

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Analyse de la directivité d'antennes acoustiques

Joseph Lardiès ; Hua Ma ; Marc Berthillier

Université de Franche-Comté, Institut FEMTO-ST, DMA, UMR CNRS 6174
24 rue de l'Épitahe, 25000 Besançon, joseph.lardies@univ-fcomte.fr

Une antenne acoustique est formée de capteurs séparément accessibles, c'est à dire dont les sorties individuelles sont physiquement disponibles. On peut alors modéliser son diagramme de directivité en jouant sur la distribution en amplitude et en phase de ses éléments grâce à des coefficients de pondération. On obtient alors des antennes conventionnelles ou des antennes à formation de voies. Dans un premier temps on établit les différentes pondérations agissant sur les capteurs d'une antenne acoustique linéaire telles que la pondération uniforme, la pondération de Tchebychev, la pondération binomiale, la pondération de Schelkunoff et la pondération obtenue par optimisation du facteur de directivité sous contraintes. Les diagrammes de directivité de telles antennes sont alors établis. Dans un deuxième temps on montre que de telles antennes conventionnelles pondérées, même si elles sont à directivité optimale, sont inutilisables pour localiser plusieurs sources de bruit : leur pouvoir de résolution est trop faible. Deux approches, basées sur la minimisation de la variance des sorties des capteurs, sont proposées et conduisent à des antennes adaptatives dont les performances sont supérieures à celles des antennes conventionnelles pondérées. Des exemples sont présentés montrant la robustesse des antennes adaptatives lors de la localisation de sources de bruit.

1 Introduction

Les propos qui suivent sont applicables, en principe, à toutes les antennes de réception, et même aux antennes d'émission dans la première partie de la communication, qui sont formées de capteurs séparément accessibles, c'est-à-dire dont les sorties individuelles sont disponibles. Les avantages des groupements par rapport à un seul capteur sont multiples. Tout d'abord ils sont plus sensibles puisque plusieurs éléments produiront plus de tension en sortie qu'un seul capteur soumis au même champ sonore. Ensuite, les groupements possèdent des propriétés directionnelles qui peuvent leur permettre de distinguer des sons provenant de directions différentes. Enfin ils ont un rapport signal sur bruit amélioré car ils sont plus sensibles qu'au bruit isotrope ambiant. Une antenne acoustique est formée de capteurs (ou de senseurs) dont les sorties peuvent être assemblées et traitées de plusieurs manières pour obtenir des effets différents. On peut par exemple obtenir des antennes à lobes principaux orientés dans diverses directions, des antennes à lobes secondaires de même niveau, des antennes sans lobes secondaires, des antennes superdirectives.

On peut donc modéliser le diagramme de directivité de l'antenne, et par la suite modifier son rapport signal sur bruit, en jouant sur la distribution en amplitude et en phase de ses éléments.

La mesure des caractéristiques de sources émettrices éloignées s'effectue par un traitement d'antenne qui consiste, en quelque sorte, à construire une image du milieu à partir des signaux captés par les senseurs formant l'antenne. Le rôle de ce traitement est donc d'effectuer un filtrage spatial de façon à séparer au mieux les différentes composantes du champ de bruit : sources sonores et bruit de fond. Par sources sonores éloignées, on entend des sources suffisamment distantes de l'antenne pour apparaître comme ponctuelles. D'autre part nous admettrons qu'un capteur est

un élément sensible, ponctuel, qui mesure sans l'altérer par lui-même le champ acoustique dans lequel il se trouve.

On décrit dans cette communication quelques procédés permettant de modéliser le diagramme de directivité d'une antenne acoustique. Les diagrammes de directivité de diverses antennes pondérées sont alors présentés. Cependant, même si l'antenne obtenue est à directivité optimale elle s'avère inefficace lors de la localisation de deux sources de bruit. On utilise alors une antenne acoustique adaptative qui ne fait plus intervenir la notion figée de diagramme de directivité et abandonne le concept d'antenne conventionnelle traitée par un jeu de filtres fixes. Après avoir exposé les différentes techniques permettant d'obtenir des diagrammes de directivité en antennerie nous présentons deux méthodes adaptatives en traitement d'antenne. Ces deux méthodes sont basées sur la minimisation de la variance des signaux de sortie. La première méthode est une méthode adaptative conventionnelle et la deuxième méthode est une méthode adaptative robuste qui tient compte des erreurs de mesure lors du traitement. Des simulations montrent l'efficacité de l'antenne adaptative sur l'antenne conventionnelle pondérée lors de la localisation de plusieurs sources de bruit.

2 Directivité d'une antenne acoustique

2.1 Définitions et notations

On considère une antenne acoustique de réception et une source sonore en champ lointain. Il est d'usage très courant en antennerie d'admettre que le moyen de favoriser la détection d'un signal porté par une onde plane est d'obtenir, au moyen de l'antenne acoustique et dans la direction de cette antenne, la plus forte directivité possible. Rappelons d'abord la définition et le sens physique de la directivité. Le terme directivité résume les caractéristiques directionnelles d'une antenne c'est-à-dire les variations

spatiales (ou angulaires) de la sensibilité de l'antenne vis à vis d'une onde plane incidente. Considérons une antenne acoustique formée de n éléments ponctuels. La directivité complexe y est une fonction :

- de la fréquence f ,
- de deux paramètres d'espace définissant la direction de l'onde plane, ces deux paramètres sont les angles polaires θ et φ et sont réunis sous la dénomination $\Omega = g(\theta, \varphi)$
- de Ω_0 qui est la direction dans laquelle la sortie de l'antenne est rendue maximale par suite de l'application aux différents éléments d'une distribution convenable de déphasages. Ω_0 définit aussi la direction d'orientation du lobe principal de directivité et est appelée voie de directivité
- et de coefficients de pondération a_1, a_2, \dots, a_n qui permettent de modéliser le diagramme de directivité de l'antenne. Ces coefficients peuvent être complexes.

La fonction complexe $y(f, \Omega, \Omega_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ donne l'amplitude et la phase de la tension observée à la sortie de l'antenne en présence d'une onde plane de direction Ω et de fréquence f . La sortie est définie comme la somme des tensions issues des différents capteurs de l'antenne, à travers, le cas échéant, une pondération (ou un filtrage) affectée sur chaque élément.

Pour une fréquence donnée, pour une voie de directivité fixée et pour un ensemble de coefficients de pondération attribué, la fonction de directivité complexe normalisée est $D(\Omega) = y/y_{\text{Max}}$ et le tracé du module de cette fonction de directivité en fonction d'un angle polaire constitue le diagramme de directivité normalisé de l'antenne acoustique. La normalisation permet de comparer les différents diagrammes de directivité et de déterminer leurs caractéristiques comme l'ouverture du lobe principal à mi-puissance et le niveau des lobes secondaires.

La fonction $y(f, \Omega, \Omega_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ peut toujours se mettre sous la forme d'une somme du type :

$$y = \sum_{i=1}^n a_i v_i(f, \Omega, \Omega_0) \quad (1)$$

dans laquelle les coefficients v_i ne dépendent que des caractéristiques géométriques de l'antenne et de la fréquence f . Nous notons a et v les vecteurs colonnes dont les composantes sont formées des coefficients a_i et v_i et on a alors : $y = a^T v = v^T a$ où le symbole T indique le transposé du vecteur colonne.

Notre objectif est dans un premier temps de déterminer les coefficients de pondération a_i et d'étudier leur effet sur le diagramme de directivité de l'antenne acoustique.

2.2 Pondération uniforme ; pondération de Tchebychev ; pondération binômiale ; pondération de Schelkunoff

On considère une antenne acoustique linéaire formée de n capteurs équidistants de d . L'antenne et la source sont placées dans le même plan horizontal de sorte que la source sera repérée uniquement par l'angle polaire θ , angle que fait l'axe de l'antenne avec la direction du vecteur d'onde. Lorsque la pondération est uniforme, nous avons les coefficients de pondération a_i qui sont constants. Pour une fréquence f , ou encore un nombre d'onde k donné, en posant $\Psi = k d (\cos \theta - \cos \theta_0)$, le module de la fonction de directivité normalisée est [1]:

$$D = \left| \frac{\sin(n\Psi/2)}{n \sin(\Psi/2)} \right| \quad (2)$$

Lorsque $\theta_0 = \pi/2$, la directivité est maximale suivant la direction perpendiculaire à l'axe de l'antenne et on a un diagramme de directivité transversal. On a affaire à une antenne à faisceau transversal, appelée broadside array dans la littérature anglophone. Un exemple est présenté sur la figure 1 (a) avec 6 capteurs et $d/\lambda = 0,4$ où λ est la longueur d'onde du signal capté. On a l'apparition de deux lobes principaux de directivité ce qui peut être source d'ambiguïté lors de la localisation de sources sonores.

Lorsque $\theta_0 = 0$, la directivité est maximale suivant l'axe de l'antenne et on a un diagramme de directivité longitudinal. On a affaire à une antenne à faisceau en bout (ou longitudinal), appelée end-fire array dans la littérature anglophone. Un exemple est présenté dans la figure 1(b) avec 6 capteurs et $d/\lambda = 0,4$. On a maintenant l'apparition d'un seul lobe principal de directivité.

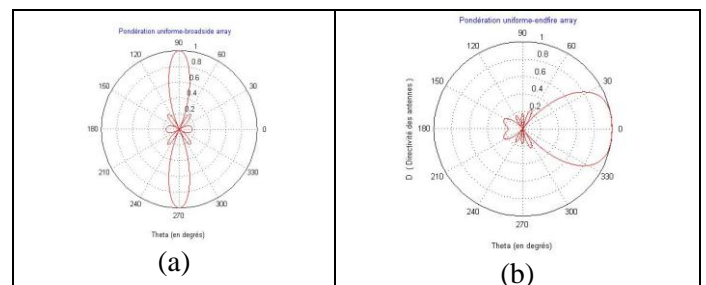


Figure 1. Diagramme de directivité transversal (a) et en bout (b)

La pondération de Tchebychev permet d'obtenir des diagrammes de directivité à lobes secondaires de même niveau. Pour un nombre pair de capteurs, la tension à la sortie de l'antenne acoustique se met sous la forme [1]

$$y = 2 \sum_{i=1}^{n/2} a_i \cos[(2i-1)\Psi/2] \quad (3)$$

En posant $t = \cos(\Psi/2)$ et en utilisant la formule de Moivre on écrit chaque fonction $\cos(p\Psi/2)$ sous la forme d'un polynôme en t de degré p , appelé polynôme de Tchebychev et

noté $T_p(t)$, de sorte que y devient

$$y = 2 \sum_{i=1}^{n/2} a_i T_{2i-1}(t) = T_{n-1}(t Z_0) \quad (4)$$

expression dans laquelle Z_0 est lié au niveau des lobes secondaires que l'on souhaite obtenir. Par identification membre à membre on déduit alors les coefficients de pondération. La figure 2 (a) présente le diagramme de directivité d'une antenne "end-fire" avec 6 capteurs, $d/\lambda = 0,4$ et une atténuation de 20 dB des lobes secondaires. Cependant, on peut complètement éliminer les lobes secondaires en utilisant une pondération binômiale mais la largeur du lobe principal va être accrue.

La pondération binômiale consiste à faire varier les coefficients de pondération comme les coefficients C_{n-1}^p du binôme $(1+x)^{n-1}$, leur amplitude décroissant du centre de l'antenne vers l'extrémité de l'alignement. Pour un

nombre pair de capteurs, la tension à la sortie de l'antenne se met sous la forme

$$y = \sum_{i=1}^{n/2} C_{n-1}^{n/2-i} \cos[(2i-1)\Psi/2] = 2^{n-1} \cos^{n-1}(\Psi/2) \quad (5)$$

La propriété essentielle de la pondération binomiale est qu'elle ne présente pas de lobes secondaires, cette propriété découle du fait que la fonction de directivité se met sous la forme $\cos^{n-1}(\Psi/2)$ et cette fonction n'oscille pas entre 0 et $\pi/2$. La figure 2(b) présente le diagramme de directivité d'une antenne "end-fire" avec 6 capteurs. On constate que le lobe principal a une largeur à mi-puissance plus importante que celui obtenu par la pondération uniforme ou la pondération de Tchebychev.

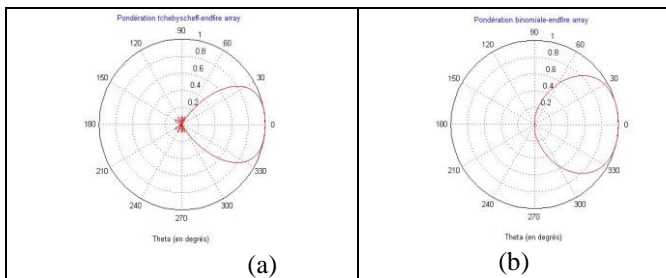


Figure 2. Diagramme de directivité avec pondération de Tchebychev (a) et binomiale (b)

Pour augmenter la directivité de l'antenne on va considérer une antenne superdirective issue de la pondération de Schelkunoff [1]. La tension de sortie d'une antenne acoustique de n capteurs se met sous la forme

$$y = \sum_{i=0}^{n-1} a_i z^i \quad \text{avec} \quad z = \exp(j\Psi) \quad (6)$$

ce polynôme de degré $n-1$ présente $n-1$ racines (z_1, z_2, \dots, z_{n-1}). Schelkunoff montre que si les racines sont régulièrement espacées entre 0 et $-kd(1 + \cos\theta_0)$, qui est en fait la zone d'existence de z , on a affaire à un réseau superdirectif. La figure 3 (a) présente le diagramme de directivité d'une antenne "end-fire" avec 6 capteurs et $d/\lambda = 0,4$. On constate l'importante réduction d'ouverture à mi-puissance du lobe principal. On peut aussi obtenir des antennes à directivité importante par maximisation du facteur de directivité.

2.3 Maximisation du facteur de directivité

On appelle facteur de directivité dans la direction Ω_0 de tension maximale la quantité

$$Fd(f) = \frac{|y(f, \Omega_0)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_{(\Omega)} |y(f, \Omega)|^2 d\Omega} = \frac{a^{*T} V(f, \Omega_0) a}{a^{*T} W(f) a} \quad (7)$$

$$\text{avec } V(f, \Omega_0) = v^*(f, \Omega_0) v^T(f, \Omega_0), \quad W_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{(\Omega)} v_i^* v_j d\Omega.$$

Le numérateur de cette expression est la puissance à la sortie de l'antenne produite par l'onde plane issue de Ω_0 . Le dénominateur est la puissance à la sortie de l'antenne lorsque celle-ci est placée dans un champ d'ondes planes

venant de toutes les directions et ayant le même niveau. Telle est aussi la définition du parasite ou du bruit omnidirectionnel. Le facteur de directivité représente le rapport signal/bruit à la sortie d'une antenne, pour une onde plane provenant de Ω_0 (signal) et un parasite omnidirectionnel (bruit). Par conséquent, dire que la directivité est forte (ou $Fd(f)$ élevé), c'est dire que l'antenne est particulièrement apte à esquiver les ondes planes issues des directions autres que Ω_0 , réalisant ainsi une sélection spatiale. La maximisation du facteur de directivité conduit à $a = W^{-1} v$ et le facteur de directivité maximal est $Fd_{\text{Max}} = v^{*T} W^{-1} v$. La figure 3(b) présente le diagramme de directivité d'une antenne "end-fire" formée de cinq capteurs avec maximisation du facteur de directivité. On constate que le lobe principal de directivité est plus étroit en comparaison avec la pondération de Schelkunoff.

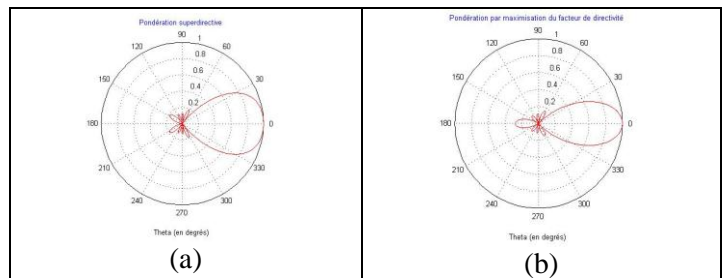


Figure 3. Diagramme de directivité avec pondération de Schelkunoff (a) et optimale (b)

Si ces antennes travaillent bien à l'émission, elles ont un problème de résolution en réception lors de la localisation de plusieurs sources. Ainsi la figure 4 montre l'inaptitude d'une antenne optimale à détecter deux sources situées à 0° et 20° par rapport à son axe. Les propriétés des pondérations : ouverture à mi-puissance du lobe principal et niveau des lobes secondaires sont présentés sous forme de tableau ci-dessous.

Pondération	Uniform	Tchéb	Binom	Schelk	Optim
Ouverture à mi-puissance	84°	90°	126°	78°	58°
Lobes 2 ^{aires}	important	faibles	absent	faibles	faibles

Table 1. Comparaison des différentes pondérations

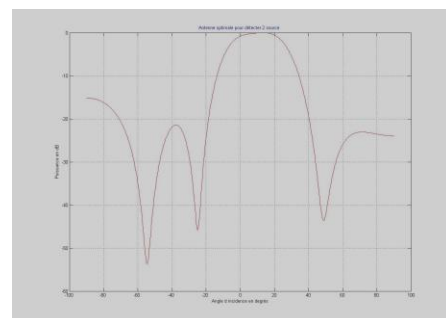


Figure 4. Puissance en sortie de l'antenne optimale en présence de 2 sources

Ces antennes, qu'on peut appeler antennes conventionnelles optimales, sont d'un intérêt considérable lorsqu'il s'agit d'émettre des signaux sonores dans une direction donnée afin de concentrer le maximum d'énergie dans cette direction. Mais pour la localisation des sources elles s'avèrent la plupart du temps inopérantes. Deux traitements adaptatifs d'antenne vont être proposés pour localiser les sources de bruit.

3 Traitement adaptatif d'antenne

3.1 Algorithme adaptatif classique

Le principe de ce traitement consiste à calculer le vecteur des coefficients de pondération w qui minimise la puissance en sortie du traitement sous la contrainte qu'un signal provenant de la direction d'observation v soit parfaitement reproduit. Ce problème de minimisation conduit à [2-4]

$$w = R^{-1} v(f, \theta) [v^{*T}(f, \theta) R^{-1} v(f, \theta)]^{-1} \quad (8)$$

et la puissance en sortie du traitement d'antenne est [2-4]:

$$P(f, \theta) = [v^{*T}(f, \theta) R^{-1} v(f, \theta)]^{-1} \quad (9)$$

où R est la matrice de covariance des signaux sensibilisant les capteurs et $v(f, \theta)$ le vecteur direction d'observation : c'est la valeur des coefficients de formation de voie du traitement d'antenne conventionnel. La figure 5 représente la puissance à la sortie de l'antenne adaptative classique lors de la localisation des deux sources situées à 0° et 20° par rapport à son axe .

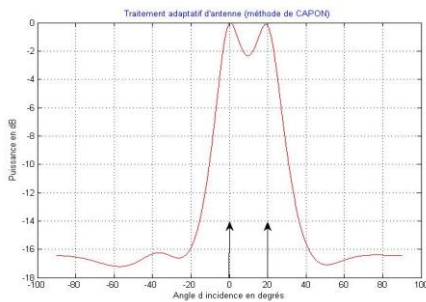


Figure 5. Puissance à la sortie de l'antenne adaptative classique

On constate que les deux sources peuvent être détectées par cette antenne adaptative, cependant on peut augmenter la résolution du traitement d'antenne en utilisant un algorithme adaptatif robuste.

3.1 Algorithme adaptatif robuste

Afin de rendre le traitement d'antenne plus robuste envers les erreurs qui apparaissent lors de la formation de la matrice de covariance R et de v on forme le vecteur pondération :

$$w = (R + rI)^{-1} v(f, \theta) [v^{*T}(f, \theta) (R + rI)^{-1} v(f, \theta)]^{-1} \quad (10)$$

et l'estimateur de puissance est alors :

$$P(f, \theta) = [v^{*T}(f, \theta) (R + rI)^{-1} R (R + rI)^{-1} v(f, \theta)] \times [v^{*T}(f, \theta) (R + rI)^{-1} v(f, \theta)]^{-2} \quad (11)$$

où r est un coefficient constant. Ce coefficient est pour l'instant obtenu de façon empirique mais son optimisation est en cours.

La figure 6 nous montre la puissance à la sortie de cette antenne, appelée antenne adaptative robuste, lorsqu'on utilise ce nouveau traitement avec $r = 0,5$. La résolution spatiale a été améliorée et on peut maintenant aisément localiser le gisement des deux sources sonores situées à 0° et 20° .

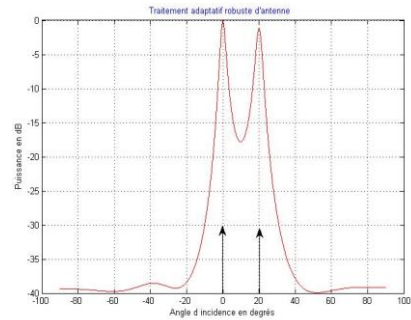


Figure 6. Puissance à la sortie de l'antenne adaptative robuste

4 Conclusion

Les antennes acoustiques directives sont d'un intérêt certain à l'émission, lorsqu'il s'agit de focaliser des ondes sonores suivant une direction particulière. Cependant leur intérêt est limité lorsqu'il s'agit de localiser des sources de bruit. Un traitement adaptatif d'antenne peut alors être réalisé, conduisant à des meilleurs résultats. Dans une prochaine étape on déterminera le nombre maximum de sources pouvant être détectées par les antennes adaptatives, c'est-à-dire leur pouvoir de résolution, et leur comportement dans le cas de la localisation de signaux à large bande.

Références

- [1] Elliot R., Antenna theory , J. Wiley (2003)
- [2] Stoica P, Moses R. Introduction to spectral analysis, Prentice Hall (1997)
- [3] Lardiès J., Power estimation of multiple sources by an acoustical array, *Journal of Sound and Vibration*, 145, 309-320 (1991)
- [4] Lardiès J, Ma H, Berthillier M, Foltête E., Performance of high-resolution sensor array processing algorithms in the localisation of acoustic sources, *Acoustics'08*, Paris, June29-July 4 (2008)