, dans un objectif de montrer l'utilisation des modèles analytiques proposés dans un contexte de dimensionnement de système par optimisation, les auteurs terminent le chapitre en comparant deux résultats d'optimisations : le premier concerne le dimensionnement individuel par optimisation de chaque composant du véhicule hybride électrique lourd et le second concerne le dimensionnement simultané de tous les composants du système.

2.2. La problématique de la modélisation pour la synthèse

Nous décrivons dans cette première section le positionnement de la modélisation dans un processus de conception. Nous justifions en particulier l'intérêt d'utiliser des modèles analytiques de simulation dans un dimensionnement par optimisation.

2.2.1. *Modélisation pour la synthèse*

Nous commençons cette section par quelques généralités sur la modélisation. Nous précisons d'abord ce que nous entendons par modèle, puis nous distinguons les modèles de simulation de ceux de dimensionnement.

2.2.1.1. *Notion de modèle*

Dans ce chapitre, la notion de modèle doit être entendue dans son acception mathématique. D'une façon très générale, un modèle est une construction abstraite ou concrète qui permet de prévoir le comportement physique d'un dispositif. Dans différents domaines techniques, on a longtemps utilisés des « modèles réduits » ou maquettes permettant, par analogie ou par homothétie, de prédire le comportement d'un dispositif de taille plus importante. Avec les progrès des calculateurs, les modèles (et les prototypes) sont de plus en plus virtuels. Ainsi, nous entendrons par modèle, une construction mathématique reliant des paramètres entre eux. Dans ce contexte, un modèle peut alors être utilisé pour analyser un dispositif ou pour le concevoir.

2.2.1.2. *Modèle de simulation et modèle de dimensionnement*

Pour bien comprendre la distinction entre les modèles de simulation et de dimensionnement, nous pouvons nous appuyer sur la figure 1.4 du premier chapitre du volume 1, reprise ici en figure 2.1. La problématique classique du physicien est de représenter, par des équations mathématiques, le comportement physique d'un dispositif. Dans ce cas, on parle d'analyse ou de simulation. Or, la problématique du

concepteur correspond à déterminer les paramètres de construction et de commande d'un système dans son environnement, connaissant des performances à atteindre et des contraintes à respecter, ces dernières étant explicitées dans un cahier des charges. Dans ce cas, on parle de synthèse ou de dimensionnement. Les modèles utilisés alors correspondent à l'inverse des modèles d'analyse. En ce sens, on peut parler de modèles directs pour les modèles de simulation et de modèles inverses pour les modèles de dimensionnement. En outre, comme cela est expliqué au chapitre 3 de cet ouvrage, l'optimisation est un bon outil pour réaliser l'inversion d'un modèle d'analyse en vue de le transformer en un modèle de synthèse : on cherche alors les paramètres d'entrée du modèle d'analyse qui satisfont les équations du modèle et les contraintes du cahier des charges et, en outre, qui optimisent un ou plusieurs critères [KON 93, WUR 96]. Dans ce contexte, les modèles de simulation restent la base nécessaire du développement d'un modèle ou, plus généralement, d'un outil de conception, dans la mesure où ces modèles permettent d'évaluer les critères à optimiser et les contraintes à respecter.

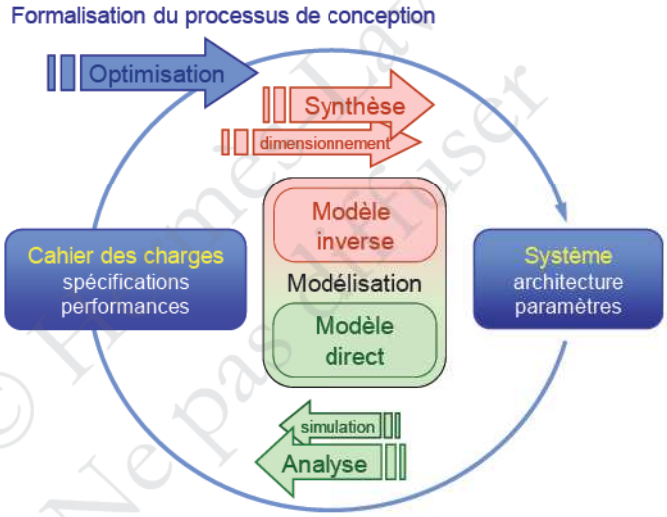


Figure 2.1. *Analyse et synthèse dans un processus de conception (figure issue du chapitre 1 du volume 1)*

© Hermes Lavoisier
Ne pas diffuser

2.2.1.3. *Modèles de connaissance et modèles de comportement*

Dans un processus de conception, les modèles d'analyse doivent autant que possible préexister à la réalisation de tout prototype réel, puisqu'ils sont la base du processus qui permet de concevoir puis de fabriquer le dispositif réel. Dans ce contexte, ces modèles sont préférentiellement des modèles de connaissance plutôt que des modèles de comportement. En effet, ces derniers sont des modèles

interpolés (de type boîte noire) qui traduisent mathématiquement le comportement expérimental d'un système réel. Les essais nécessaires pour caler les paramètres du modèle de comportement nécessitent donc la préexistence du dispositif et leur validité ne sera pas toujours assurée lors des variations des paramètres descriptifs du dispositif, ce qui n'est par exemple pas compatible avec l'utilisation du modèle en optimisation. Pour autant, il convient de nuancer quelque peu. En effet, la complexité des dispositifs, la méconnaissance de certains phénomènes physiques, la difficulté de résolution des équations mathématiques, conduisent dans plusieurs cas à utiliser des modèles empiriques ou des modèles interpolés et/ou extrapolés, qui ne reposent pas directement sur des lois physiques, mais plutôt sur *l'expérience* des concepteurs. On peut citer par exemple les lois $B-H$ des matériaux magnétiques ou encore les corrélations empiriques permettant le calcul des coefficients d'échange de chaleur par convection. Toutefois les modèles de comportement sont plus délicats à utiliser car, par essence, leurs limites de validité sont plus difficiles à définir précisément, et, lors d'un dimensionnement par optimisation, il sera préférable de les éviter autant que possible.

2.2.2. *Modélisation analytique et modélisation numérique*

2.2.2.1. *Elaboration d'un modèle mathématique*

L'élaboration d'un modèle mathématique de connaissance repose sur la résolution des lois générales qui régissent le comportement du dispositif dans une physique donnée. La figure 2.2 présente les deux étapes d'élaboration d'un tel modèle en prenant l'exemple de l'élaboration d'un modèle électromagnétique. La première étape consiste en la mise en équation du dispositif, en s'appuyant sur les équations physiques générales, les lois constitutives des matériaux et les conditions aux limites. En électromagnétisme, ces équations conduisent, dans le cas le plus général, à un problème différentiel spatio-temporel. La deuxième étape consiste à résoudre ces équations. A ce niveau, deux grandes approches sont envisageables. La première consiste à trouver, lorsque cela est possible, des solutions analytiques aux équations, tandis que la seconde consiste à discrétiser les variables et résoudre numériquement les équations.

2.2.2.2. *Distinction entre les modèles analytiques et numériques*

Il existe de nombreuses appréciations dans la communauté des concepteurs en génie électrique quant à la distinction faite entre les modèles numériques et analytiques. Bien qu'il s'agisse d'un débat surtout théorique, nous proposons ici des définitions strictes qui permettent de bien dresser la frontière entre les deux types de modélisation et d'en déduire ensuite, ce qui est le plus important, les avantages et inconvénients relatifs à chaque type de modèle et par conséquent leur positionnement relatif dans un processus de conception.

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

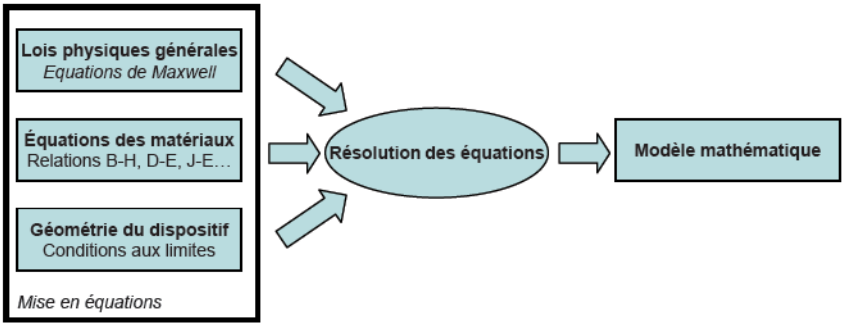


Figure 2.2. *Elaboration d'un modèle mathématique d'un dispositif physique (exemple d'un modèle électromagnétique)*

La frontière entre un modèle numérique et un modèle analytique repose sur l'utilisation ou non d'un algorithme numérique. Ainsi, un modèle sera dit analytique si sa résolution ne requiert pas l'utilisation d'une méthode numérique pour résoudre de façon approchée une équation différentielle, ou un grand système algébrique, ou encore une équation non-linéaire.

Pour illustrer notre propos, prenons l'exemple de la réponse d'un circuit inductif à un échelon de tension (voir figure 2.3), le circuit étant initialement au repos.

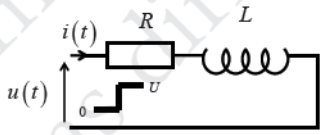


Figure 2.3. *Réponse d'un circuit inductif à un créneau de tension*

Considérons tout d'abord que l'inductance de la bobine est constante. Dans ce cas, la réponse temporelle du circuit est la suivante :

$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}\right) \qquad [2.1]$$

En revanche, si l'inductance n'est pas constante, mais dépend du courant qui la traverse, l'équation différentielle

$$Ri + \frac{d\left(L(i)i\right)}{dt} = u \Rightarrow Ri + L(i)\frac{di}{dt} + \frac{dL}{di}\frac{di}{dt}i = u \qquad [2.2]$$

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

qui régit l'évolution temporelle du courant, ne peut généralement pas être résolue analytiquement et il faut recourir à une méthode numérique d'intégration qui consiste à discrétiser temporellement le courant. Dans le premier cas, il s'agit donc d'un *modèle analytique*, alors que dans le second cas, il s'agit d'un *modèle numérique*.

La frontière est parfois discutée dans certains cas. Par exemple, le recourt à des réseaux de réluctances pour le calcul du champ magnétique dans un dispositif est une méthode très utilisée en conception d'actionneurs électriques [JUF 95]. Dans ce cas, les équations de Kirchoff du réseau peuvent être explicitées analytiquement. En revanche, la résolution du réseau implique, si le système est de grande taille et non-linéaire (le cas le plus courant en pratique), le recours à un algorithme numérique de résolution d'un système non-linéaire de n équations à n inconnues. Les réseaux nodaux en modélisation thermique sont un exemple similaire. Dans ce cas, dans la mesure où les équations à résoudre sont explicitées analytiquement, on parle couramment de modèle *semi-analytique*, mais au sens des définitions ci-dessus, il s'agit clairement d'un modèle numérique.

Un autre exemple de modèles magnétiques utilisés couramment correspond à ceux reposant sur la résolution des équations de Maxwell par la méthode de la séparation des variables, conduisant ainsi à des solutions écrites sous la forme de série de Fourier. On parle parfois de méthode *sans maillage*. Dans le cas de géométries simples, les solutions peuvent être explicitées analytiquement. En effet, si le nombre de régions considérées est limité, le nombre de coefficients d'intégration à déterminer pour résoudre les équations de Maxwell l'est aussi et on peut ainsi résoudre analytiquement le système de Cramer que vérifie les coefficients d'intégration. Par exemple, dans le cas d'une machine à aimants montés en surface à rotor extérieur pour laquelle on néglige les effets de denture (homogénéisation du stator et correction de l'entrefer par application du coefficient de Carter, voir figure 2.4), l'induction B dans l'entrefer, pour un fonctionnement à vide, s'exprime de la manière suivante dans une base cylindrique [ZHU 93] :

$$B(r,\theta) = \sum_{n\neq 0} \left(\alpha_{\mathrm{n}}\, r^{pn} + \beta_{\mathrm{n}}\, r^{-pn} \right) \cos(n p \theta) \qquad [2.3]$$

où p est le nombre de paires de pôles, α_{n} et β_{n} des constantes dépendants de la géométrie de la machine et des propriétés magnétiques des aimants et n le rang harmonique.

Même si cette équation parait définir un modèle analytique, la mise en œuvre est clairement numérique. En effet, même si la série est convergente, sa limite ne peut pas être explicitée. Ainsi, le choix du nombre d'harmoniques dans la série de Fourier

rend la modélisation numérique toujours au sens des définitions données au début de ce paragraphe.

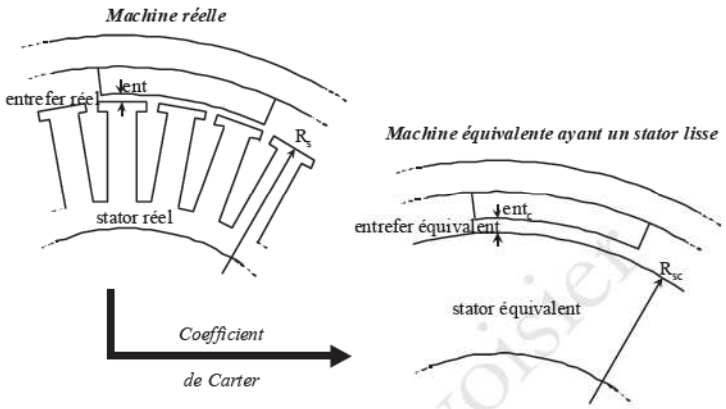


Figure 2.4. *Géométrie simplifiée d'une machine synchrone à aimants permanents montés en surface et rotor extérieur : simplification de la géométrie en vue de la résolution des équations de Maxwell par la méthode de la séparation des variables*

Plus encore, lorsque l'on envisage de résoudre les équations de Maxwell dans les encoches [DUB 09], on obtient alors un grand nombre de régions et le nombre de coefficients d'intégration à déterminer est élevé, ce qui nécessite l'inversion d'une grande matrice. Le modèle est alors doublement numérique : il faut résoudre le grand système de Cramer et il faut choisir scrupuleusement le nombre d'harmoniques dans les séries de Fourier.

2.2.2.3. *Position des modèles analytiques dans un processus de conception*

Les modèles analytiques, semi-analytiques et numériques présentent chacun des avantages et ont chacun une place dans un processus de conception. Nous allons détailler les avantages de chaque type de modélisation et montrer en quoi les modèles analytiques et semi-analytiques sont particulièrement bien adaptés à une étape de dimensionnement par optimisation.

2.2.2.3.1. Intérêts des modèles analytiques et semi-analytiques

Les propriétés décrites dans ce paragraphe portent sur les modèles analytiques, mais aussi semi-analytiques dont la formulation des équations à résoudre est analytique :

1. le premier avantage évident est le *temps de calcul du modèle*. Cet argument est certes modulé par l'augmentation constante des puissances de calcul des

ordinateurs et par la mise en parallèle des calculs sur plusieurs processeurs, mais le fait de modéliser des systèmes comprenant un nombre important de composants (quelques unités à plusieurs dizaines), avec des modèles de plus en plus multiphysiques, prenant en compte des réponses transitoires et des évaluations sur un nombre important de points de fonctionnement ou sur des missions longues et complexes, impose toutefois, probablement pour plusieurs années, de s'intéresser au temps de calcul des modèles. En outre, dans un contexte industriel, le temps de réponse est un argument important sur la compétitivité de l'activité de conception. Enfin, l'utilisation d'un modèle dans un contexte de dimensionnement par optimisation, implique un nombre important d'évaluations du modèle de simulation, pour satisfaire les contraintes et optimiser les critères. Cela est d'autant plus vrai si on utilise un algorithme d'optimisation stochastique dont la convergence nécessite plusieurs centaines à plusieurs milliers d'itérations ;

2. pour autant, le temps de calcul n'est pas le seul avantage des modèles analytiques dans un contexte de conception systémique. L'autre avantage majeur est le *caractère explicite*[1] de l'information contenue dans le modèle analytique, qui permet d'avoir une meilleure interprétation physique des équations qu'un modèle numérique qui nécessite de nombreuses évaluations pour extraire l'information physique contenue dans le modèle. Considérons un cas très simple pour illustrer cela. La connaissance d'une relation analytique entre deux variables x et y, par exemple $y = \sin(x)$, permet d'appréhender instantanément l'influence de x sur y. S'il fallait effectuer un ensemble de simulations numériques pour extraire la même information, il est clair qu'un grand nombre de calculs serait nécessaire. Au minimum, le théorème le Shannon indique deux évaluations par période, mais c'est en supposant que la fréquence est déjà connue. En résumé, le caractère explicite des équations d'un modèle analytique ou semi-analytique permet de comprendre très vite les relations qui existent entre les différents paramètres du modèle et favorise les choix de conception, notamment dans les phases de pré-dimensionnement ;

3. le troisième argument est la plus grande facilité qu'offrent les approches analytiques ou semi-analytiques pour réaliser des modèles multiphysiques de composants d'une part et pour réaliser des couplages de modèles de composants d'autre part. Par exemple, dans un modèle d'entrainement électrique, la modélisation électrique, magnétique, mécanique et thermique d'un actionneur, de son alimentation et de la transmission mécanique, est un objectif très complexe à accomplir numériquement (pour des raisons numériques et aussi éventuellement

1. On parle ici de caractère explicite, mais il ne faut pas confondre avec les notions mathématiques de modèle implicite ou explicite qui font appel à l'existence ou non de boucle algébrique dans le modèle.

© Hermès - Lavoisier
Ne pas diffuser

informatiques si on utilise différents outils qui ne communiquent pas nécessairement ensemble) et cela conduira probablement à des temps de calcul excessifs ;

4. enfin, le quatrième argument porte sur la souplesse des modèles analytiques. Les récents développements dans le calcul formel et dans le traitement automatisé des équations mathématiques (automatisation de substitutions, de dérivations, d'analyses des paramètres d'un modèle, etc.) permettent d'élaborer des outils extrêmement rapides pour le traitement automatisé des modèles, voire pour l'élaboration des modèles. Par exemple, dans le chapitre 5, les auteurs montrent comment il est possible d'obtenir automatiquement les équations d'un réseau de réluctances à partir d'un modèle graphique (mise en équation automatique) ou encore comment il est possible, grâce à la dérivation formelle, voire à la dérivation de code, de traiter des modèles analytiques ou semi-analytiques pour obtenir le gradient des modèles et ainsi programmer automatiquement un outil de calcul de sensibilité et d'optimisation. En outre, les modèles analytiques peuvent dans certains cas permettre de calculer analytiquement des optima et ainsi de réaliser des optimisations locales. Par exemple, l'optimisation d'un entrainement électrique complet à aimants permanents peut contenir une optimisation locale des courants d'axe d et d'axe q à l'intérieur d'une boucle d'optimisation plus complexe [AUB 11], optimisation qui est entièrement explicitée analytiquement.

2.2.2.3.2. Limites des modèles analytiques et semi-analytiques et intérêts des modèles numériques

Nous développons maintenant les avantages des modèles numériques dans un processus de conception. Ces avantages correspondent le plus souvent aux limites des modèles analytiques ou semi-analytiques, montrant bien la complémentarité des deux approches :

1. la première limite des modèles analytiques correspond à leur temps d'élaboration qui est généralement long et qui nécessite des calculs souvent complexes, à la différence d'outils numériques génériques qui permettent de définir très vite le modèle à résoudre. Ainsi, lors de l'élaboration d'un modèle analytique, les outils de mise en équation automatique peuvent-ils être de bons candidats pour faciliter cette étape en évitant les erreurs de calcul et en générant automatiquement des équations parfois très longues et difficiles à expliciter ;

2. deuxièmement, la résolution des équations physiques nécessite le plus souvent des hypothèses fortes, soit sur les propriétés physiques des composants modélisés (linéarité de la caractéristique $B-H$ d'une tôle ou absence de pertes d'un composant électronique de puissance par exemple), soit sur la géométrie considérée (homogénéisation d'une zone dentée dans une machine électrique ou encore simplification de formes complexes). Bien entendu ces hypothèses limitent le

© Hermès Lavoisier
Ne pas diffuser

domaine de validité du modèle et il est essentiel de bien définir ce dernier pour imposer le cas échéant des contraintes lors de la recherche d'une solution optimale. Des études de sensibilités peuvent aussi s'avérer nécessaires pour étudier l'influence de certaines hypothèses sur le résultat d'une optimisation et sur sa robustesse ;

3. enfin, du fait des hypothèses qui permettent de résoudre les équations physiques explicitement, les modèles analytiques présentent un faible degré de généricité à l'opposé des outils numériques. Chaque nouveau modèle nécessite donc de reprendre une grande partie des équations, en particulier si on change les hypothèses d'élaboration du modèle.

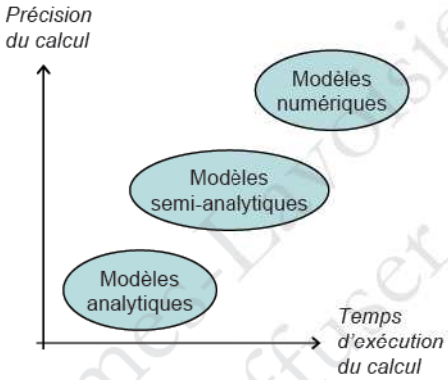


Figure 2.5. *Positionnement des différents types de modèles dans un plan précision versus temps de résolution*

Pour faire la synthèse de ce qui vient d'être exposé, nous proposons deux figures. Premièrement, la figure 2.5 compare les différents types de modèle et montre le compromis qui existe entre le temps d'exécution du modèle et le niveau de précision de modélisation. Puis, en se basant sur les avantages respectifs des modèles numériques et analytiques, on peut proposer la décomposition en cinq étapes décrite figure 2.6 pour le déroulement d'un processus de conception typique. La figure précise le type de modèle préférentiellement utilisé dans chaque étape. Il convient toutefois de nuancer la vision proposée. En effet, comme l'explique les auteurs du chapitre 4 du présent ouvrage, il est possible de combiner différents niveaux de modélisation pour la conception de dispositifs. Ainsi les démarches de *space-mapping* ou de *target cascading* permettent-elles d'optimiser un dispositif ou un système en changeant de niveau de modélisation au cours de l'optimisation afin d'accélérer le temps de convergence en même temps que la précision de la solution.

© Hermes-Lavoisier
Ne pas diffuser

Finalement, même s'il apparaît clairement une grande complémentarité des approches analytiques et numériques lors d'un processus de conception, l'étape d'optimisation systémique est préférentiellement réalisée en utilisant un modèle analytique. Dans les chapitres 3 et 5, les auteurs se concentrent sur la formulation et la résolution du problème d'optimisation. De façon complémentaire, nous considérons dans ce chapitre le problème de l'élaboration du modèle en nous restreignant, comme nous venons de le justifier, à une modélisation analytique ou semi-analytique. Le chapitre 5 présente des outils permettant d'automatiser autant que possible la construction de ce type de modèles. Dans ce chapitre, en nous basant sur un exemple concret, nous insistons sur la façon de structurer un modèle analytique et nous détaillons les méthodes, généralement simples, permettant d'établir les différentes parties du modèle.

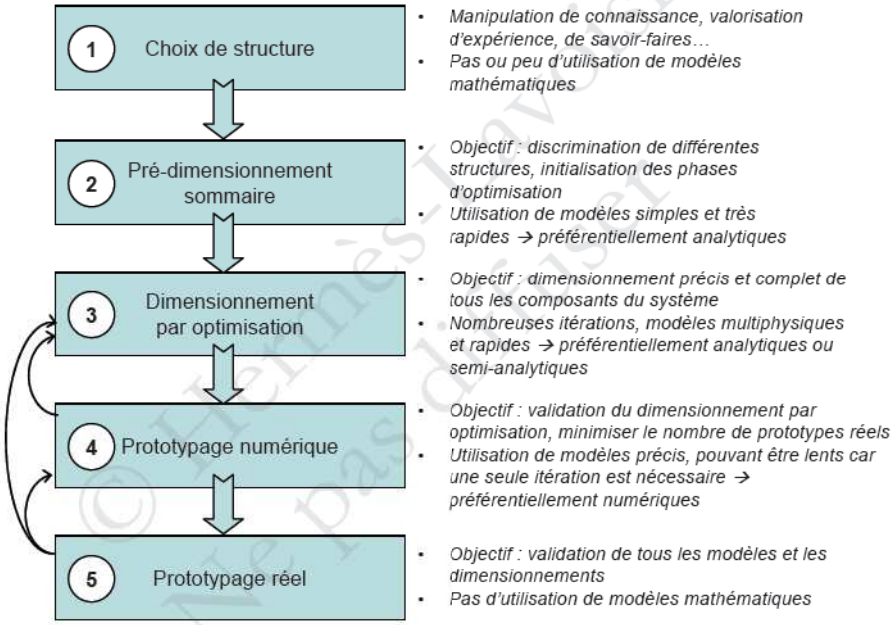


Figure 2.6. *Proposition d'un organigramme de déroulement d'un processus de conception typique et type de modèle utilisé dans chaque étape*

2.3. Décomposition du système et structuration du modèle

Dans ce paragraphe, nous expliquons comment la décomposition d'un système en composants permet ensuite de mieux structurer le modèle du système. A titre d'illustration, la méthode proposée est ensuite appliquée à l'exemple d'un véhicule hybride électrique lourd.

2.3.1. *Intérêt de la décomposition*

De manière générale, un système est un assemblage plus ou moins complexe de composants élémentaires en interactions. Certes, il est difficile de dessiner clairement la frontière entre un composant et un système. Par exemple, un actionneur peut-être vu comme un composant élémentaire de conversion d'énergie, mais aussi comme un système composé de composants que sont le circuit magnétique, le(s) bobinage(s), les paliers ou roulements, etc. Dans le cadre de ce chapitre, portant sur l'énergie électrique, afin d'essayer d'adopter une définition plus précise, nous supposerons qu'un *composant* est un élément d'un système qui a une fonction élémentaire et qui réalise une conversion, un stockage ou une transformation d'énergie. Ainsi, un ensemble machine et convertisseur est constitué de deux *composants* dont on peut définir la fonction et le type de conversion énergétique réalisée : en fonctionnement moteur, le convertisseur statique a pour fonction de fournir, à la machine électrique, une énergie électrique mise en forme, et la machine électrique a pour fonction de produire un mouvement pour entrainer une charge mécanique. Du point de vue énergétique, le convertisseur a pour rôle d'assurer une transformation d'énergie électrique et la machine électrique a pour rôle d'assurer une conversion d'énergie électromécanique.

La première étape de l'élaboration d'un modèle de système est donc sa décomposition en éventuels sous-systèmes, puis, *in fine*, en composants élémentaires. Cette décomposition a pour rôle d'expliciter les liens fonctionnels et énergétiques du système, d'une part et de faire la liste des composants à modéliser d'autre part. Cela permet de structurer le travail de modélisation. Dans le domaine de l'énergie électrique, on retrouvera, de façon générique mais non exhaustive, les différents composants suivants : des convertisseurs électromécaniques (réversibles), des convertisseurs électriques statiques, des dispositifs de stockage d'énergie, des convertisseurs mécaniques, des générateurs électrochimiques et des générateurs photovoltaïques. L'assemblage de ces composants permet d'obtenir les principales chaînes énergétiques rencontrées actuellement en génie électrique et plus particulièrement dans le domaine de l'énergie : réseaux de production, de transmission et de stockage d'énergie, réseaux de bords ou embarqués, chaînes de conversion électromécanique, etc. Au-delà de la clarification du fonctionnement du système, la décomposition en composants permet ensuite de se raccrocher à des modélisations plus ou moins génériques des composants et d'exploiter la très abondante littérature existant autour des modèles des composants, en particulier les modèles analytiques.

Bien entendu, la modélisation du système nécessite de prendre également en compte à la fois l'aspect structurel des composants, mais également l'aspect fonctionnel. Cela signifie qu'il faut non seulement des modèles structuraux, c'est-à-dire qui expriment les performances d'un composant en fonction de ses paramètres

géométriques et physiques (de façon à pouvoir dimensionner le dispositif), mais également des modèles fonctionnels, qui permettent d'expliciter comment les composants sont commandés pour assurer une fonctionnalité donnée au système. Par exemple, dans le cas simple d'un ensemble convertisseur machine, il faut non seulement des modèles reliant le couple, le rendement, les échauffements, etc. de la machine électrique aux paramètres géométriques et physiques définissant les tôles, les bobinages, etc. mais aussi des modèles exprimant, en fonction de la commande de la machine et du convertisseur, la tension maximale, le courant maximal, les échauffements, etc. des composants électroniques de puissance. Cette double modélisation (à des degrés variés selon les cas pratiques considérés) est ainsi absolument nécessaire lorsque l'on souhaite concevoir un système. D'anciennes approches de conception ne prenaient en compte que l'aspect structurel ou que l'aspect fonctionnel ou alors l'une et l'autre mais de manière séquentielle : *en premier lieu* le dimensionnement d'une machine pour obtenir un certain couple et une certaine vitesse, *puis* le dimensionnement d'un convertisseur pour pouvoir alimenter correctement le moteur lorsque l'on souhaite obtenir les points de fonctionnement du cahier des charges et *enfin* le choix de commande du convertisseur (modulation de largeur d'impulsion, pleine onde, etc.) et de la machine (contrôle vectoriel de flux d'une machine asynchrone ou contrôle scalaire ou alimentation en boucle ouverte, etc.). La conception sur des cycles de fonctionnement et/ou en prenant en compte le vieillissement des composants et/ou en prenant en compte des variables globales telles que le coût énergétique sur cycle de vie nécessitent alors des modélisations globales associant des modèles de structure et de commande.

La dernière étape dans la décomposition du système est d'identifier les variables des modèles qui se situent aux interfaces et qui permettent le couplage des modèles des composants entre eux. Cette étape permet de vérifier la double compatibilité, mathématique et physique, des modèles entre eux. Ainsi, le couplage d'un modèle d'onduleur avec un modèle de machine alternative triphasée devra-t-il avoir des variables communes entre les deux modèles pour pouvoir être utilisé dans un processus de modélisation et/ou de dimensionnement système. Si la machine est modélisée par un modèle de Park, alors le modèle de convertisseur devra exprimer les trois tensions en entrée de la machine. En revanche, si le modèle est représenté par un schéma électrique monophasé équivalent le convertisseur sera préférentiellement représenté par des chutes de tensions ou des résistances internes additionnelles dans le modèle. Enfin, une représentation de la machine par une surface de réponse électromécanique et recevant en entrée la puissance électrique, nécessitera une autre surface de réponse délivrant cette puissance électrique. On comprend donc, avec cet exemple simple, l'importance d'avoir des approches physiques et mathématiques de modélisation compatibles et cela doit être assuré en amont au moment de la décomposition du système et de la définition des approches de modélisation pour chaque composant.

© Hermes Science Publications

2.3.2. *Application à l'exemple de la chaine de traction hybride série-parallèle pour véhicule hybride électrique lourd*

Nous considérons dans ce chapitre un exemple particulier permettant d'illustrer nos propos. Il s'agit du dimensionnement d'une chaine de traction hybride série parallèle utilisant un train épicycloïdal pour assurer le couplage des puissances mécaniques fournies par les différentes machines électriques, un moteur thermique, et un différentiel relié aux roues (voir figure 2.7). Electriquement, les deux machines sont reliées, *via* des onduleurs de tension réversibles, à un bus continu sur lequel est placé un pack énergie qui peut être composé de batteries et de supercondensateurs interfacés le cas échant *via* des hacheurs réversibles en courant. Pour mémoire, cette structure a été mise en œuvre sur le véhicule Toyota Prius (mis à part l'utilisation des supercondensateurs) et nous nous plaçons volontairement dans un cadre différent qui consiste à appliquer cette structure à un véhicule lourd qui peut être par exemple un véhicule civil de type benne à ordure ou un véhicule militaire de type blindé léger. L'objectif est de concevoir le système complet sur la base de cahiers des charges qui décrivent les fonctionnalités et les performances du véhicule, c'est-à-dire de la chaine de traction complète. Il s'agit donc d'un exemple représentatif de conception système.

Si on applique à ce dispositif le principe de la décomposition du système à concevoir, on aboutit aux composants élémentaires suivants :

– le moteur thermique : celui-ci sera exclu de notre champ d'investigation et sera supposé préexistant à l'étude décrite ci-après, notamment car le dimensionnement d'un moteur thermique est une opération complexe qui sort trop fortement du cadre du génie électrique considéré dans ce chapitre ;

– les deux machines électriques réversibles ;

– les deux onduleurs de tension réversibles ;

– la transmission mécanique et en particulier le train épicycloïdal : étant données les contraintes de couple et de puissance rencontrées ici, le train sera double de type Ravigneaux ;

– le pack énergie, incluant les dispositifs de stockage et les hacheurs réversibles : le dimensionnement de ces composants, quoique très pertinent dans le cadre de cet ouvrage n'est pas traitée ici, essentiellement pour ne pas allonger excessivement le chapitre ; ceci étant, le système considéré ici reste suffisamment complexe et large pour que le propos portant sur une approche système reste pertinent et de portée générale.

Finalement, la figure 2.8 présente une décomposition synthétique du système complet en composants. Une étape supplémentaire non présentée ici serait de préciser les paramètres d'interface (ou de couplage) des composants, c'est-à-dire les

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

paramètres qui doivent être déterminés de façon simultanée lors du dimensionnement global. Ce travail est réalisé partiellement dans les paragraphes suivants.

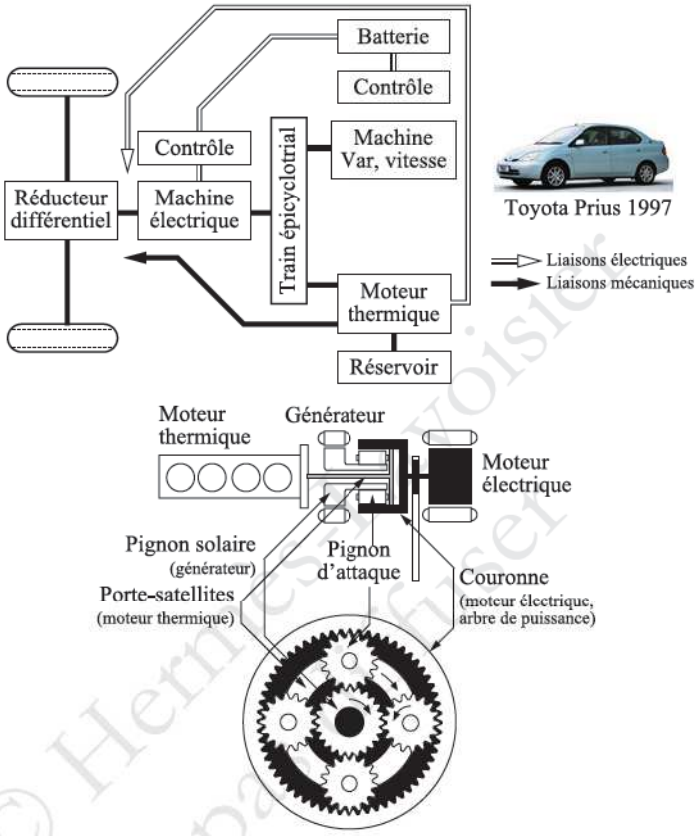


Figure 2.7. *Architecture hybride série/parallèle avec train épicycloïdal (source INRETS)*

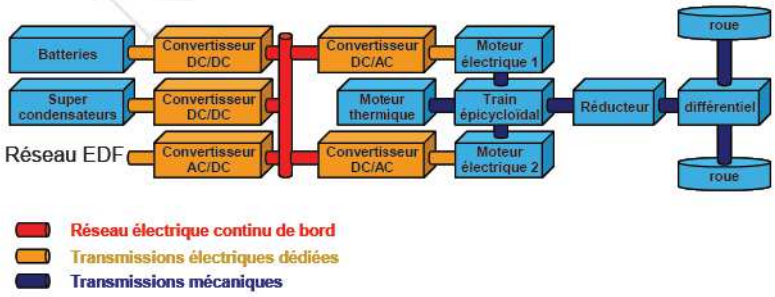


Figure 2.8. *Schématisation de la structure de la traction hybride*

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

2.4. Généralités sur la modélisation des différents composants possibles dans un système d'énergie électrique

Dans ce paragraphe, nous décrivons les traits communs à tous les modèles de dimensionnement des composants intervenant dans un système d'énergie électrique. Nous abordons dans les sections suivantes les particularités liées aux composants considérés : actionneurs électriques, convertisseurs statiques, dispositifs de stockage d'énergie électrique et enfin transmissions mécaniques.

Dans la mesure où nous nous plaçons dans le contexte du dimensionnement par optimisation de systèmes, il y a effectivement des groupes d'équations communs à la modélisation des différents composants.

Le premier groupe d'équations modélise les aspects géométriques des composants. Lors d'un dimensionnement, la masse et le volume (encombrement) sont des paramètres clés. Ainsi, chaque modèle de chaque composant devra inclure un calcul de volume et de masse. Deux approches sont alors possibles :

– la première s'inscrit dans une vision de conception complète du composant, ce qui est généralement le cas avec les actionneurs. Il faut alors utiliser des relations géométriques simples qui permettent d'exprimer le volume de chaque partie du composant ;

– la seconde approche s'inscrit dans un choix de composants sur catalogue, ce qui est souvent le cas par exemple des composants de stockage (capacités, bobines, etc.) ou des interrupteurs électroniques de puissance. Dans ce cas, il faut renseigner pour chaque élément de la liste de choix possibles, les données de volume et de masse.

Un deuxième groupe d'équations commun à tous les composants concerne le coût. Là encore, il s'agit d'un aspect commun et essentiel dans des approches de dimensionnement, quel que soit le composant considéré, surtout dans un contexte industriel. Mais attention, le coût ne doit pas être réduit à un simple coût de matière première, mais il doit être autant que possible représentatif du cycle de vie complet du dispositif. Pour les dispositifs énergétiques, il doit donc intégrer également le coût énergétique sur toute la durée de vie définie dans le cahier des charges, le coût de maintenance incluant d'éventuels remplacements (par exemple pour des batteries). Cette partie est souvent délicate et nécessite des hypothèses fortes sur les prédictions de l'évolution de certains coûts (le coût des matériaux par exemple) ou encore sur les coûts de fabrication.

Un troisième aspect concerne les impacts environnementaux. Dans tous les cas, un dimensionnement de système doit prendre en compte toutes les interactions avec

© Hermes-Lavoisier
Ne pas diffuser

son environnement extérieur, et ce au sens le plus large possible. Il s'agit des interactions thermiques, vibratoires, acoustiques, électromagnétiques (CEM), mais aussi liées à la détérioration de l'environnement (épuisement des ressources énergétiques, des matières premières, de l'eau par exemple). Les modélisations analytiques des grandeurs physiques en relation avec ces interactions sont là aussi très délicates, soit du fait d'une méconnaissance des informations utiles (impacts environnementaux), soit du fait de difficultés de modélisation (bruit acoustique, ondes électromagnétiques émises par exemple).

Enfin, un autre aspect important et impactant notablement les dimensionnements des composants, concerne le vieillissement. En effet, dans des approches de dimensionnement de système, il n'est pas impossible que certains composants soient remplacés durant la durée de fonctionnement du dispositif. Cela peut, par exemple, être le cas de batteries ou de super-condensateurs [AUB 11], nécessitant par suite l'intégration de modèles de vieillissements pour évaluer la durée de vie du composant. Le facteur clé dans ce cas est la température et on utilise alors souvent la loi d'Arrhenius [GUI 10], issue des lois de la cinétique chimique. La durée de vie d'un composant τ_v à une température T est reliée à la vie d'un composant $\tau_{v_{ref}}$ à une température de référence T_{ref} par une loi exponentielle du type :

$$\tau_v = \tau_{v_{ref}} \cdot e^{\frac{T-T_{ref}}{k}} \qquad [2.4]$$

où k est une constante caractéristique du composant. Cette formule est par exemple utilisée pour le vieillissement thermique des composants électroniques, mais aussi pour celui des isolants électriques ou parfois encore, par extension, pour des dispositifs de stockage énergétique.

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

2.5. Elaboration d'un modèle analytique de machine électrique

Que ce soit en entrainement électrique ou en génération d'énergie, les machines électriques sont très largement utilisées pour produire une énergie mécanique (un mouvement) ou réversiblement pour produire une énergie électrique. La littérature concernant la modélisation analytique des machines électriques est extrêmement riche et il n'est pas possible d'être ici exhaustif quant à la description de toutes les approches de modélisation possibles, aussi nous limiterons-nous aux approches les plus classiques et qui nous semblent également les plus pertinentes.

2.5.1. *Les différents champs physiques du modèle et les méthodes de résolution associées*

2.5.1.1. *Modélisation magnétique*

La première physique, la plus abondamment étudiée, est l'électromagnétisme et, en particulier, le calcul du champ magnétique dans la machine. Les équations de base sont les équations de Maxwell d'une part et les équations des matériaux magnétiques d'autre part. Elles peuvent être traitées à deux niveaux. Le premier, local, consiste à calculer en tout point le champ et l'induction magnétiques par résolution des équations de Maxwell. Dans une approche analytique, cette résolution n'est possible que sous certaines conditions de symétries géométriques et de linéarité. La méthode utilisée est classiquement la séparation des variables lorsque cela est mathématiquement possible et les solutions obtenues sont alors exprimées sous la forme de série de Fourier. Cette approche a l'avantage d'être locale, donc permet de prendre en compte des effets géométriques délicats tels que l'encochage, mais trouve sa limite dans la non-linéarité des caractéristiques $B-H$ des matériaux magnétiques. Une deuxième approche consiste alors à considérer des grandeurs moins locales telles que les flux dans différentes zones du dispositif et les forces magnétomotrices, nécessitant une décomposition du dispositif en tubes de flux, ce qui conduit à un *réseau magnétique* où les sources de flux sont des forces magnétomotrices créées par des aimants permanents ou des bobinages et les consommateurs sont des réluctances. La limite de l'approche est la nécessité de connaître a priori le trajet des flux magnétiques, mais elle trouve tout son intérêt dans la possibilité de prendre en compte des réluctances non-linéaires. Enfin, une dernière approche consiste à revenir directement aux formes intégrales des équations de Maxwell : la loi de conservation du flux magnétique et le théorème d'Ampère. Ce dernier peut être appliqué sur une ligne de champ particulière et permettre de déterminer l'induction dans l'entrefer. Cela revient en fait à utiliser un réseau de réluctances mais sur un nombre très limité de maille (une seule dans le cas limite). Dans ce cas, il est nécessaire de supposer une forme d'induction dans l'entrefer ; la résolution permettant de déterminer par exemple son amplitude.

2.5.1.2. *Modélisation électromécanique*

La deuxième physique concerne le comportement électromécanique de la machine. Cette physique est généralement traitée par des schémas électriques incluant des sources de tensions (correspondant aux tensions induites par variation de flux), des résistances décrivant les pertes (par effet Joule ou dans le circuit magnétique) et des inductances et mutuelles décrivant le stockage d'énergie magnétique. Il est possible, grâce au modèle magnétique d'exprimer les tensions induites et les inductances en fonction des paramètres géométriques. Les résistances modélisant les pertes Joule sont quant à elles directement issues de la loi d'Ohm qui permet de les exprimer en fonction des paramètres géométriques.

Les résistances modélisant des pertes magnétiques nécessitent en premier lieu des modèles magnétiques de calcul des pertes dans le fer. Le plus souvent, ce calcul repose sur une décomposition des pertes en une première composante liée à la circulation de courants de Foucault créés par variation du champ magnétique, une seconde composante liée au phénomène d'hystérésis et au déplacement des domaines de Weiss dans les matériaux et enfin une troisième composante de pertes supplémentaires. Ensuite, connaissant les pertes magnétiques, on introduit des résistances pour modéliser le phénomène dissipatif.

2.5.1.3. *Modélisation thermique*

La troisième physique est la thermique. Là aussi, plusieurs approches sont possibles. La première consiste à établir un réseau nodal qui traduit sous la forme de réseau les échanges thermiques dans la machine. Cette approche est délicate car le réseau peut être relativement important si on veut rendre compte de tous les échanges ayant lieu et car il y a beaucoup d'incertitude sur certains paramètres thermo-physiques tels que les coefficients de convections. Une approche nettement plus simple consiste à contraindre la densité de courant volumique dans le cuivre et la densité surfacique de courant à la périphérie extérieure du stator, ce qui permet en quelque sorte d'ajuster le dimensionnement de la machine au type de refroidissement considéré. L'idée sous-jacente est que le dimensionnement du refroidissement est découplé du dimensionnement de la machine : on dimensionne la machine pour une densité de courant efficace (éventuellement calculée sur cycle de fonctionnement) et on dimensionne ensuite le circuit de refroidissement de façon à pouvoir évacuer la chaleur générée par les pertes et à maintenir les températures du cuivre et des aimants permanents dans un intervalle acceptable.

2.5.1.4. *Modélisation mécanique*

Enfin, la dernière physique est la mécanique. Au-delà des équations de la mécanique du solide permettant de déterminer l'équation horaire des vitesses de rotation des parties tournantes, il s'agit aussi de déterminer des mouvements locaux à l'origine de vibrations ou des contraintes internes à l'origine de fatigues par exemple. Cette partie est relativement spécialisée et ne sera pas abordée dans ce chapitre.

2.5.2. *Application à l'exemple d'un véhicule hybride électrique lourd : modélisation d'une machine synchrone à aimants montés en surface*

Nous présentons ici sommairement l'exemple d'une machine synchrone à aimants montés en surface et à rotor intérieur [SLE 92]. Ce type de machine est utilisé pour le moteur et le générateur de la chaine de traction hybride série-parallèle

© Hermès Lavoisier
Tous droits réservés

décrite au paragraphe 2.2.3. Comme expliqué précédemment, nous organisons le modèle de la machine selon la nature des équations.

2.5.2.1. *Equations géométriques et physiques*

Partant de la structure géométrique, il est possible d'exprimer les différentes relations existantes entre les paramètres géométriques, mais aussi les volumes et masses de la machine. Pour illustrer, nous donnons les exemples suivants :

$$r_{\text{rotor}} = R_{\text{int}} + d_{\text{r}} \quad [2.5]$$

$$m_{\text{rotor}} = mv_{\text{rot}} \cdot \pi \left({r_{\text{rotor}}}^2 - {R_{\text{int}}}^2 \right) l_{\text{r}} \quad [2.6]$$

où d_{r}, m_{rotor}, mv_{rot} et l_{r} sont respectivement la hauteur de la culasse rotorique, la masse de cette culasse, la masse volumique de l'acier utilisé pour sa réalisation et la longueur de fer de la machine supposée égale au stator et au rotor ; les autres paramètres sont décrits sur les deux schémas de la figure 2.9.

Le bobinage est à pas diamétral, à N_{epp} encoche(s) par pôle et par phase et triphasé. On suppose qu'il n'existe qu'une seule voie de bobinage par phase (pas de mise en parallèle de bobines).

Les équations physiques consistent, quant à elles, à décrire les propriétés physiques des matériaux utilisés pour la réalisation de la machine électrique. Nous pouvons citer par exemple la relation $B-H$ décrivant les matériaux ferro-magnétiques durs ou doux (saturables). Dans ce dernier cas, l'équation $B-H$ est utile pour établir l'état de saturation du matériau et ainsi une valeur réaliste de l'induction dans l'entrefer. Nous donnons ici par exemple la relation $B-H$ d'un aimant rigide dans sa zone utile (par exemple les aimants à base de terre rare) :

$$B_{\text{aim}} = B_{\text{ra}} - \mu_0 \mu_{\text{ra}} H_{\text{aim}} \quad [2.7]$$

où B_{ra} et μ_{ra} sont l'induction rémanente et la perméabilité magnétique relative de l'aimant permanent.

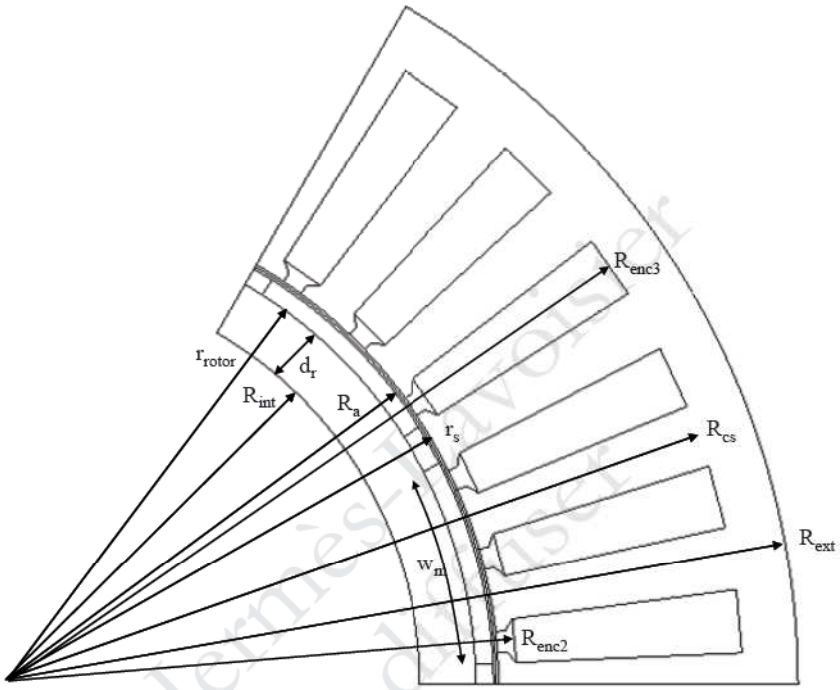
La particularité des équations géométriques et physiques est que celles-ci ne dépendent pas du fonctionnement. Elles sont donc définies une fois pour toute quel que soit le fonctionnement de la machine.

2.5.2.2. *Modèle magnétique de la machine*

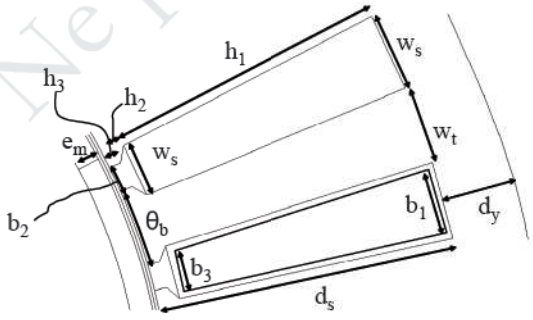
Le modèle magnétique de la machine vise à établir l'induction magnétique en tout point de la machine électrique. Pour cela, nous utilisons ici un modèle 1D (conservation du flux et théorème d'Ampère). Dans le cadre de cet exemple, nous ne

© Editions Lavoisier
Ne pas diffuser

développerons pas la prise en compte de la saturation magnétique [ESP 99] et nous supposerons le fonctionnement linéaire. Au cours de l'optimisation, cela impliquera de contraindre les inductions dans les différentes parties du circuit magnétique.



a) Vue générale de la machine



b) Détail de l'encoche

Figure 2.9. *Géométrie d'une machine synchrone à aimants montés en surface*

© Hermès-Lavoisier Ne pas diffuser

Dans un premier temps, le stator denté est transformé par un stator lisse par application du coefficient de Carter. Cette transformation permet de rendre compte, *en moyenne,* du fait que les lignes de champ qui se développent en face d'une encoche effectuent un chemin plus long dans l'entrefer. Dans les machines à aimants montés en surface, du fait que la perméabilité des aimants est proche de celle de l'air, le coefficient de Carter s'applique non pas à l'entrefer réel g mais à l'entrefer efficace g_{eff} incluant l'épaisseur des aimants h_{a} modulée par la perméabilité relative des aimants :

$$g_{\text{eff}} = g + h_{\text{a}} / \mu_{\text{ra}} \qquad [2.8]$$

Le coefficient de Carter K_{c} s'exprime par :

$$K_{\text{c}} = \frac{w_{\text{e}}}{w_{\text{e}} - \frac{4 g_{\text{eff}}}{\pi}\left[\frac{b_2}{2 g_{\text{eff}}}\arctan\left(\frac{b_2}{2 g_{\text{eff}}}\right) - \ln\left(\sqrt{1+\left(\frac{b_2}{2 g_{\text{eff}}}\right)^2}\right)\right]} \qquad [2.9]$$

où w_{e} est le pas dentaire et b_2 l'ouverture d'une encoche. L'entrefer corrigé g_{c} s'exprime donc par :

$$g_{\text{c}} = K_{\text{c}}\, g_{\text{eff}} - h_{\text{a}} / \mu_{\text{ra}} \qquad [2.10]$$

En supposant une forme rectangulaire de l'induction à vide dans l'entrefer (induction constante sous un aimant, positive ou négative selon la polarité des aimants, et nulle ailleurs), et en supposant que la perméabilité du fer est très grande devant celle de l'air, l'application du théorème d'Ampère sur une ligne de champ moyenne permet de calculer l'amplitude maximale de l'induction :

$$B_{\text{ev}} = B_{\text{ra}} / \left(1 + \mu_{\text{ra}}\, g_{\text{c}}\, h_{\text{a}}\right) \qquad [2.11]$$

En décomposant l'induction en série de Fourier, il est finalement possible d'obtenir l'amplitude du fondamental de l'induction dans l'entrefer :

$$B_{\text{ev1}} = 4/\pi\, B_{\text{e}} \sin\left(\alpha_{\text{a}}\right) \qquad [2.12]$$

où α_{a} est la demi-ouverture angulaire relative d'un aimant. Le flux à vide dans l'entrefer sous un pôle Φ_{ev} peut alors se calculer par intégration de l'induction sous un pôle et on obtient :

$$\Phi_{\text{ev}} = r_{\text{s}}\, \tau_{\text{p}}\, l_{\text{r}}\, B_{\text{ev}} / \pi \qquad [2.13]$$

© Hermes-Lavoisier
Ne pas diffuser

Des lois de conservation du flux permettent ensuite de calculer le flux et l'induction dans toutes les zones du circuit magnétique : culasse rotorique, culasse statorique et dents. Par exemple, à vide, les amplitudes du flux Φ_{dv} et de l'induction B_{dv} dans les dents valent :

$$\Phi_{dv} = \phi_{ev}/2 \qquad [2.14]$$

$$B_{dv} = \phi_{dv}/\left(h_{cs}\, d_y\right) \qquad [2.15]$$

Nous revenons plus loin sur le fonctionnement en charge.

2.5.2.3. *Modèle électrique*

Le modèle électrique consiste en un classique schéma monophasé équivalent établi en régime triphasé sinusoïdal permanent et équilibré (voir figure 2.10).

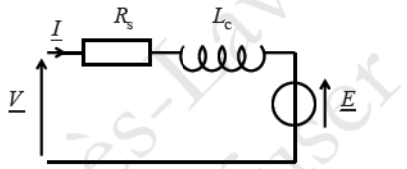


Figure 2.10. *Schéma électrique monophasé équivalent de la machine synchrone à pôle lisse*

On fait l'hypothèse que les pertes magnétiques n'affectent pas notablement le comportement électrique de la machine (fem et courant statorique). Par conséquent, on ne fait pas apparaître dans ce schéma de résistance rendant compte des pertes fer.

Dans ce schéma électrique, R_s est la résistance d'une phase, L_c l'inductance cyclique et $\underline{E}$ la représentation complexe de la fem induite à vide dans une phase et supposée sinusoïdale. Par ailleurs, $\underline{V}$ et $\underline{I}$ sont les représentations complexes de la tension simple et du courant de phase supposés également sinusoïdaux.

L'inductance cyclique d'une phase L_c s'exprime en fonction de l'inductance principale ou magnétisante L_m, de l'inductance de fuite L_f et de l'inductance mutuelle M_s :

$$L_c = L_m - M_s + L_f \qquad [2.16]$$

Ces trois inductances peuvent ensuite s'exprimer en fonction des paramètres géométriques de la machine, définis figure 2.9, et du nombre de conducteurs par

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

encoche N_{ce}, en supposant que toutes les spires de la machine sont en série et que la répartition du flux de réaction d'induit dans l'entrefer est sinusoïdal. On note K_b le coefficient de bobinage statorique :

$$L_m = N_{ce}{}^2 \frac{4\mu_0 l_r r_s}{\pi\left(K_c g + \frac{e_m}{\mu_r}\right)} K_b{}^2 N_{epp} \quad [2.17]$$

$$L_f = 2\mu_0 l_r p N_{epp} N_{ce}{}^2 \left(\frac{2h_1}{3(b_1+b_3)} + \frac{2h_2}{b_2+b_3} + \frac{h_3}{b_2}\right) \quad [2.18]$$

$$M_s = \frac{L_m}{2} \quad [2.19]$$

Dans le même esprit, la résistance statorique d'une phase R_s se déduit de la conductivité du cuivre σ_{cu} et des paramètres géométriques du bobinage statorique :

$$R_s = 2p N_{ce}{}^2 \frac{l_r + l_{tb}}{\sigma_{cu} S_{enc} K_r} \quad [2.20]$$

où S_{enc}, K_r et l_{tb} sont respectivement la section d'une encoche, le taux de remplissage de cuivre dans l'encoche et la longueur d'une tête de bobine.

La tension induite efficace E dans une phase s'exprime quant à elle à partir de la valeur efficace du flux à vide d'une phase pour une spire par encoche :

$$\Phi_s = \sqrt{2} K_b N_{epp} N_{ce} B_{ev1} r_s l_r \quad [2.21]$$

$$E = \omega \phi_s \quad [2.22]$$

où ω est la pulsation des grandeurs statoriques qui s'exprime en fonction de la vitesse angulaire de rotation Ω par :

$$\omega = p\Omega \quad [2.23]$$

Si on décompose les représentations complexes du courant et de la tension en deux composantes selon l'axe de la fem (axe q) et selon un axe en retard de $\pi/2$ (axe d), on peut alors écrire les relations suivantes :

$$\underline{V} = V_d + jV_q \quad [2.24]$$

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

$$\underline{I} = I_{\mathrm{d}} + j\, I_{\mathrm{q}} \qquad [2.25]$$

$$\underline{E} = j\, \omega \Phi_{\mathrm{s}} \qquad [2.26]$$

$$V_{\mathrm{d}} = R_{\mathrm{s}}\, I_{\mathrm{d}} - L_{\mathrm{c}}\, \omega\, I_{\mathrm{q}} \qquad [2.27]$$

$$V_{\mathrm{q}} = R_{\mathrm{s}}\, I_{\mathrm{q}} - L_{\mathrm{c}}\, \omega\, I_{\mathrm{d}} + E \qquad [2.28]$$

Attention, les grandeurs ci-dessus ne coïncident pas avec les grandeurs *d* et *q* provenant de la transformation de Park projetant les grandeurs statoriques dans une base orthogonale tournant avec le rotor.

Dans la mesure où le moteur est alimenté par un onduleur de tension triphasé, la valeur efficace de la tension maximale pouvant être appliquée à une phase, en fonctionnement MLI sans surmodulation, s'exprime en fonction de la tension du bus continu V_{bus} :

$$V = \sqrt{{V_{\mathrm{d}}}^2 + {V_{\mathrm{q}}}^2} = V_{\mathrm{bus}} \Big/ \left(2\sqrt{2}\right) \qquad [2.29]$$

2.5.2.4. *Bilan de puissance*

Les critères énergétiques étant centraux dans les dimensionnements optimaux des systèmes, il est nécessaire d'exprimer les différentes puissances et pertes intervenant dans la machine électrique.

En considérant un fonctionnement moteur, la puissance d'entrée est la puissance électrique P qui s'exprime en fonction des représentations complexes de la tension et du courant :

$$P = 3\,\mathrm{Re}\left\{\underline{V}^*\, \underline{I}^*\right\} = 3\left(V_{\mathrm{d}}\, I_{\mathrm{d}} + V_{\mathrm{q}}\, I_{\mathrm{q}}\right) \qquad [2.30]$$

La puissance électromagnétique P_{em} permet d'exprimer le moment du couple électromagnétique C_{em} des efforts produits par le moteur :

$$P_{\mathrm{em}} = C_{\mathrm{em}}\, \Omega = 3E\, I_q \qquad [2.31]$$

$$C_{\mathrm{em}} = 3p\, \Phi_{\mathrm{s}}\, I_q \qquad [2.32]$$

Les différentes pertes existant dans la machine sont de trois types :

– les pertes Joule dans le cuivre des bobinages statoriques ;

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

– les pertes magnétiques (ou fer) dans le circuit magnétique ;

– les pertes mécaniques dues aux frottements des parties tournantes contre les parties fixes ou contre l'air.

Les pertes Joule statoriques s'expriment simplement (en négligeant les effets de peau et de proximité dans les conducteurs) :

$$P_J = 3 R_s I^2 = 3 R_s \left({I_d}^2 + {I_q}^2 \right) \quad [2.33]$$

Les pertes fer dans le rotor sont négligées, même si les aimants comme la culasse rotorique peuvent être le siège de courants de Foucault intenses dus aux champs tournants harmoniques non synchrones de la vitesse de rotation. Aussi, en ce qui concerne les pertes magnétiques, il ne reste plus qu'à évaluer les pertes magnétiques dans le stator. Pour cela, on admet que les pertes fer ont deux composantes : les pertes par courants de Foucault et les pertes liées au phénomène d'hystérésis. Pour une variation sinusoïdale de l'induction, d'amplitude B et de pulsation ω, les pertes par courants de Foucault s'écrivent :

$$P_{Fouc} = \frac{\sigma_{stat} {e_{stat}}^2}{24 m v_{stat}} \omega^2 B^2 = k_{Fouc} \omega^2 B^2 \quad [2.34]$$

où σ_{stat}, e_{stat} et mv_{stat} sont respectivement la conductivité, l'épaisseur et la masse volumique des tôles.

Les pertes par courants de Foucault sont quant à elles de la forme :

$$P_h = k_h \omega B^2 \quad [2.35]$$

où k_h est un coefficient caractéristique des tôles.

La pulsation ω est directement liée à la vitesse de rotation et l'induction dans chaque partie de la machine est liée au champ créé par les aimants mais également au champ de réaction d'induit. Pour calculer l'induction en charge, il faut considérer le flux résultant dans une phase :

$$\underline{\Phi}_{res} = \underline{\Phi}_s + L_c I_d + j L_c I_q \quad [2.36]$$

Les variations d'induction dans les différentes parties de la machine suivent les variations du flux dans une phase. Par exemple, on peut exprimer l'induction en charge dans une dent B_{dc} en fonction de l'induction à vide B_{dv} :

$$B_{dc} = B_{dv} \frac{\Phi_{res}}{\Phi_s} \quad [2.37]$$

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

Ensuite, les pertes fer dans une dent en charge P_{ferdc} s'expriment par :

$$P_{\text{ferdc}} = k_{\text{h}} \omega {B_{\text{dc}}}^2 + k_{\text{Fouc}} \omega^2 {B_{\text{dc}}}^2 \quad [2.38]$$

Cette approche permet de prendre en compte la variation du flux dans la machine liée à la réaction d'induit et en particulier lors des phases de défluxage où la réduction du flux dans l'axe des pôles rotoriques permet de diminuer la tension de phase de la machine, mais aussi les pertes dans le fer.

Dans l'exemple considéré ici, les pertes mécaniques seront également négligées.

2.5.2.5. *Contrainte thermique*

Dans le cadre de cet exemple, en ce qui concerne les aspects thermiques, nous nous limitons simplement à contraindre la densité de courant dans les encoches sans évaluer les températures dans les différentes parties de la machine. La densité de courant efficace dans les conducteurs statoriques vaut alors :

$$J_{\text{s}} = \frac{N_{\text{ce}} I}{K_{\text{r}} S_{\text{enc}}} \quad [2.39]$$

2.6. Elaboration d'un modèle analytique de convertisseur statique

Les convertisseurs électroniques de puissances, ou « convertisseurs statiques », sont utilisés pour mettre en forme l'énergie électrique en vue de son utilisation (par exemple pour l'alimentation des machines électriques en vitesse et couple variables) ou de son stockage. Dans un contexte de dimensionnement, principalement deux physiques sont modélisées. La première concerne les aspects électriques : l'examen des séquences de commutation permet d'obtenir (en utilisant le plus souvent des composants idéaux) des relations entre les grandeurs électriques et leurs caractéristiques telles que les valeurs efficaces ou les valeurs moyennes de part et d'autre du convertisseur. Cela permet de dimensionner les calibres de courant et de tension des composants de commutation, mais aussi ceux des composants passifs éventuellement utilisés dans les filtres (condensateurs ou bobines). La deuxième physique concerne le niveau thermique. Dans un premier temps, l'étude précise des commutations ou l'utilisation d'abaques permet de déterminer les pertes dans le composant. Ensuite, les conditions de refroidissement permettent de calculer les températures atteintes au niveau des composants, permettant le dimensionnement du refroidissement thermique et, comme expliqué plus haut, la détermination de la durée de vie.

© Hermès-Lavoisier
Le photocopillage tue le livre

2.6.1. *Les différents champs physiques du modèle et les méthodes de résolution associées*

Certaines grandeurs électriques internes aux convertisseurs statiques et en particulier aux convertisseurs à découpage, présentent de fortes discontinuités. Cependant, un modèle de détermination précis des phénomènes internes au convertisseur nécessiterait le calcul des grandeurs électriques avec une résolution temporelle souvent incompatible avec la rapidité de calcul requise. La nécessité de préserver la simplicité des calculs qui doivent être intégrés dans un algorithme d'optimisation requiert d'exprimer les équations des modèles des convertisseurs statiques en fonction des valeurs moyennes des grandeurs électriques. Ainsi, la modélisation est basée sur la mise en équation des grandeurs nécessaires à l'optimisation à partir des expressions aux valeurs moyennes des grandeurs électriques, c'est-à-dire sans résolution des équations différentielles permettant la détermination temporelle précise de ces grandeurs, et ceci tout en tenant compte des paramètres transitoires rapides comme la fréquence de découpage par exemple.

Le principe général de modélisation des convertisseurs statiques peut se décomposer en différentes étapes :

– détermination des équations fonctionnelles électriques : les expressions aux valeurs moyennes des grandeurs électriques permettront de définir les paramètres électriques nécessaires au dimensionnement ;

– détermination des équations caractérisant les semi-conducteurs et les éléments passifs éventuels : comportements électrique, inductif, capacitif, magnétique, diélectrique, thermique ;

– détermination des grandeurs permettant de quantifier les critères à minimiser : masse, volume, pertes dans les semi-conducteurs, pertes dans les éléments passifs ;

– définition des contraintes sur l'ensemble des paramètres calculés, quelle que soit leur nature : limites dimensionnelles, niveaux de pertes et températures admissibles, limites sur les grandeurs électriques internes, d'entrée et de sortie.

Les caractéristiques des convertisseurs statiques sont toujours étroitement liées à la nature des charges qui leurs sont associées. Par exemple, il est pratiquement impossible de dissocier le dimensionnement des machines électriques de celui des convertisseurs qui les alimentent, ne serait-ce que pour permettre aux actionneurs électriques d'accéder aux régimes de fonctionnement prévus (vitesse et couple), ou encore pour rendre la source d'alimentation électriquement compatible avec les actionneurs. Dans ce cas, l'optimisation isolée du convertisseur, en admettant comme connues les grandeurs électriques, n'est pas vraiment pertinente. D'autre part, la problématique de conception optimale de l'actionneur électrique ne pourrait pas être résolue sans admettre a priori un dimensionnement du convertisseur statique

© Hermès-Lavoisier
Accès diffuser

qui l'alimente, en particulier pour définir les contraintes sur les grandeurs électriques. C'est le cas par exemple des onduleurs d'alimentation des machines alternatives, qui ne possèdent pas de composant passif dont le dimensionnement est critique, mais dont le niveau de perte est étroitement lié aux grandeurs électriques imposées par la source continue et la charge alternative. Ainsi, la modélisation des convertisseurs statiques doit permettre de rendre palpable l'impact que pourraient avoir les grandeurs électriques imposées par les actionneurs et les sources sur la part d'influence qu'ont ces convertisseurs sur les critères à minimiser.

Lorsque l'architecture, la technologie et les caractéristiques d'intégration d'un convertisseur statique sont imposées, la modélisation peut parfois se limiter au calcul des pertes. Lorsqu'au contraire le convertisseur statique comporte des éléments dont le dimensionnement est critique, la modélisation doit intégrer le calcul des grandeurs dimensionnantes (c'est le cas par exemple du hacheur parallèle qui comporte une inductance de lissage dont la masse, le volume et le coût peuvent être des facteurs prépondérants).

Le paragraphe suivant présente l'exemple de la modélisation des onduleurs de tension permettant d'alimenter les machines électriques de la propulsion hybride déjà considérée dans les paragraphes précédents.

2.6.2. *Application à l'exemple d'un véhicule hybride électrique lourd : modélisation des onduleurs d'alimentation des machines synchrones*

L'exemple de modélisation présenté dans ce paragraphe est appliqué aux onduleurs d'alimentation des machines électriques synchrones à aimants permanents Ce type de convertisseur statique (convertisseurs DC/AC) s'intègre à la traction hybride d'un véhicule poids lourd dont le schéma de principe est représenté figure 2.8. Le modèle doit permettre de dimensionner deux onduleurs distincts puisque les machines électriques ne sont pas forcément identiques.

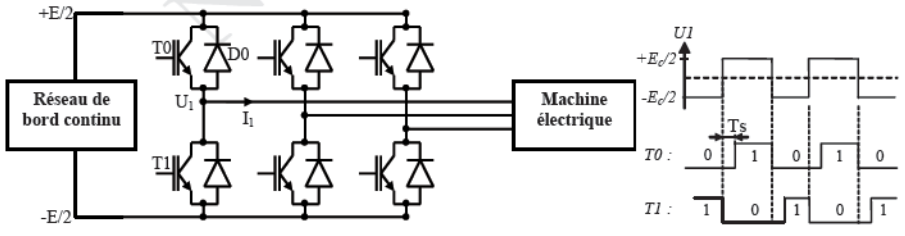


Figure 2.11. *Convertisseur de puissance associé aux machines électriques*

© Tous droits réservés
Ne peut être diffusé

Les moteurs électriques sont alimentés par un réseau de bord de tension continue. Les convertisseurs associés aux machines électriques doivent assurer une conversion continu/alternatif et permettre un pilotage dans les quatre quadrants des machines électriques. La structure retenue est donc l'onduleur de tension représenté figure 2.11, permettant de satisfaire à ces exigences.

L'approche du dimensionnement des convertisseurs consiste à considérer des structures d'onduleur de tension classiques (à deux niveaux) pilotés en modulation de largeur d'impulsion de sorte à permettre une alimentation des moteurs électriques sans défaut harmonique sensible. Ainsi, la stratégie de modulation choisie est une modulation sinusoïdale asynchrone et la fréquence porteuse est choisie suffisamment élevée (10 kHz), ce qui permet de considérer le pilotage des machines électriques comme proche du régime sinusoïdal. Les temps morts Ts permettant la commutation sans risque de court-circuit du pont seront négligés dans la modélisation étant donné leur faible impact sur les pertes et sur le dimensionnement.

L'optimisation de la topologie d'onduleur et la réduction des pertes dans les semi-conducteurs par diminution de la fréquence de commutation n'est pas traitée dans cet exemple mais pourrait être envisagée. Elle devrait alors s'accompagner de la prise en compte des dégradations des formes d'onde de courant dans les machines électriques et donc des perturbations de couple et des pertes supplémentaires qu'elles produiraient. La modélisation des machines électriques devrait alors intégrer les phénomènes harmoniques liés à la modulation de largeur d'impulsion.

Dans cet exemple, le circuit de refroidissement est imposé par la structure du véhicule. Il est composé d'un refroidissement par un mélange eau glycol dimensionné a posteriori pour assurer la tenue thermique des composants. La structure d'échange thermique ne fait donc pas partie du dimensionnement du convertisseur.

L'objectif est de modéliser les pertes dans les convertisseurs en ayant a priori fait le choix de structures simples à dimensionner et à piloter. Les choix se sont portés sur la conception de convertisseurs indépendants. L'étude de l'intégration mécatronique de l'électronique de puissance dans les machines électriques n'est pas abordée pour des raisons de simplicité, mais pourrait être pertinente pour permettre la minimisation des volumes. Il serait alors nécessaire de prêter une attention particulière à la résolution des problématiques thermiques, électromagnétiques et liées à tout autre phénomène caractérisant l'interaction physique entre l'onduleur et la machine électrique. Les modélisations des onduleurs et des machines électriques ne pourraient alors plus être abordées de manière séparées.

Le modèle se réduit ici au calcul des pertes dans les convertisseurs de puissance qui sont réparties de la manière suivante :

– les pertes par conduction dans les transistors IGBT ;

© Lavoisier – Tous droits réservés
Ne pas diffuser

– les pertes par conduction dans les diodes ;

– les pertes par commutations dans les IGBT ;

– les pertes par commutations dans les diodes.

Les pertes dans l'onduleur sont exprimées analytiquement en fonction des grandeurs électriques, en supposant le régime de fonctionnement comme sinusoïdal en courant. Cette hypothèse peut se justifier par le comportement inductif des machines électriques et par le choix d'une fréquence de commutation suffisamment élevée pour limiter les harmoniques de courant. Ainsi, le comportement dissipatif du convertisseur devient entièrement prévisible pour les paramètres dynamiques internes au convertisseur. Lorsque les amplitudes et les phases des courants en sortie d'onduleur ne sont pas connues, la modélisation analytique du comportement électromécanique des moteurs permet de les déterminer à partir des lois de commande choisies (couple, puissance, vitesse, tension de bus).

Paramètres	Symboles	Valeurs
Tension constructeur de mesure de E_{on}, E_{off}	V_{Eon_off}	$300V$
Courant constructeur de mesure de E_{on}, E_{off}	I_{Eon_off}	$600A$
Energie dissipée par amorçage IGBT	E_{on}	$7.5 \cdot 10^{-3} J$
Energie dissipée par extinction IGBT	E_{off}	$29.5 \cdot 10^{-3} J$
Chute de tension directe IGBTs	V_{CEsat}	$1.9V$
Fréquence de commutation	F_{com}	$10\,000Hz$
Chute de tension directe diodes	V_{F0}	$1V$
Energie dissipée par extinction diodes	E_{rr}	$25 \cdot 10^{-3} J$
Tension continue d'entrée	V_{bus}	$540V$

Tableau 2.1. *Caractéristiques des semi-conducteurs données par le constructeur*

La détermination des semi-conducteurs est plutôt liée à des choix technologiques ou d'intégration qui dépendent des offres du marché et de l'environnement d'implantation. Ainsi, le type de composants est imposé parmi des gammes cohérentes. Les paramètres constructeurs des IGBT et des diodes de l'onduleur, la tension d'alimentation continue et les courants dans la machine constituent les données d'entrée du modèle de pertes. A titre d'exemple, le tableau 2.1 liste ces caractéristiques dans le cas de modules IGBT SKM600GB066D de Semikron.

La figure 2.12 illustre la méthode de détermination des courants dans l'IGBT supérieur *T0* et sa diode montée en parallèle *D0* dans le cas d'un pilotage en modulation sinusoïdale bipolaire de l'onduleur. Les courants dans les semi-conducteurs sont égaux aux courants circulant dans la machine, seulement pendant

© Hermes-Lavoisier
Ne pas diffuser

le délai de conduction imposé par la modulation. Le signe du courant définit quel composant, de l'IGBT ou de la diode, est en conduction. Les commandes étant toutes reproductibles par symétrie et la machine électrique étant équilibrée, les régimes de conduction et de dissipation des autres IGBT et des autres diodes sont identiques.

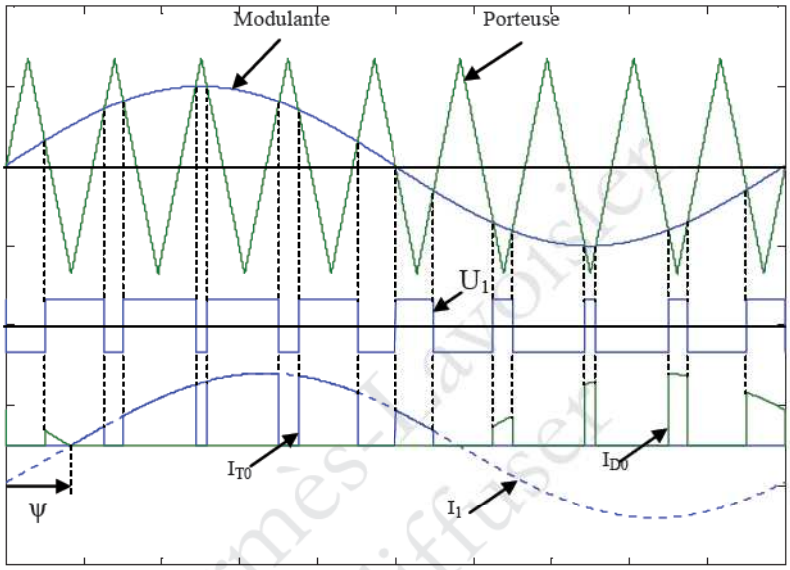


Figure 2.12. *Construction des courants dans les semi-conducteurs*

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

2.6.2.1. *Pertes par conduction dans les IGBT et les diodes*

Les pertes par conduction dans les semi-conducteurs sont obtenues en déterminant tout d'abord leur caractéristique de dissipation en régime statique, en général donnée par le constructeur. La figure 2.13 illustre les courbes donnant la chute de tension aux bornes d'un IGBT et de la diode en fonction du courant et des conditions de température de jonction. Différents niveaux de précision du modèle sont alors possibles suivant que l'évaluation des pertes requiert une grande précision ou non, et que les conditions de température sont déterminantes dans l'appréciation des pertes. On pourra alors considérer des modèles ayant différents degrés de complexité :

– une chute de tension fixe approximant l'état général du composant pour les modèles les plus simples ;

– une chute de tension à courant nul et une résistance dynamique fonction de la température. Les courbes en pointillés illustrent les modèles définis à partir d'une

résistance dynamique constante pour une température de jonction de 150°C pour les IGBT et les diodes ;

– une chute de tension identique à celle donnée par le constructeur mémorisée sous forme de table ou reconstituée par approximation polynomiale [DEP 95].

Les pertes par conduction dans chaque IGBT sont exprimées par intégration sur une période électrique T de la puissance instantanée aux bornes du composant, obtenue à partir du produit entre le courant circulant dans le composant et la chute de tension correspondante. Le calcul est ici appliqué au cas d'un modèle simplifié assimilant la chute de tension à celle obtenue en régime nominal du composant, qui présente l'intérêt de majorer les pertes dans les semi-conducteurs ce qui permet de se prémunir contre l'éventualité d'un sous-dimensionnement lorsque le mode d'utilisation réel du convertisseur n'est pas connu précisément. La simplicité du modèle permet également de limiter la charge de calcul correspondante.

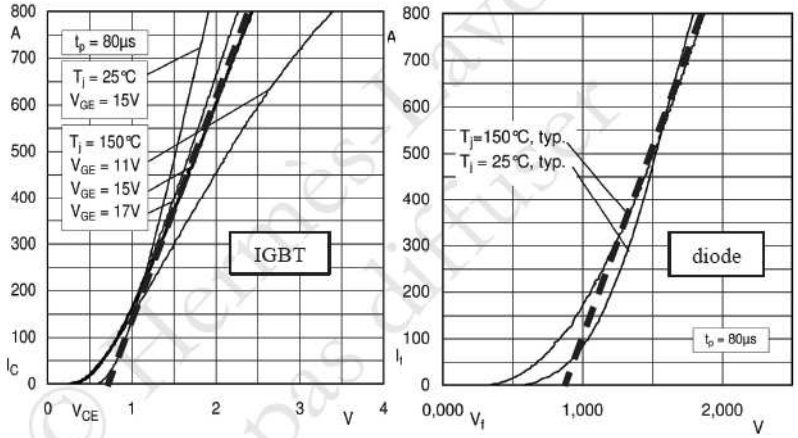


Figure 2.13. *Caractéristiques statiques de chute de tension dans les IGBT et les diodes*

L'équation exprimant la puissance dissipée par conduction dans un IGBT est donnée par :

$$P_{\text{condT}} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T V_{\text{CEsat}} \cdot I_{\text{T}}(t) \cdot dt \qquad [2.40]$$

L'hypothèse d'une modulation sinusoïdale bipolaire permet de définir le rapport cyclique en fonction de la phase, du taux de modulation et du déphasage entre la tension et le courant du moteur électrique :

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} + m \cdot \sin(\omega t + \psi) \qquad [2.41]$$

où m représente le taux de modulation et ψ le déphasage entre la modulante (image de la tension simple V) et le courant I de la même phase, ce dernier étant pris comme référence. On peut alors en déduire le courant dans les IGBTs en fonction du courant de phase (assimilé à un courant sinusoïdal) et ensuite les pertes par conduction par IGBT. Elles sont données par l'expression ci-dessous où I_{max} et V_{max} représentent respectivement l'amplitude du courant de phase et l'amplitude de la tension simple :

$$P_{condT} = \frac{V_{CEsat} \cdot I_{max}}{2} \cdot \left[\frac{1}{\pi} + \frac{V_{max}}{2 \cdot V_{bus}} \cdot \cos(\psi) \right] \qquad [2.42]$$

Les pertes par conduction dans les diodes sont obtenues en appliquant les mêmes méthodes de calcul et en tenant compte d'une conduction complémentaire à celle des IGBT sur chaque intervalle de période porteuse :

$$P_{condD} = \frac{V_{FO} \cdot I_{max}}{2} \cdot \left[\frac{1}{\pi} - \frac{V_{1max}}{2 \cdot V_{bus}} \cdot \cos(\psi) \right] \qquad [2.43]$$

2.6.2.2. *Pertes par commutations dans les IGBT et les diodes*

Les pertes par commutations dans les IGBT sont obtenues en extrapolant par une approximation linéaire les valeurs d'énergie dissipée données par le constructeur en fonction des tensions et des courants observés lors des commutations. La courbe de la figure 2.14 donnée par le constructeur montre la dépendance quasi-linéaire des pertes par commutation dans les IGBT (E_{on} et E_{off}) en fonction des courants coupés ou amorcés, et des pertes par recouvrement inverse dans les diodes (E_{rr}) en fonction du courant de diode.

Ainsi la puissance dissipée par transistor à chaque amorçage est définie comme la somme des énergies dissipées à l'amorçage pendant une seconde en adaptant la valeur de pertes E_{on} données par le constructeur pour un courant I_{Eon_off} et une tension V_{Eon_off}, aux valeurs de courant I et de tension V_{bus} auxquelles le composant est soumis comme l'exprime l'équation suivante :

$$P_{onT} = \sum_{i=1}^{N(1s)} E_{on} \frac{I(i)}{I_{Eon\_off}} \cdot \frac{V_{bus}}{V_{Eon\_off}} \qquad [2.44]$$

© Hermès-Lavoisier
Version diffuser

En approximant la répartition des commutations comme étant uniforme sur l'alternance positive (ce qui se justifie d'autant plus que la fréquence de commutation est élevée), la valeur moyenne du courant sur l'alternance considérée peut se substituer au courant lors des commutations. Les pertes à l'amorçage par IGBT s'expriment alors par l'équation suivante :

$$P_{\text{onT}} = \frac{E_{\text{on}} \cdot I_{\text{max}} \cdot V_{\text{bus}}}{\pi \cdot I_{\text{Eon\_off}} \cdot V_{\text{Eon\_off}}} \cdot F_{\text{com}} \qquad [2.45]$$

En procédant de la même manière pour les pertes à l'extinction des IGBTs, on obtient l'équation suivante :

$$P_{\text{offT}} = \frac{E_{\text{off}} \cdot I_{\text{max}} \cdot V_{\text{bus}}}{\pi \cdot I_{\text{Eon\_off}} \cdot V_{\text{Eon\_off}}} \cdot F_{\text{com}} \qquad [2.46]$$

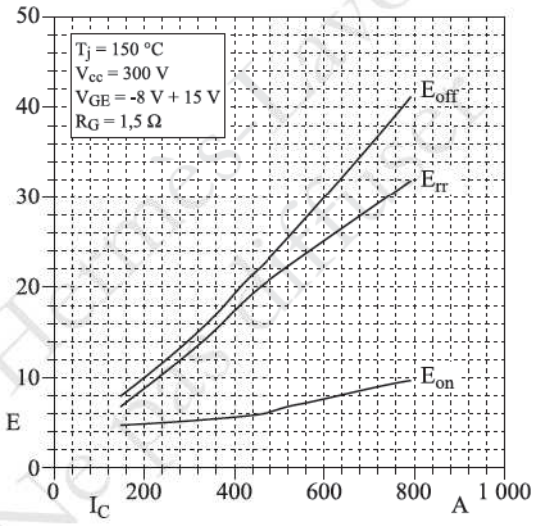


Figure 2.14. *Evolution des pertes dans les IGBT et les diodes en fonction du courant*

Les pertes par commutations dans les diodes sont dues au phénomène de recouvrement inverse et ne dépendent pas de la tension, à courant donné. Chaque extinction d'une diode s'accompagne de la dissipation d'une énergie E_{rr} adaptée à la valeur du courant dans la diode au moment de son extinction.

$$P_{\text{comD}} = \frac{E_{\text{rr}} \cdot I_{\text{max}}}{\pi \cdot I_{\text{Eon\_off}}} \cdot F_{\text{com}} \qquad [2.47]$$

© Hermès Lavoisier
Non destiné à la vente

2.6.2.3. *Pertes totales dans le convertisseur*

Les pertes totales par IGBT s'expriment simplement par l'équation suivante :

$$P_T = P_{condT} + P_{onT} + P_{offT} \quad [2.48]$$

De même, les pertes totales par diode s'expriment par l'équation suivante :

$$P_D = P_{condD} + P_{comD} \quad [2.49]$$

Finalement, on en déduit les pertes totales dans les semi-conducteurs de l'onduleur :

$$P_{ond} = 6 \cdot (P_D + P_T) \quad [2.50]$$

2.7. Elaboration d'un modèle analytique de transmission mécanique

Les transmissions mécaniques utilisées dans les entrainements électriques sont des dispositifs permettant de changer certaines caractéristiques d'un ou plusieurs mouvements. La première étape est de choisir le type de dispositif à engrenage à partir des contraintes fonctionnelles : réduction ou multiplication, transformation de mouvement de rotation en mouvement de translation (vis sans fin), changement de direction de l'axe de rotation (train sphérique), addition de puissance (train épicycloïdal). Ensuite, les engrenages sont essentiellement constitués de pièces mécaniques utilisant des dents. La forme et le matériau utilisés pour la réalisation des pièces dentées sont alors définis par des considérations liées à la résistance des matériaux, au bruit émis, au rendement de la transmission, à la tolérance sur le jeu, etc. Ensuite, le dimensionnement de ces dispositifs peut consister à utiliser des dispositifs existants dont les performances sont les plus proches des objectifs, mais il peut aussi être nécessaire de dimensionner à façon les engrenages, ce qui nécessite la détermination de paramètres géométriques : rayons, longueurs, géométrie des dents, etc. Ce sont précisément ces paramètres qui peuvent être modélisés et optimisés en fonction des contraintes mécaniques de la transmission : couple à transmettre et vitesse de rotation de chaque pièce dentée. Les équations à mettre en œuvre sont alors les équations de la mécanique du solide, mais il faut aussi tenir compte d'autres contraintes liées aux tailles de pignons normalisées et aux bonnes conditions d'engrènement qui visent à limiter les usures, la fatigue sur les dents et le bruit. Ces contraintes sont définies dans des ouvrages de référence et peuvent aisément être traduites sous la forme de contraintes dans un problème de dimensionnement optimal.

© Hermès Lavoisier

2.7.1. *Les différents champs physiques du modèle et les méthodes de résolution associées*

Les transmissions mécaniques sont constituées de plusieurs engrenages qui doivent être dimensionnés pour permettre d'optimiser la masse, l'encombrement et le rendement tout en respectant les contraintes dimensionnelles et de résistance des matériaux. Leur modélisation doit prendre en compte les études suivantes :

– géométrique : définition et relations entre les paramètres dimensionnels des roues dentées et autres pièces mécaniques ;

– cinématique : relations entre les vitesses des roues dentées, les couples auxquels elles sont soumises et leurs rayons. Cette étude permet également de déterminer les puissances transmises par chaque roue dentée ;

– résistance des matériaux : elle correspond aux équations issues de normes exprimant la pression de contact et la résistance à la flexion des dents. Ces grandeurs sont ensuite nécessaires pour contraindre les diamètres, les largeurs et les modules qui définissent la géométrie des roues dentées ;

– pertes de puissance : équations définissant les pertes dans les engrenages et permettant de déterminer le rendement du train complet. On peut principalement distinguer les pertes par brassage et ventilation d'une part et les pertes dans l'engrènement d'autre part.

2.7.2. *Application à l'exemple d'un véhicule hybride électrique lourd : modélisation du train Ravigneaux*

Le train Ravigneaux, conçu sur deux étages, permet de distribuer la puissance mécanique entre les roues du véhicule, le moteur thermique et les deux machines électriques. Il est composé d'une couronne, d'un porte-satellite, de deux satellites et de deux solaires référencés par des numéros pour faciliter la mise en équation des grandeurs associées à chacun de ces éléments. Le moteur thermique est relié au solaire 4, le moteur électrique à la couronne 5, la génératrice au solaire 1 et la sortie (connectée aux roues *via* la transmission mécanique) au porte-satellite 6, comme illustré figure 2.15. Il s'agit d'une représentation de principe simplifiée puisque la structure réelle comprend trois satellites 2 et trois satellites 3 répartis de manière symétrique sur la circonférence du train pour diviser les efforts. D'autre part, sa structure mécanique est techniquement plus complexe.

2.7.2.1. *Dimensions géométriques du train Ravigneaux*

Le train épicycloïdal est uniquement composé d'engrenages parallèles à denture droite qui peuvent être caractérisés dimensionnellement comme représenté sur la figure 2.16.

© Hermes-Lavoisier
Ne pas diffuser

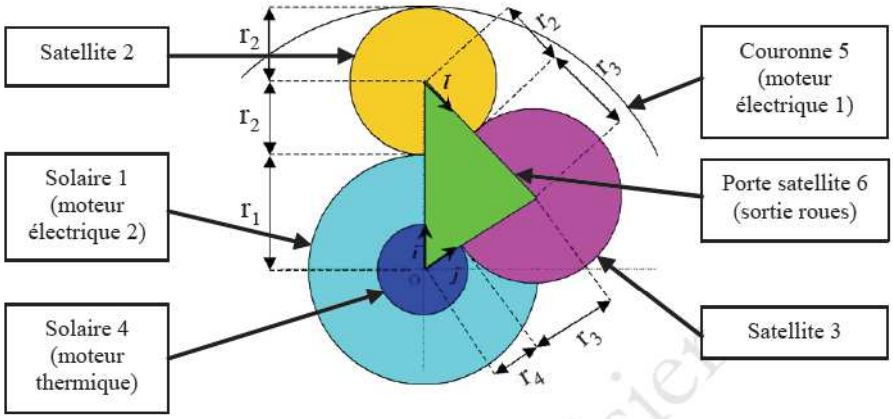


Figure 2.15. *Schéma de principe du train épicycloïdal*

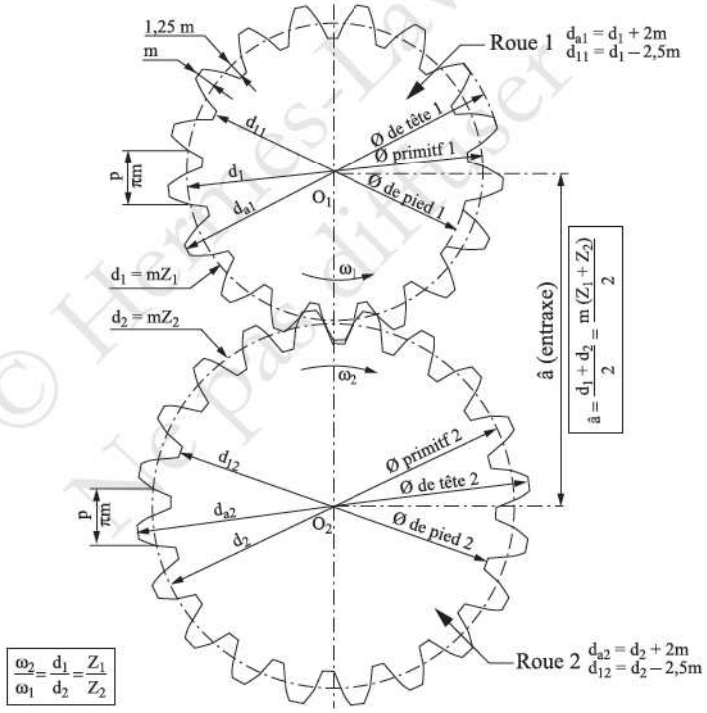


Figure 2.16. *Principales dimensions caractéristiques des engrenages droits (Source :[FAN 01])*

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

Désignations	Symboles	Formules
Module	m	Valeurs normalisées
Nombre de dents	Z	
Pas primitif	p	$p=\pi m$
Diamètre primitif	d	$d=mZ$
Diamètre de tête	d_a	$d_a=d+2m$
Diamètre de pied	d_f	$d_f=d-2{,}5m$
Diamètre de base	d_b	$d_b=d\cos\alpha$
Saillie	h_a	$h_a=m$
Creux	h_f	$h_f=1{,}25m$
Hauteur de dent	h	$h=2{,}25m$
Epaisseur de dent	s	$s_1=e_1=s_2=e_2=\pi m/2$
Intervalle	e	$s_1+e_1=s_2+e_2=p$
Largeur de denture	b	$b=km\ (5\leq k\leq 16)$
Entraxe	a	$a=(d_1+d_2)/2$
Angle de pression	α	$\alpha=20°$

Tableau 2.2. *Dimensions caractéristiques d'un engrenage à denture droite*

Le module m est défini comme le rapport, commun aux pignons et à la couronne, entre le diamètre primitif d et le nombre de dents Z. Dans notre cas, il est donc le même pour tous les engrenages de notre train épicycloïdal. C'est une constante normalisée dont les valeurs possibles sont issues de la norme ISO 54. Les équations relatives aux dimensions du train sont résumées dans le tableau 2.2. Lorsque les rayons seront utilisés dans les expressions, ils porteront la notation r et le même indice que le diamètre auquel ils correspondent.

2.7.2.2. *Relations cinématiques du train Ravigneaux*

La cinématique permet d'exprimer les relations entre les couples et les vitesses de rotation des composants du train Ravigneaux. Les équations peuvent être obtenues à partir de la cinématique analytique ou de la méthode de Willis.

Relations entre les vitesses de rotation et les rayons des engrenages :

$$n_1=\frac{n_6(r_1+r_4)-n_4r_4}{r_1} \qquad [2.51]$$

$$n_2=\frac{n_6(r_1+r_2)-n_1r_1}{r_2} \qquad [2.52]$$

© Hermès-Lavoisier Ne pas diffuser

$$n_3 = \frac{n_6(r_3 + r_4) - n_4 r_4}{r_3} \quad [2.53]$$

$$n_5 = \frac{2n_6(r_1 + r_2) - n_1 r_1}{r_1 + 2r_2} \quad [2.54]$$

Relations donnant les couples de sortie :

$$C_1 = \left(\frac{r_1}{2(r_1 + r_2)}\right)\left(\frac{r_1 - r_4 + 2r_2}{r_4} C_4 - C_6\right) \quad [2.55]$$

$$C_5 = r_5\left(\frac{-r_1 - r_4}{2(r_1 + r_2) r_4} C_4 - \frac{1}{2(r_1 + r_2)} C_6\right) \quad [2.56]$$

2.7.2.3. *Résistance des matériaux*

L'étude de résistance des matériaux est basée sur la norme ISO 6336 « calcul de la capacité de charge des engrenages cylindriques à dentures droites et hélicoïdales » qui définit les facteurs d'influence caractérisant les efforts de réaction réciproques entre engrenages [AFN 06]. Cette norme permet de déterminer la pression de contact et la résistance à la flexion en pied de dent qui vont nous permettre de définir une contrainte sur le choix des diamètres primitifs, des largeurs et du module des engrenages afin d'éviter tout risque de rupture du train. Les calculs correspondants sont déterminés à partir de l'expression de plusieurs dizaines de facteurs disponibles dans la norme. Cette partie du modèle constitue certainement l'une des plus gourmandes en temps de calcul.

2.7.2.4. *Pertes de puissance*

Les pertes de puissance dans les transmissions par engrenages ont plusieurs causes telles que l'état de surface ou le type de lubrifiant par exemple, et peuvent être déterminées par calculs ou par essais. On distingue plusieurs causes de dissipation d'énergie. Le frottement entre les dents et le procédé de lubrification en sont les principales. Ils ont une influence directe sur le rendement puisqu'ils génèrent des pertes de puissance. Actuellement il y a encore de nombreuses recherches dans ce domaine et diverses formules existent. Nous nous appuyons ici sur la théorie développée par G. Henriot [HEN 99] qui définit les pertes de puissance P_V comme la somme de la perte de puissance P_N ne dépendant pas de la charge, et de la perte de puissance P_L dépendant de la charge :

$$P_V = P_N + P_L \quad [2.57]$$

© Hermes Lavoisier
Ne pas diffuser

Le rendement du train se définit donc à partir de la puissance à l'entrée P_A de la manière suivante :

$$\eta = \frac{P_A - (P_L + P_N)}{P_A} \quad [2.58]$$

La puissance perdue P_L est assimilée aux pertes dans l'engrènement et P_N aux pertes par brassage et ventilation dans les engrenages. Leur modélisation est décrite de la manière suivante :

2.7.2.4.1. Pertes dans l'engrènement

Les pertes dans l'engrènement entre un pignon 1 et un pignon 2 s'expriment à partir des deux profils conjugués correspondant à la période d'approche et à la période de retraite. Les longueurs d'approche et de retraite correspondantes s'expriment à partir des propriétés géométriques des deux pignons (r_a : rayon de tête, r_b : rayon de base, r : rayon primitif et α : angle de pression) :

– longueur d'approche g_f :

$$g_f = \sqrt{\left(r_{a2}^2 - r_{b2}^2\right)} - r_2 \sin\alpha \quad [2.59]$$

– longueur de retraite g_a :

$$g_a = \sqrt{\left(r_{a1}^2 - r_{b1}^2\right)} - r_1 \sin\alpha \quad [2.60]$$

La composante tangentielle Q de la force de contact dépend du coefficient de frottement f et de l'effort normal du à la réaction de contact F_n :

$$Q = F_n \cdot f \quad [2.61]$$

Le coefficient de frottement f n'est pas uniforme et dépend d'un grand nombre de facteurs. Il augmente lorsque la charge augmente, diminue lorsque la vitesse de glissement augmente et diminue lorsque la viscosité de l'huile augmente (augmentation de l'épaisseur du film d'huile). Sa valeur est comprise entre 0,02 et 0,07. Dans notre cas, nous utilisons une valeur moyenne $f_m = 0,04$.

Le travail perdu par frottement depuis le début jusqu'à la fin de l'engrènement s'exprime en fonction de Q et du glissement total des profils conjugués G_a :

$$t_\mu = Q \cdot G_a = F_n \cdot f_m \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \frac{g_f^2 + g_a^2}{2\cos\alpha} \quad [2.62]$$

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

Le travail perdu par frottement pour un tour de roue complet est donc donné par :

$$\zeta_\mu = F_n \cdot f_m \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\frac{g_f^2+g_a^2}{2\cos\alpha}\cdot\frac{2\pi}{(g_f+g_a)/r_2\cos\alpha} \quad [2.63]$$

Soit :

$$\zeta_\mu = \pi \cdot r_2 \cdot F_n \cdot f_m \cdot \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\frac{g_f^2+g_a^2}{g_f+g_a} \quad [2.64]$$

Or, le travail fourni par le pignon moteur à la roue est :

$$\zeta_m = F_t \cdot 2\pi \cdot r_2 = F_n \cdot \cos\alpha \cdot 2\pi \cdot r_2 \quad [2.65]$$

Le rendement est donc donné par l'équation suivante :

$$\eta = \frac{\zeta_m - \zeta_\mu}{\zeta_m} = 1 - f_m \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\frac{g_f^2+g_a^2}{2(g_f+g_a)\cos\alpha} \quad [2.66]$$

Les pertes de puissance peuvent alors être exprimées en fonction du rendement η, du couple d'entrée T_1 et de la vitesse de rotation d'entrée n_1 :

$$P_M = T_1 \cdot n_1 \cdot (1-\eta) \quad [2.67]$$

Ces formules sont appliquées aux interfaces des pignons cités ci-dessous pour donner les pertes de puissance totales P_L dans l'engrènement :

- solaire 1 et satellite 2 ;
- solaire 3 et satellite 4 ;
- satellite 2 et couronne 5 ;
- satellite 2 et satellite 3.

2.7.2.4.2. Pertes par brassage et ventilation

Les engrenages tournent plus ou moins plongés dans un bain d'huile pour la lubrification. Le brassage de l'huile crée un échauffement qui donne lieu à des pertes mécaniques. Les pertes de puissance par ventilation représentent quant à elles la puissance perdue du fait de la traînée aérodynamique de la denture dans le mélange air-huile d'un carter de réducteur. Ces pertes par brassage et ventilation P_{WG} sont estimées par la formule suivante pour chaque roue ou pignon individuellement [HEN 99] :

© Hermès-Lavoisier Ne pas diffuser

$$P_{WG} = \frac{d_W^2 n^2 b_W \cos^3 \beta_W m_n 1,42 \times 10^{-11}}{A} \quad [2.68]$$

avec :

d_W : diamètre primitif de fonctionnement de la roue ;

n : vitesse de rotation en tr/min de la roue ;

b_W : largeur de denture ;

β_W : inclinaison primitive (dans notre cas $\beta_W = 0$) ;

m_n : module réel ;

A : fonction de la viscosité absolue ξ du lubrifiant à 95°C avec :

$$A \cong \frac{22440}{\xi} = 1,9 \cdot 10^6 s \cdot m / kg \quad [2.69]$$

où ξ dépend de la viscosité cinématique et de la masse volumique du fluide comme décrit dans [DAL 99].

La somme des pertes par brassage et ventilation donne les pertes totales par brassage et ventilation P_N.

2.7.2.5. *Masse du train Ravigneaux*

Les masses de chacun des pignons, de la couronne du train et des arbres de transmission sont calculées à partir de leurs paramètres géométriques et de la masse volumique de l'acier. Le calcul est présenté uniquement pour le solaire 1 à titre d'exemple, les autres calculs s'effectuant selon le même principe. Le solaire 1 relié à la machine électrique 2 est constitué d'une roue dentée avec un trou au centre pour l'arbre. On détermine tout d'abord le volume occupé par le pignon sans tenir compte des dents :

$$V_{cylindre1} = \pi \cdot \left(r_{f1}^2 - r_{arbre1}^2 \right) \cdot b_{12} \quad [2.70]$$

Le volume occupé par les dents considérées à part est calculé de la manière suivante :

$$V_{dents1} = \left[\left(\frac{(s_{a1} + s_{b1})(r_{a1} - r_{b1})}{2} \right) \cdot b_{12} + s_{b1} \cdot (r_{b1} - r_{f1}) \cdot b_{12} \right] \cdot z_1 \quad [2.71]$$

© Hermès-Lavoisier
Non diffusé

avec :

$$\begin{cases} s_{a1} = r_{a1}\left[\dfrac{s}{r_1} + 2\left(\left(\tan\alpha - \alpha\right) - \left(\tan\alpha_{a1} - \alpha_{a1}\right)\right)\right] \\ \alpha_{a1} = \arccos\left(\dfrac{r_1}{r_{a1}}\cos\alpha\right) \\ s_{b1} = r_{b1}\left[\dfrac{s}{r_1} + 2\left(\tan\alpha - \alpha\right)\right] \end{cases} \quad [2.72]$$

La masse de l'engrenage solaire 1 est ensuite déterminée à partir des deux expressions donnant les volumes :

$$m_{\text{solaire1}} = V_{\text{cylindre\_1}} \cdot \rho_{\text{acier}} + V_{\text{dents\_1}} \cdot \rho_{\text{acier}} \quad [2.73]$$

Le calcul de la masse totale du train est obtenu en faisant la somme des masses de chaque composant du train d'engrenages. On obtient alors :

$$\begin{aligned} m_{\text{train}} &= m_{\text{solaire1}} + 3 \cdot m_{\text{satellite2}} + 3 \cdot m_{\text{satellite3}} + m_{\text{solaire4}} \\ &+ m_{\text{couronne5}} + m_{\text{porte-satellite6}} + m_{\text{arbres}} \end{aligned} \quad [2.74]$$

2.7.2.6. *Encombrement du train Ravigneaux*

L'encombrement total du train d'engrenages est défini par celui de la couronne 5, puisqu'elle entoure l'ensemble du système. Il est donc donné par l'expression :

$$V_{\text{totale}} = \pi \cdot r_{\text{tot}}^2 \cdot b_5 \quad [2.75]$$

où :

r_{tot} : rayon extérieur de la couronne 5 ;

b_5 : largeur totale de la couronne 5.

2.8. Elaboration d'un modèle analytique de dispositif de stockage d'énergie

Les dispositifs de stockage d'énergie sont largement utilisés dans toutes les applications embarquées, mais également de plus en plus pour compenser les fluctuations de la puissance électrique produite par des générateurs exploitant les énergies renouvelables. Le dimensionnement de ces éléments de stockage passe

© Hermes-Lavoisier Ne pas diffuser

essentiellement par la recherche de l'adéquation des capacités énergétiques (énergie et puissance) du dispositif avec l'objectif recherché. Il est clair que dans la quasi-totalité des cas, le dimensionnement consiste à choisir le ou les composants qui conviennent le mieux et à en déterminer le nombre à associer. Dans ces conditions, les facteurs qui déterminent le dimensionnement et qui sont à définir sur un cycle de fonctionnement sont : l'énergie maximale à stocker, la tension maximale de fonctionnement, la puissance maximale de charge et/ou de décharge et le courant maximal de charge et/ou de décharge. Les modèles à mettre en œuvre sont donc des modèles électriques permettant de déterminer ces facteurs électriques et énergétiques sur cycle de fonctionnement.

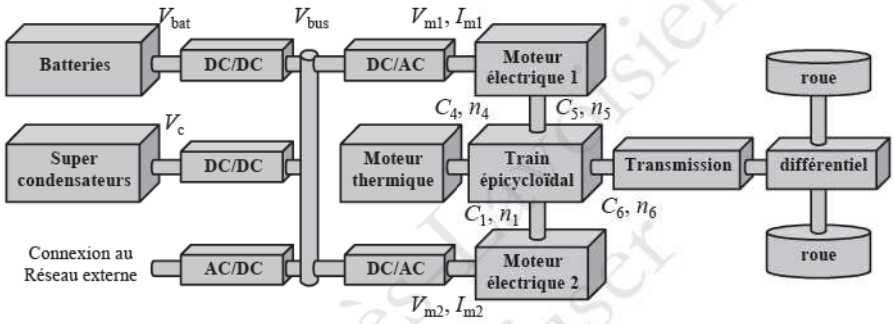


Figure 2.17. *Variables de liaison entre les composants*

2.9. Utilisation des modèles pour le dimensionnement optimal d'un système

2.9.1. *Introduction*

La stratégie d'optimisation globale est basée sur la conception simultanée de tous les composants de la chaîne de traction du véhicule. La figure 2.17 illustre les différentes variables aux interfaces de ces composants. On distingue :

– les composants imposés : ce sont les composants fixes, qui ne sont pas à dimensionner. C'est le cas du moteur thermique qui est choisi parmi les gammes de motorisation commercialisées et des roues du véhicule associées à la transmission qui ne sont pas modifiables. Les couples et vitesses de rotations des arbres de ces composants, (C_4, n_4) et (C_6, n_6) respectivement, sont des variables de liaison imposées par les éléments eux-mêmes ;

– les composants à optimiser : ce sont les composants qui ne sont pas prédéfinis. C'est le cas des batteries, des supercondensateurs, des deux machines électriques, de leurs convertisseurs associés et du train Ravigneaux. Les variables de liaison entre ces composants sont à définir en même temps que le dimensionnement des

© Hermès Lavoisier
Ne pas diffuser

composants et peuvent donc également être optimisées. C'est le cas des couples et des vitesses de rotation des arbres des deux machines électriques (C_5, n_5, C_1 et n_1), de leurs tensions et courants d'alimentation (V_{m1}, I_{m1}, V_{m2} et I_{m2}), de la tension du réseau continu V_{bus}, des tensions aux bornes des batteries V_{bat} et des super-condensateurs V_c.

Le dimensionnement optimal des composants qui ne sont pas prédéfinis s'effectue en exprimant pour chacun d'eux les équations du modèle exprimant une fonction objectif J_i définie à partir des grandeurs à optimiser : cette fonction objectif peut concerner l'encombrement, la masse, les pertes, les rendements, selon le choix du concepteur, et enfin les contraintes de conception.

Lorsque l'optimisation se fait individuellement, il est nécessaire de connaître les valeurs des variables de liaison qui définissent les entrées et les sorties du composant à optimiser. Ceci permet d'assurer la compatibilité entre les composants du système. L'ordre dans lequel les composants sont dimensionnés peut être important si le dimensionnement des premiers composants permet de disposer des variables d'entrée ou de sortie des suivants. Lorsque l'optimisation est globale, seules des contraintes sur les variables de liaison sont nécessaires. Les composants sont optimisés simultanément par minimisation d'une fonction coût J_{total} définie comme la somme des fonctions coût de chaque composant :

$$J_{total} = \sum J_i \qquad [2.76]$$

L'exemple d'application traité ici correspond à l'optimisation de plus de 50 paramètres constitués des grandeurs d'entrée des modèles des composants, et décrites de façon non exhaustive dans les équations de ce chapitre. Les contraintes s'appliquent à la fois aux paramètres d'entrée et à certaines grandeurs de sorties suivant les cas. Les fonctions coût, décrites dans les paragraphes suivants, doivent intégrer la prise en compte du profil d'utilisation prévisionnel du composant. En effet, l'évaluation des pertes dans une fonction coût par exemple, nécessite de choisir le ou les points de fonctionnement (profil de mission) auxquels elles seront calculées. La détermination des points de fonctionnement les plus représentatifs de l'utilisation du composant est alors nécessaire. Lorsque les profils d'utilisation sont assez complexes, plusieurs points de fonctionnement affectés de facteurs pondérant leur pourcentage d'apparition sont définis à partir d'une pré-étude statistique de profils d'utilisation théoriques du composant. Les points de fonctionnement et leur pondération correspondent alors à des valeurs barycentriques pondérées [DAG 11]. Cette démarche, décrite dans le paragraphe suivant, est appliquée à la prise en compte d'un profil de mission théorique simplifié du véhicule hybride. D'autres approches ont été spécifiquement présentées à ce sujet dans le chapitre précédent.

© Hermes Lavoisier
Tous droits réservés

Les modèles des composants ayant été décrits, l'optimisation d'un composant consiste d'abord à formuler le critère à optimiser, puis à définir les contraintes fixant les plages valides des paramètres variables, et enfin à initialiser tous les paramètres d'entrée à des valeurs suffisamment cohérentes pour permettre à l'algorithme de converger sans difficulté. Lorsque les critères utilisés présentent des minima locaux, il peut être intéressant voire indispensable dans certains cas de multiplier les processus d'optimisation en modifiant l'initialisation des paramètres de sorte à scruter leur domaine de validité. Cette méthode augmente les chances de convergence vers le minimum global, obtenu par comparaison des solutions, mais s'avère d'autant plus coûteuse en nombre d'optimisation et donc en temps de calcul, que le nombre de paramètres et la résolution de scrutation sont élevés. Certains algorithmes, tels que ceux présentés au chapitre 3 explorent l'ensemble de l'espace paramétrique afin de définir le minimum global ou/et les minima locaux. Une étude de sensibilité du critère minimisé aux variations de certains paramètres peut parfois s'avérer nécessaire. C'est le cas lorsque des paramètres sont sujets à des variations ou imprécisions autour de leur valeur théorique, lors de la réalisation du composant [DEP 96]. Cette étude peut conduire à discriminer un minimum global au profit d'un minimum local plus stable pour lequel les performances sont davantage assurées.

L'optimisation du critère est réalisée avec le logiciel CADES décrit au chapitre 5, utilisant un algorithme exploitant la matrice Jacobienne des dérivées partielles. Il est nécessaire de définir une valeur finale satisfaisante du critère, ainsi que la résolution à partir de laquelle la convergence peut être considérée comme atteinte. L'état des variables en fin de convergence définit alors le ou les composants optimaux. Lorsque des variables n'admettent que des valeurs discrètes pour solutions, une première optimisation est d'abord réalisée en les laissant entièrement libres et continument variables. L'optimisation est ensuite reprise après avoir fixé les variables discrètes à leur plus proche valeur autorisée. C'est le cas du nombre de paires de pôles magnétiques et du nombre de spires des bobinages du stator des moteurs électriques ou encore du module des pignons du train épicycloïdal.

Nous présentons dans la suite de ce paragraphe un exemple de dimensionnements séparés des composants se limitant au train Ravigneaux, aux deux moteurs électriques et aux deux onduleurs d'alimentation. Le train est dimensionné en premier afin de définir les valeurs de couple et de vitesse auxquelles seront soumis à leur tour les moteurs électriques pour permettre leur dimensionnement. Les onduleurs seront dimensionnés simultanément aux machines, leurs fonctionnements respectifs étant trop indissociables.

Nous présenterons enfin le dimensionnement simultané de ces mêmes composants en gardant les mêmes données d'entrée imposées par les roues et le pilotage, et le même niveau de contrainte. Les résultats permettront d'évaluer les avantages

quantitatifs alors obtenus, les variables de liaison entre les composants dimensionnés étant optimisées.

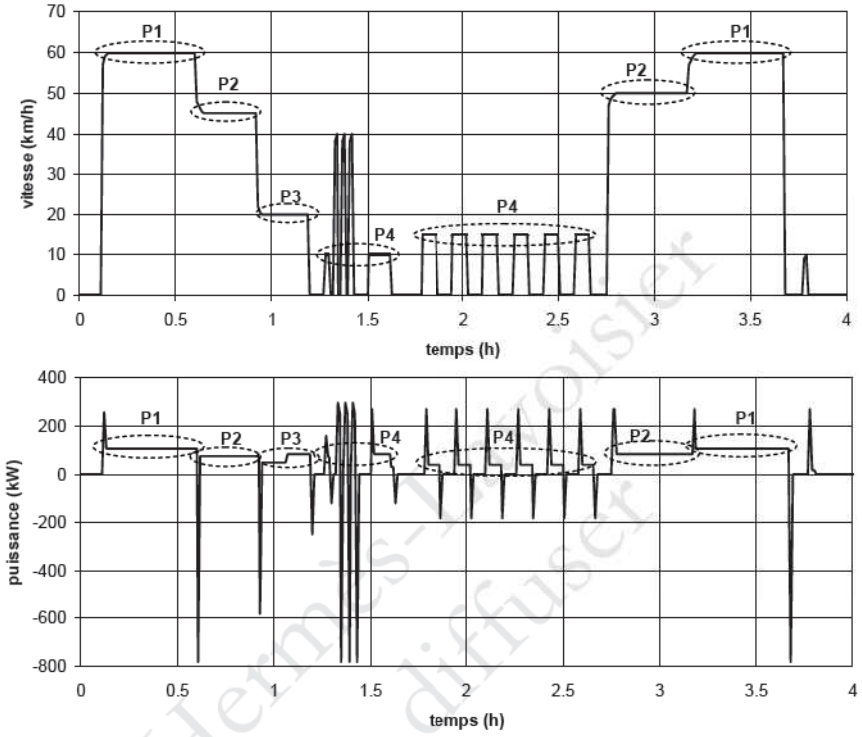


Figure 2.18. *Profil de mission d'un véhicule Nexter Systems – Vitesse et puissance aux roues en fonction du temps*

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

2.9.2. *Prise en compte des cycles de fonctionnement*

Afin d'optimiser les composants du système, les profils de mission du véhicule doivent être introduits. Ils permettent de minimiser des grandeurs qui dépendent du cycle global du système, comme par exemple l'énergie consommée et donc de rendre optimale la traction pour l'utilisation prévue. Cela peut se mettre en œuvre en privilégiant, lors de l'optimisation, les zones d'utilisation effectives des composants par rapport à celles qui apparaissent minoritairement. Nous allons dans notre cas introduire les profils de mission théoriques d'un véhicule militaire, fourni par la société Nexter Systems. La figure 2.18 décrit l'évolution en fonction du temps de la vitesse du véhicule et de la puissance transmise aux roues. Les caractéristiques de fonctionnement de chacun des composants de la traction peuvent être déduites de ces profils de mission en tenant compte de la stratégie de pilotage précisant quels

sont les chemins de puissance mis en jeu à chaque instant. Ainsi, il est possible de définir les profils de pilotage des principaux composants de la traction : les deux ensembles machine électrique/onduleur, l'ensemble batterie/hacheur, l'ensemble supercondensateurs/hacheur, le moteur thermique, le train Ravigneaux et les différents organes mécaniques de réduction. Ce sont ces profils de mission qui permettront de déterminer des points de fonctionnement caractéristiques pour chaque composant à concevoir par optimisation, ainsi que les proportions d'apparition de ces points, traduit en facteurs de pondération. La stratégie de pilotage n'ayant pas été définie par le concepteur, elle a été choisie arbitrairement dans cet exemple.

La forme du profil de mission théorique permet d'identifier quatre modes de fonctionnement qui représentent majoritairement l'état de fonctionnement du véhicule. Ces modes sont réduits à des points de fonctionnement notés *P1*, *P2*, *P3* et *P4*. Les régimes transitoires qui apparaissent de manière très brève mettent en jeu une quantité d'énergie qui peut être négligée dans le bilan énergétique global de la mission. Par contre, ils sont pris en compte lors de l'optimisation, sous forme de contraintes de dimensionnement (vitesse et couple maximum des machines électriques par exemple). Cette phase de réduction du profil de mission en quelques points caractéristiques peut se faire avec différents niveaux de précision. Cependant, la réduction du nombre de points de fonctionnement retenus permet de minimiser le temps de calcul de l'algorithme de minimisation.

A ce stade, les proportions d'apparition de chaque point de fonctionnement sont calculées. Chaque proportion de temps attribuée au même point de fonctionnement définit le coefficient de pondération des critères liés au point de fonctionnement considéré. Ces coefficients de pondération k_1, k_2, k_3 et k_4 sont constants et sont appliqués à toutes les fonctions coût qui dépendent du profil de mission considéré. Ils décrivent le rapport de la durée de chaque point de fonctionnement par rapport au temps global du cycle, soit le pourcentage d'apparition de chaque mode défini par la loi de pilotage. La somme des quatre coefficients est donc égale à 1. Leurs valeurs, obtenues pour le profil considéré sont :

$$\begin{cases} k_1 = 0.3757 \\ k_2 = 0.2652 \\ k_3 = 0.0939 \\ k_4 = 0.2652 \end{cases} \qquad [2.77]$$

Les caractéristiques de la transmission mécanique qui comporte des réducteurs et un coupleur hydraulique permettent de reporter au niveau de l'arbre du porte satellite 6 du train Ravigneaux les grandeurs appliquées aux roues et données par le profil de mission. Le tableau 2.3 résume ces grandeurs qui seront utilisées comme

données d'entrée pour le calcul des fonctions coût liées au profil de mission, en négligeant les pertes de la transmission.

Les modes de pilotage du véhicule pour les quatre points de fonctionnement du profil simplifié permettent de déterminer les flux énergétiques et donc les points de fonctionnement correspondants de chacun des composants de la traction. Ils sont listés dans le tableau 2.4 pour les quatre points de fonctionnement retenus dans le profil de mission simplifié.

Lorsque l'utilisation du moteur thermique est nécessaire, sa puissance est maintenue constante pour assurer un fonctionnement au point de rendement optimal donné par sa cartographie. La répartition de la puissance électrique entre les deux moteurs électriques n'est pas définie et reste donc libre lors de l'optimisation du train Ravigneaux. La répartition des puissances entre les roues, le moteur thermique et les deux machines électriques permettra d'exprimer les couples et les vitesses de ces quatre éléments *via* le modèle cinématique du train Ravigneaux.

Point de fonctionnement	Vitesse moyenne du véhicule	Puissance aux roues	Vitesse porte satellite 6 (roues)	Couple porte satellite 6 (roues)
P1	60 km/h	106608 W	-71,12 rad/s	1499 N.m
P2	47,5 km/h	78737 W	-56,30 rad/s	1398 N.m
P3	20 km/h	63122 W	-52,68 rad/s	1198 N.m
P4	13,2 km/h	26605 W	-75,10 rad/s	354 N.m

Tableau 2.3. *Points de fonctionnement des composants*

Point de fonctionnement (mode)	Puissance Porte satellite 6 (roues)	Puissance moteur thermique	Puissance moteurs électriques
P1 (hybride)	106608 W	90000 W	16608 W
P2 (thermique + charge)	78737 W	90000 W	-11264 W
P3 (thermique + charge)	63122 W	90000 W	-26878 W
P4 (tout électrique)	26605 W	0 W	26605 W

Tableau 2.4. *Modes de pilotage et répartition de puissance*

2.9.3. Optimisation des composants indépendamment

L'optimisation est limitée dans cette étude au train Ravigneaux et aux deux ensembles convertisseur de puissance moteur électrique.

© Hermès - Lavoisier
Ne pas diffuser

2.9.3.1. *Synthèse des critères*

Nous choisissons de minimiser la masse et les pertes des composants, ces dernières étant liées au profil de mission. Les critères qui dépendent du point de fonctionnement du composant considéré sont calculés aux différents points de fonctionnement du profil de mission simplifié en appliquant les coefficients de pondération correspondants. Les autres critères qui sont indépendants des profils de mission ne sont pas affectés par ces coefficients. Ensuite, les fonctions coût de chaque composant sont construites en sommant les différents critères à minimiser, affectés des coefficients de normalisation des grandeurs d'unités différentes.

Le critère définissant les pertes dans le train Ravigneaux et les deux ensembles moteur-onduleur s'expriment donc en fonction de leurs expressions respectives des pertes de puissance définies lors de la modélisation, prises aux points de fonctionnement P_i et pondérées par les coefficients k_i caractérisant le profil de mission :

$$\begin{cases} P_{\text{train}} = \sum_{i=1}^{4} k_i \cdot P_V(P_i) \\ P_{\text{motond1}} = \sum_{i=1}^{4} k_i \cdot (P_{\text{ond1}}(P_i) + P_{\text{mot1}}(P_i)) \\ P_{\text{motond2}} = \sum_{i=1}^{4} k_i \cdot (P_{\text{ond2}}(P_i) + P_{\text{mot2}}(P_i)) \end{cases} \quad [2.78]$$

Nous pouvons alors exprimer les fonctions coûts associées à chacun des éléments considérés, prenant en compte leur masse et leurs pertes de puissance :

$$\begin{cases} J_{\text{train}} = F_1 \cdot M_{\text{train}} + F_2 \cdot P_{\text{train}} \\ J_{\text{motond1}} = F_1 \cdot M_{\text{mot1}} + F_2 \cdot P_{\text{motond1}} \\ J_{\text{motond2}} = F_1 \cdot M_{\text{mot2}} + F_2 \cdot P_{\text{motond2}} \end{cases} \quad [2.79]$$

L'utilisation des coefficients de pondérations F_1 et F_2 permet de normaliser ces fonctions qui possèdent des unités différentes afin que leur contribution s'équilibre dans la fonction coût globale. Cette normalisation *a priori* des critères fait l'objet de discussions au chapitre suivant, où d'autres méthodes multicritères ne nécessitant pas cette normalisation (définition de frontières de Pareto) sont présentées. La détermination de ces coefficients est donc réalisée à partir d'une évaluation *a priori* des différentes fonctions coûts afin de déterminer leur ordre de grandeur. Ces valeurs peuvent être affinées au cours d'un processus itératif pour compenser les éventuelles erreurs d'évaluation par rapport aux résultats d'optimisation ou pour

© Hermès-Lavoisier
Ne pas diffuser

favoriser la minimisation d'une fonction coût par rapport à une autre. En particulier ici, il sera possible de privilégier la minimisation de la masse ou des pertes en adaptant les coefficients de pondération F_1 et F_2. A noter que si l'optimisation est refaite plusieurs fois avec différents ratios de pondération entre les critères, il est possible de retrouver un ensemble de solutions proches de la frontière de Pareto, correspondant à l'ensemble des meilleurs compromis au sens des fonctions objectifs.

2.9.3.2. *Formulation des contraintes*

Les contraintes structurelles doivent être formulées pour chaque composant. Elles consistent à définir les limites valides des paramètres géométriques. Elles sont définies à partir de contraintes de réalisation, technologiques ou d'intégration et peuvent se révéler fastidieuses lorsque le nombre de paramètres est très important.

Il faut ajouter les contraintes liées à la résistance des matériaux, intégrant toujours des marges importantes pour assurer la sécurité du système. Elles sont souvent liées à la durée de vie des composants. En particulier, elles se traduisent par la limitation des vitesses périphériques des aimants des machines électriques, des couples et vitesses sur tous les arbres mécaniques, ainsi que de la pression de contact et de flexion des dents des pignons. Les limites de vitesse et de couple acceptées sur les pignons d'entrée (solaire 4 : moteur thermique et porte satellite 6 : roues) sont les suivantes :

$$\begin{cases} 0tr \cdot mn^{-1} < n_4 < 2200tr \cdot mn^{-1} \\ 0N \cdot m < C_4 < 2600N \cdot m \\ -2300tr \cdot mn^{-1} < n_6 < 0tr \cdot mn^{-1} \\ 0N \cdot m < C_6 < 6000N \cdot m \end{cases} \quad [2.80]$$

Ces valeurs permettent de déduire les limites de vitesse et de couple caractérisant les autres pignons du train. Les vitesses des machines électriques sont limitées à *4500 tr.min*$^{-1}$ conformément au cahier des charges.

Enfin, les contraintes fonctionnelles correspondent aux limites liées aux restrictions d'utilisation des composants. Par exemple, la vitesse de rotation et le couple fourni par le moteur thermique peuvent varier dans une zone limitée au fonctionnement à rendement optimal. Il en résulte donc une contrainte sur les grandeurs associées au solaire 4 du train pour les points de fonctionnement utilisant le moteur thermique :

$$\begin{cases} 500N.m \le C_4 \le 1000N.m \\ 1000tr.mn \le n_4 \le 2000tr.mn \end{cases} \quad [2.81]$$

© Hermès - Lavoisier
Le pas diffusé

Ces contraintes permettent également, entre autre, de formuler des règles de répartition de puissances entre certains composants. Les puissances transmises par les pignons 1 et 5 sont limitées à 70kW, limite de puissance des moteurs électriques définie par le cahier des charges. Les pointes de puissance et de couple relevées sur le profil de mission permettent de définir les conditions d'utilisation les plus sévères des composants. Elles doivent être exprimées lors du processus d'optimisation afin de certifier le respect des contraintes sur tout le profil d'utilisation du composant.

2.9.3.3. *Résultats d'optimisation*

Le train Ravigneaux est dimensionné en premier. Le train optimal obtenu permet de connaître les rapports entre les couples et entre les vitesses des différents pignons. Les valeurs des vitesses et des couples des deux machines électriques aux quatre points de fonctionnement caractérisant le profil de mission peuvent alors être déterminées. Ces valeurs doivent être connues pour permettre ensuite de procéder aux calculs des critères lors de l'optimisation des deux ensembles machine électrique onduleur. Les contraintes sur les limites maximales des vitesses des machines électriques permettront à l'algorithme de définir le rapport des réducteurs par lesquels elles seront couplées aux pignons 1 et 5. Le tableau 2.5 résume les principales caractéristiques des composants optimisés indépendamment.

	Train	**Moteur/onduleur1**	**Moteur/onduleur2**	**Total**
Masse (kg)	18.9	158.2	60.9	238.0
Volume (l)	4.7	37.6	14.9	57.2
Pertes (W)	397	1633.6	573.4	2604.0
Critères	1551	9594.8	3584.3	14730.1

Tableau 2.5. *Résultats d'optimisation indépendante des composants*

2.9.4. *Optimisation des composants simultanément*

Dans cette partie, les modèles du train Ravigneaux et des deux ensembles moteur électrique onduleur sont associés dans un unique processus d'optimisation. Ainsi, contrairement aux différentes optimisations locales, les variables d'entrée des moteurs ne sont plus imposées mais deviennent liées aux variables de sorties d'autres composants. Pendant le processus d'optimisation, le couple et la vitesse des arbres des moteurs électriques aux quatre points de fonctionnement représentatifs du profil de mission ne sont pas prédéfinis comme précédemment lors de l'optimisation indépendante des composants, mais évoluent au fur et à mesure de la convergence de l'algorithme, puisqu'ils dépendent de la géométrie du train Ravigneaux qui est lui-même en cours d'optimisation. Ceci est valable pour tous les composants qui partagent des variables.

© Hermès - Lavoisier
Ne pas diffuser

La fonction d'optimisation globale J_{total} est obtenue en combinant simplement les fonctions coûts des différents éléments. Elle s'exprime donc de la manière suivante :

$$J_{total} = J_{train} + J_{motond1} + J_{motond2} \quad [2.82]$$

Les contraintes sur les paramètres des composants restent inchangées. L'initialisation des paramètres d'entrée est réalisée en utilisant les résultats obtenus à l'issue de l'optimisation indépendante des composants. Ainsi, l'algorithme part de la solution de référence constituée par l'optimisation indépendante des composants et ajuste les variables de liaisons pour agir favorablement sur le critère à optimiser.

Le tableau 2.6 regroupe les résultats issus de l'optimisation globale. Les différents résultats associés aux composants pris individuellement ou globalement sont donnés afin d'analyser comparativement les variantes inhérentes à l'utilisation de la stratégie d'optimisation globale.

Lors de l'optimisation indépendante des composants, la répartition de la puissance entre le moteur thermique et les deux moteurs électriques permettant de satisfaire à la demande au niveau des roues (profil de mission) est déjà définie après la conception du train Ravigneaux. Le calcul des paramètres du train Ravigneaux ne peut donc pas tenir compte de l'impact des choix de la répartition de la puissance, sur la masse et les pertes relatives aux autres composants.

Par contre, l'optimisation simultanée des composants permet d'intégrer dans le calcul des paramètres de chacun des composants, l'influence qu'ils auront sur les critères minimisés globalement. Dans l'exemple présenté ici, elle permet un gain sur le critère global qui intègre la masse et les pertes globales des composants. La réduction de la masse et des pertes de puissance sont respectivement d'environ 2,5 % et 4,5 %.

	Train	**Moteur/onduleur1**	**Moteur/onduleur2**	**Total**
Masse (kg)	19.8	184.6	27.5	231.9
Volume (l)	5.1	43.2	7.5	55.8
Pertes (kW)	389.5	1589.2	509.4	2488.1
Critère	1571.6	10561.5	2120.2	14253.3

Tableau 2.6. *Résultats d'optimisation simultanée des composants*

Lors de l'optimisation indépendante des composants, les données d'entrée des modèles des ensembles onduleur machine électrique étaient parfaitement connues, et calculées à partir du modèle du train Ravigneaux, ce qui a permis un dimensionnement cohérent, même s'il n'est pas globalement optimal. Les gains obtenus par l'optimisation simultanée des composants ne sont donc pas considérables.

© Hermes Lavoisier
Ne pas diffuser

Cependant, elle permettrait d'améliorer de façon beaucoup plus prononcée les performances désirées lorsque la conception est effectuée par des concepteurs différents qui ne possèdent pas toutes les données d'entrée. De plus, le gain obtenu par une approche de conception simultanée, par rapport à une approche multi boucles d'optimisation dépend éminemment du niveau de couplage entre les sous systèmes traités ensemble ou séparément. Le choix d'une approche découplée ou simultanée fait donc l'objet d'un compromis délicat soumis au concepteur qui déterminera ses choix en fonction de considérations liées à la sensibilité des critères aux variables de couplage entre sous systèmes mais aussi en fonction des répercussions sur les temps de traitement, selon la complexité du problème de conception à traiter. La question du traitement multi boucles d'optimisation, qualifiées d'« approche multi-niveaux pour la conception optimale des systèmes électromécaniques » fait l'objet du chapitre 4 de ce volume.

2.10. Conclusion

La synthèse de systèmes complexes nécessite à la fois l'élaboration de modèles de simulation et de stratégies permettant l'inversion du modèle de simulation pour en faire un modèle de dimensionnement. Il est maintenant admis que, dans le domaine des systèmes d'énergie électrique, l'optimisation permet cette inversion de modèle de façon avantageuse, car elle permet non seulement de déterminer des solutions faisables à des cahiers des charges de plus en plus contraints, mais elle permet également de trouver les meilleures solutions vis-à-vis de critères variés qui peuvent être techniques, économiques ou encore environnementaux.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'élaboration de modèles de simulation en nous focalisant sur les modèles analytiques qui ont l'avantage de conduire à des temps de calcul limités et de modéliser de façon efficace les différentes interactions et couplages qui existent entre les composants d'un système. Ainsi, en nous appuyant sur l'exemple concret d'une chaine de traction hybride pour véhicule lourd, nous avons passé en revue les différentes modélisations possibles pour les machines électriques, les convertisseurs statiques et les transmissions mécaniques ; nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux aspects énergétiques (pertes, rendement, etc.) en présentant des approches simples à mettre en œuvre, dans un contexte industriel par exemple.

Le caractère opérationnel des modèles dans le cadre d'un processus de dimensionnement par optimisation a ensuite été démontré en traitant l'exemple du dimensionnement de la chaine de traction hybride incluant deux machines électriques à aimants permanents, deux onduleurs pour l'alimentation des machines et un train planétaire du type Ravigneaux. L'optimisation simultanée des composants du dispositif complet a été comparée à l'optimisation séparée des deux entrainements

© Hermès Lavoisier
Non-free diffusion

électriques et du train Ravigneaux, montrant par la même occasion l'intérêt des approches de conception globale.

Les perspectives logiques à ces travaux concernent l'intégration du stockage dans l'optimisation de la chaine de traction hybride. Cela permettrait à la fois de se rapprocher un peu plus du dimensionnement global de la chaine de puissance complète, mais aussi de mettre en place des formalismes de modélisation analytiques de tels dispositifs. Enfin, cela ouvrirait la porte vers le dimensionnement par optimisation de nombreux autres systèmes d'énergie électrique : chaine de production d'énergie électrique à base d'énergie renouvelable, cogénération de plusieurs énergies (thermique et électriques par exemple).

2.11. Bibliographie

[AFN 06] AFNOR 2006, Calcul de la capacité de charge des engrenages cylindriques à dentures droite et hélicoïdale, Norme ISO 6336.

[AUB 11] Aubry J., Optimisation du dimensionnement d'une chaîne de conversion électrique directe incluant un système de lissage de production par supercondensateurs. Application au houlogénérateur SEAREV, Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan, 2011.

[DAG 11] Daguse B., Dessante P., Vidal P., Vannier J.-C., Thomas J.-L., « Approche inverse sur la détermination des paramètres électromagnétiques optimaux d'une MSAP appliquée à un véhicule électrique », *EF2011*, Belfort, décembre 2011.

[DAL 99] Dallemagne G., « Fluides hydrauliques – Facteurs d'influence », *Techniques de l'Ingénieur*, BM6012, janvier 1999.

[DEP 95] Depernet D., Goeldel D., « Development of a Simulation Software for Losses Analysis in Three Level PWM Inverters », *Systems Analysis Modelling Simulation*, vol. 18-19, p. 787-790, 1995.

[DEP 96] Depernet D., Deloizy M., Goeldel C., « Optimised PWM waveforms used in a vector control of an induction motor driven by a voltage source inverter », *E.P.E. Chapter Symposium on Electric Drive Design and Applications*, Nancy, 5-7 juin 1996.

[DUB 09] Dubas F., Espanet C., « Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking Into Account Slotting Effect : No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, n° 5, p. 2097-2109, mai 2009.

[ESP 99] Espanet C., Modélisation et conception optimale de moteurs sans balais à structure inversee – Application au moteur-roue, Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

[FAN 01] Fanchon J.-L., *Guide des Sciences et Technologies Industrielles,* Nathan/VUEF, AFNOR, 2001.

© Hermès Lavoisier
Ne pas diffuser

[GUI 10] GUILLERMIN C., Vieillissement électrique et thermique d'un composite résine époxyde-silice : étude des charges d'espace et de la conduction, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble I, 2010.

[HEN 99] HENRIOT G., *Engrenages : Conception, fabrication, mise en œuvre*, 7e édition, Dunod, Paris, 1999.

[JUF 95] JUFER M., *Electromécanique*, Traité d'électricité de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Volume IX, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1993.

[KON 93] KONE A.D., Contribution à la conception des actionneurs électriques par formulation en terme d'optimisation, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 1993.

[SLE 92] SLEMON G.R., LIU X., « Modeling and design optimization of permanent magnet motors », *Electric Machines and Power Systems*, vol. 20, n° 2, p. 71-92, mars/avril 1992.

[WUR 96] WURTZ F., Une nouvelle approche pour la conception sous contraintes de machines électriques, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 1996.

[ZHU 93] ZHU Z. Q., HOWE D., BOLTE E., ACKERMANN B., « Instantaneous Magnetic Field Distribution in brushless Permanent Magnet dc Motors, Part I : Open-Circuit Field », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, n° 1, p. 124-142, janvier 1993.

© Hermès Lavoisier
Ne pas diffuser