

IDENTIFIABILITÉ DES PARAMÈTRES D'UNE LOI ÉLASTOPLASTIQUE ENDOMMAGEABLE D'UNE TÔLE MINCE : INDENTATION VERSUS FORMAGE INCREMENTAL

F. Richard^{1,2}, R. Ben Hmida², S. Thibaud^{3,2}

1. Université de Franche-Comté, 25000 Besançon, France

2. DMA, Institut FEMTO-ST, UMR CNRS 6174, Besançon, France

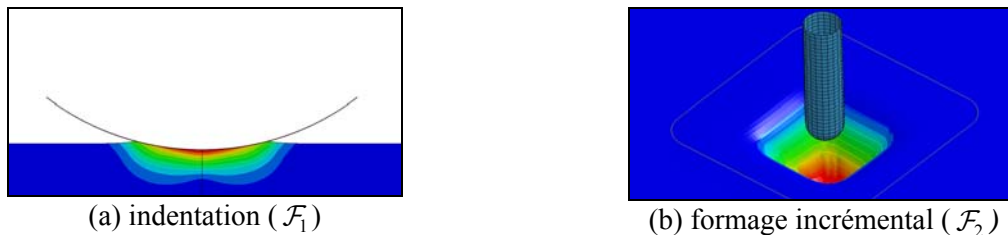
3. ENSMM, 25000 Besançon, France

Mots Clés

Identifiabilité, loi de comportement, tôle mince, indentation, formage incrémental, méthode inverse, plasticité, endommagement

INTRODUCTION

L'identifiabilité des paramètres θ d'un modèle d'expérience \mathcal{F} caractérise l'aptitude des mesures effectuées lors de l'expérience $\mathbf{y} = \mathcal{F}(\theta)$ à estimer précisément les valeurs des paramètres, c'est-à-dire à bien poser le problème inverse $\theta = \mathcal{F}^{-1}(\mathbf{y})$. Dans cette étude, les seuls paramètres d'intérêt sont les 9 paramètres d'une loi de comportement élastoplastique endommageable de type Lemaître. L'objectif est de quantifier l'identifiabilité paramétrique de deux modèles (notés \mathcal{F}_1 et \mathcal{F}_2 , voir Fig.1) basés sur deux techniques développées à l'échelle submillimétrique : l'indentation sphérique et le formage incrémental monopoint.



*Figure 1 : Illustration des modèles éléments finis utilisés,
épaisseur de tôle : 210 μm , rayon d'indenteur et d'outil : 1 mm .*

L'analyse d'identifiabilité est menée pour des valeurs $\hat{\theta}$ estimées par méthode inverse dans une étude précédente [1] à l'aide d'une expérience réelle instrumentée de microformage incrémental sur une tôle mince (épaisseur 210 μm) en alliage de cuivre. Les conclusions de cette analyse locale ne sont donc valables que pour un matériau exhibant un comportement similaire.

Le degré d'identifiabilité $\mathcal{J}(\hat{\theta})$ proposé est basé sur le conditionnement du hessien adimensionnalisé de la norme euclidienne des mesures $\mathbf{y}(\theta)$ en $\hat{\theta}$. Pour les deux expériences, cet indicateur permet de quantifier l'identifiabilité de tous les sous-ensembles de paramètres et rend possible une comparaison des potentialités des deux expériences en terme d'identification par méthode inverse des paramètres gouvernant n'importe quel phénomène et couplage (élasticité, plasticité, endommagement, ...).

MODÈLES PARAMÉTRÉS DES EXPÉRIENCES

La microindentation sphérique est une technique qui consiste à enfoncer localement un indenteur sphérique sur un échantillon plan du matériau à tester à l'échelle submillimétrique. L'expérience \mathcal{F}_1 consiste à mesurer continuellement au cours du temps la force P (réponse) nécessaire à la pénétration h (solicitation) de l'indenteur : $\mathbf{y}_1 = \langle P, h \rangle$. Le modèle paramétré de cette expérience est un modèle éléments finis 2D axisymétrique dérivant d'études précédentes [2]. Il est communément

admis que cette expérience permet difficilement d'estimer précisément les paramètres d'une loi élastoplastique même très simple [3].

Le microformage incrémental monopoint est un procédé de mise en forme de tôle mince basé sur un écoulement local de la matière à l'aide d'un outil sphérique de petite taille devant les dimensions de la tôle. L'expérience \mathcal{F}_2 consiste à mesurer continuellement au cours du temps la force P (réponse) nécessaire au déplacement (solicitation) de l'outil sphérique selon les 3 axes (enfoncement h et mouvements dans le plan de la tôle u_x et u_y) : $\mathbf{y}_2 = \langle P, h, u_x, u_y \rangle$. Le modèle paramétré de cette expérience est un modèle éléments finis 3D développé et validé dans une étude précédente [4]. Cette expérience génère des trajets de déformation très complexes pouvant fournir à travers la mesure de la force des informations permettant de bien poser le problème inverse.

Pour les deux expériences, la sollicitation est en déplacement (indentateur et outil) et la réponse en force. L'effet de la profondeur de pénétration h sur l'identifiabilité est analysé ainsi que l'effet de deux stratégies de trajectoire d'outil permettant de générer la même forme (une pyramide à base carrée 6x6x4mm).

METHODE DE CALCUL DU DEGRÉ D'IDENTIFIABILITÉ

Le degré d'identifiabilité $\mathcal{J}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \log_{10}(\lambda_{\max}/\lambda_{\min})$ proposé quantifie le conditionnement du problème $\boldsymbol{\theta} = \mathcal{F}^{-1}(\mathbf{y})$ en $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ à travers le logarithme décimal du rapport entre la plus grande valeur propre (λ_{\max}) et la plus petite (λ_{\min}) d'une estimation du hessien \mathbf{H} obtenue par différences finies à l'aide d'un logiciel permettant de piloter les modèles paramétrés (<http://mic2m.univ-fcomte.fr>) :

$$\overline{H}_{ij}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{\hat{\theta}_i \hat{\theta}_j}{P_{\max}} \sum_{k=1}^M \left[\frac{\partial P_k(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \bigg|_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \frac{\partial P_k(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \bigg|_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} \right] \quad i, j = 1, \dots, n \text{ (nombre de paramètres considérés)}$$

M est le nombre de mesures et P_{\max} la valeur maximale de la force mesurée dans la fenêtre d'observation.

RESULTATS

Les résultats de l'analyse de l'expérience d'indentation permettent de retrouver et surtout de quantifier quelques problèmes bien connus dans la littérature comme la très faible identifiabilité des paramètres gouvernant les phénomènes élastoplastiques. Les résultats de l'analyse de l'expérience de formage incrémental valident et quantifient la grande richesse des mesures : tous les paramètres sont identifiables.

Le calcul de l'évolution de l'identifiabilité au cours de l'expérience pour des sous-ensembles particuliers de paramètres permet de cibler les fenêtres temporelles permettant leur estimation par méthode inverse. Ce type d'analyse ouvre la voie à une optimisation de la stratégie d'indentation et de formage pour l'identification de phénomènes plus complexes à des échelles plus fines ainsi qu'à une relecture des difficultés d'identification paramétrique à l'aide de la courbe d'indentation (P, h).

Références

- [1] F. Richard, S. Thibaud, R. Ben Hmida, C. Radu "Ductile damage material parameters identification by instrumented micro-single point incremental forming process in micro length scale", *Mechanics of Materials*, in Review.
- [2] F. Richard, M. Villars, and S. Thibaud (2013) "Viscoelastic modeling and quantitative experimental characterization of normal and osteoarthritic human articular cartilage using indentation", *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, **24**, pp. 41–52.
- [3] L. Liu, N. Ogasawara, N. Chiba, and X. Chen (2009) "Can indentation technique measure unique elastoplastic properties?", *J. Mater. Res.*, **24**(3), pp. 784–800.
- [4] S. Thibaud, R. Ben Hmida, F. Richard, and P. Malécot (2012) "A fully parametric toolbox for the simulation of single point incremental sheet forming process: Numerical feasibility and experimental validation", *Simul. Model. Pract. Theory*, **29**, pp. 32–43.